

鼎尖教研中心最新研究成果

与人教版现行最新高中教材同步

# 课时讲解

## 随堂通

高一数学 上



鼎尖

延边教育出版社

鼎尖教研中心最新研究成果

与人教版 现行最新高中教材同步

# 课时详解

## 随堂通

高一数学(上)



鼎尖·延边教育出版社

- 策 划:** 鼎尖教育研究中心  
                  韩明雄 黄俊葵
- 执行策划:** 刘芳芳
- 丛书主编:** 周益新
- 本册主编:** 居北平
- 编 著:** 李 秋 陈万丽 马爱民 鲁晓波 陈 刚 鲍俊萍  
                  陈昌阳 刘 芳 吴启武 王武雄 陈 芳 李亚明  
                  柳小姐 黄砾明 陈习琼 将记刘 汪丽军 何 浩  
                  孙伟雄 蔡先军 郭水霞 柳 丽 陈 燕 文练兵  
                  蔡加雄 夏林峰 黄再洋 戴承朝 鄢 洁 将明谦  
                  刘国栋 唐国珍 涂红兵 李益雄 刘小兵 熊爱军
- 责任编辑:** 韩 杨
- 法律顾问:** 北京陈鹰律师事务所 (010—64970501)

与人教版最新高中教材同步  
**《课时详解 随堂通》高一数学 上**

---

出版发行: 延边教育出版社

地址: 吉林省延吉市友谊路 363 号 (133000)

北京市海淀区苏州街 18 号院长远天地 4 号楼 A1 座 1003 (100080)

电话: 0433—2913975 010—82608550

传真: 0433—2913971 010—82608856

排版: 北京鼎尖雷射图文设计有限公司

印刷: 北京季蝶印刷有限公司

版次: 2005 年 5 月第 1 版

印次: 2005 年 5 月第 1 次印刷

书号: ISBN 7-5437-5967-5/G · 5443

网址: <http://www.topedu.net.cn>

开本: 889×1194 32 开本

印张: 10.125

字数: 376 千字

定价: 13.00 元

---

如印装质量有问题, 本社负责调换

# 前言

“沉浸在题海，学习成绩却提升不快”，什么原因？专家和老师们都指出：听课效率很关键！如何提高45分钟课堂学习效率？万一上课没能抓住老师的讲解点，课后如何弥补？

《课时详解 随堂通》的出现，解决了这些难题，它真正做到从同步教学的角度出发，站在老师和学生的立场上考虑问题。这套丛书具有以下突出特点：

## 一、国内首创 填补空白

丛书是我国第一套与每课时教学内容严格同步的全方位配套的教辅用书，方便学生带进课堂听课、自学思考、回答问题、归纳总结、检查课后作业、自测自评。为满足学生在不同学习阶段的需要，还设计了**拓广习题课、专题综合课、中/高考链接课、综合实践课**等等，填补国内教辅市场长期的空白。

## 二、动态课堂 灵活方便

丛书生动呈现课堂45分钟，解决学校障碍，传授最有效的科学的思维方法和学习方法。丛书方便教师备课和上课，方便学生听课和自学，方便家长督促子女自学并检查子女的学习效果。即使学生因特殊原因未听课，使用此书自学，也可达到“**课通，题题通，一书在手，家教可免**”的目的。

## 三、讲解透彻 适用全面

丛书全面、详细讲解教材中的重点和疑难点；**习题课**透彻评析各种题型及其同类变式的解题方法、规律和误区；**专题综合课**分析章节内知识的内在联系和内在结构；**中/高考链接课**则从近年来的命题规律、未来可能的命题方向入手，透彻剖析各地方命

# 前 言

题和国家教育部考试中心的热点中/高考题型。

丛书兼顾教材知识讲解、配套习题讲解和原创题讲解，充分考虑全国各地各级中学的教学实际，适用对象全面。

## 四、名师汇集 世纪品牌

丛书**新课标**部分集中了国家级实验区骨干教师，最贴近新课标理念下的教学评价模式，内容最新颖；**高中现行教材**汇集了湖北、江苏、湖南及各省高考“状元之乡”的一代名师。卓有成效的课堂教学经验保证了这套书是我国21世纪最具备引领性、权威性、全面性、科学性、实用性的**同步学案详解**丛书。

按课时编写辅导丛书是新时期新的课题，本丛书尽管经过国内著名的教材专家、课程标准研究专家、考试改革研究专家、新课标国家级实验区骨干教师和“状元之乡”特级教师的编写或审定，仍需不断完善，恳请专家和读者指正。

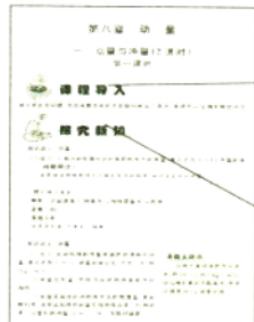
丛书主编：周益新

2005年5月

真正走进课堂  
教学，告诉你如何  
向45分钟要效率。

## 教材内容详解

课程导入   探索新知  
拓广延伸   课时作业  
答案点拨



联系生活体验，点燃思维火花，  
开拓知识视野，击中知识要害



详细、全面地讲解教材的重点和疑难点。典型的例题分析，恰到好处的“探讨”“置疑”，体贴入微的“提示”“建议”，一切安排让您轻松把知识收入囊中



想更深入理解知识要点吗？精辟的分析，综合应用的例题，让成绩提高更容易



教材习题和补充习题相互辉映，全面涵盖本课所学内容，及时检验，巩固提高



温故而知新，不亦乐乎？名师用多年经验汇合而成的专题点拨，有醍醐灌顶之效啊……

## 高考链接课

高考命题规律  
高考考向预测  
热点考题剖析

最新考试变化，专家考向预测，热点考题分析，仔细研读，高考不再令人望而生畏

# 目 录

content

(加“\*”的课时为在教学中充分考虑提升不同群体学生学习成绩增加的课时)

## 第一章 集合与简易逻辑

1.1 集合(3课时) .....	1
第1课时 探索新知课 .....	1
第2课时 探索新知课 .....	5
*第3课时 拓广习题课 .....	11
1.2 子集、全集、补集(3课时) .....	17
第1课时 探索新知课 .....	17
第2课时 探索新知课 .....	21
*第3课时 拓广习题课 .....	21
1.3 交集、并集(2课时) .....	27
第1课时 探索新知课 .....	27
*第2课时 拓广习题课 .....	32
1.4 含绝对值的不等式解法(2课时) .....	37
第1课时 探索新知课 .....	37
*第2课时 拓广习题课 .....	42
1.5 一元二次不等式解法(2课时) .....	48
第1课时 探索新知课 .....	48
*第2课时 拓广习题课 .....	54
1.6 逻辑联结词(1课时) .....	59
探索新知课 .....	59
1.7 四种命题(1课时) .....	64
探索新知课 .....	64
1.8 充分条件与必要条件(2课时) .....	70
第1课时 探索新知课 .....	70
*第2课时 拓广习题课 .....	74
单元归纳总结(3课时) .....	78
*第1课时 知识整合拓展 .....	78

# 目 录

content

* 第 2 课时 专题综合课 .....	79
* 第 3 课时 高考链接课 .....	87
单元综合能力测试题(一) .....	92
单元综合能力测试题(二) .....	94

## 第二章 函 数

2.1 函数(2课时) .....	100
第1课时 探索新知课 .....	100
* 第2课时 拓广习题课 .....	106
2.2 函数的表示法(1课时) .....	110
探索新知课 .....	110
2.3 函数的单调性(2课时) .....	116
第1课时 探索新知课 .....	116
* 第2课时 拓广习题课 .....	121
2.4 反函数(1课时) .....	126
探索新知课 .....	126
2.5 指数(2课时) .....	133
第1课时 探索新知课 .....	133
* 第2课时 拓广习题课 .....	137
2.6 指数函数(2课时) .....	142
第1课时 探索新知课 .....	142
* 第2课时 拓广习题课 .....	148
2.7 对数(2课时) .....	153
第1课时 探索新知课 .....	153
第2课时 探索新知课 .....	157
2.8 对数函数(2课时) .....	163
第1课时 探索新知课 .....	163
* 第2课时 拓广习题课 .....	169
2.9 函数的应用举例(2课时) .....	176

# 目 录

content

第1课时 探索新知课 .....	176
第2课时 探索新知课 .....	181
单元归纳总结(3课时) .....	187
* 第1课时 知识整合拓展 .....	187
* 第2课时 专题综合课 .....	188
* 第3课时 高考链接课 .....	193
单元综合能力测试题(一) .....	196
单元综合能力测试题(二) .....	199

## 第三章 数列

3.1 数列(2课时) .....	208
第1课时 探索新知课 .....	208
第2课时 探索新知课 .....	213
3.2 等差数列(3课时) .....	218
第1课时 探索新知课 .....	218
第2课时 探索新知课 .....	224
* 第3课时 拓广习题课 .....	229
3.3 等差数列的前 $n$ 项和(3课时) .....	232
第1课时 探索新知课 .....	232
第2课时 探索新知课 .....	238
* 第3课时 拓广习题课 .....	244
3.4 等比数列(2课时) .....	249
第1课时 探索新知课 .....	249
* 第2课时 拓广习题课 .....	256
3.5 等比数列的前 $n$ 项和(2课时) .....	262
第1课时 探索新知课 .....	262
* 第2课时 拓广习题课 .....	269
单元归纳总结(3课时) .....	275
* 第1课时 知识整合拓展 .....	275

# 目 录

## content

* 第 2 课时 专题综合课 .....	276
* 第 3 课时 高考链接课 .....	284
单元综合能力测试题(一) .....	289
单元综合能力测试题(二) .....	291
高一数学第一学期期末测试(一) .....	303
高一数学第一学期期末测试(二) .....	308

# 第一章 集合与简易逻辑

集合是现代数学的基本概念,专门研究集合的理论叫做集合论。1882年,德国数学家康托尔创立了集合论。他在1895年所给出的集合的定义如下:“所谓集合是把我们的直观或思维中确定的、彼此有明显区别的那些事物(它们叫做集合的元素)作为一个全体来考虑的结果。”基于这个观点,他引入了集合的基数和序数的概念,建立了集合论。目前集合论的基本思想已渗透到现代数学的所有领域,本章我们要学习的集合一些基本理论和方法。

1

## 本章重点内容

- (1)集合
- (2)子集、全集、补集
- (3)交集、并集
- (4)含绝对值不等式的解法
- (5)一元二次不等式的解法
- (6)逻辑联结词
- (7)四种命题
- (8)充分条件与必要条件

## 本章难点内容

- (1)集合的运算(交、并、补集)
- (2)含绝对值不等式及一元二次不等式的解法
- (3)逻辑联结词及充要条件的意义

## 1.1 集合(3课时)

### 第1课时 探索新知课



#### 课前导入

在初中代数学习数学中研究了数的分类,就用到“正数集合”“负数集合”等,又如某学校品学兼优的同学集在一起呢?能不能说是一个集合。下面我们就来研究这个问题。



#### 探索新知

##### 学点1 集合的概念

某些指定的对象集在一起就成了一个集合,也称为集。

第一章

课时讲解





## 课时详解

说明:(1)集合中的每个对象叫做这个集合的元素.

(2)集合常用大写字母  $A, B, C, \dots$  表示;集合中元素常用小写字母  $a, b, c, d, \dots$  表示.

(3)如果  $a$  是集合  $A$  中一个元素,就说  $a$  属于  $A$ ,记作  $a \in A$ ;如果  $a$  不是集合  $A$  中的元素,就说  $a$  不属于  $A$ ,记作  $a \notin A$ .

### 问题研讨

怎么样的对象集在一起才成为一个集合?其客观判断标准是什么样呢?

---

**例 1** 考查下列每组对象能否构成一个集合:

- ①湖北省武穴市育才高中高三(15)班全体女生;
- ②所有善良的人;
- ③方程  $x^2 + x + 1 = 0$  的实数解;
- ④不超过 20 的非负整数;
- ⑤某校所有高个子学生.

**解析** ②⑤不能构成集合. ①③④能构成集合.

#### 解题规律

(1)在判断所给的对象是否能构成集合时,要看这些对象是否被指定,即集合的元素具有确定性,对于集合  $A$  和某一对象  $x$ ,有一个明确的判断标准是  $x \in A$ ,还是  $x \notin A$ ,二者必居其一,不会模棱两可.

(2)②中的“对象”含糊不清,所有善良的人中“善良”没有明确的客观标准,对于某个人是否是“善良的人”无法客观地判断,∴②不能构成集合. 同理⑤中“所有高个子学生”也无判断标准,所以也不是集合;③中尽管无元素,但对象是确定的.

2

### 学点 2 集合元素的特征

对于一个给定的集合,集合中的元素是确定的,互异的,无序的,又称为集合元素的三个特征.

说明:“确定性”是指对一个给定的集合  $A$ ,及某一具体的对象  $x$ ,则  $x \in A$  或  $x \notin A$ ,二者必居其一.

“互异性”,集合中的元素必须是互不相同的. 任何两个相同的对象在同一集合中,只能算作一个元素,如方程  $x^2 - 2x + 1 = 0$  的两个根为  $x_1 = x_2 = 1$ ,用集合记为 {1},不能写为 {1,1}.

“无序性”,集合中元素的排列与次序无关,如 { $a, b, c$ } 与 { $b, c, a$ } 表示同一集合.

**例 2** 已知集合  $M = \{a, b, c\}$  中的三个元素可以构成某一个三角形的三边长,那么此三角形一定不是 ( )

- A. 直角三角形
- B. 锐角三角形
- C. 钝角三角形
- D. 等腰三角形

## 答案 D

### 方法技巧

由于构成三角形三边有三个元素,由  $M=\{a, b, c\}$  中三个元素互异,故它们组成的三角形一定不是等腰三角形,故本题是用集合中元素的互异性来进行判断的.

**例 3** 已知集合  $M=\{x, xy, \sqrt{x-y}\}$  与集合  $N=\{0, |x|, y\}$  表示同一集合,求  $x, y$  的值.

**解析** (1) 若  $x=0$  则  $M=\{0, 0, \sqrt{x-y}\}$  与元素的互异性相矛盾,  $\therefore x \neq 0$ .

(2) 若  $xy=0$ ,  $\because x \neq 0$ ,  $\therefore y=0$  这时  $N=\{0, |x|, 0\}$  与元素的互异性矛盾,  $\therefore y \neq 0$ .

(3) 若  $\sqrt{x-y}=0$  则  $x=y$ , 这时  $M=\{x, x^2, 0\}, N=\{0, |x|, x\}$ ,  $\therefore x^2=|x| \Rightarrow x=\pm 1$ .

若  $x=1, M=\{1, 1, 0\}$  与元素互异性矛盾,  $\therefore x=-1$ .

这时  $M=N=\{-1, -1, 0\}$

### 解题技巧

分类讨论思想是数学中一个很重要的思想方法,本题由元素的互异性进行分类讨论,再进行检验,是讨论集合中元素问题的核心.再经过验证  $x=\pm 1$  是否符合题设条件,这往往易忽视.

3

## 学点 3 常用的数集的记法

常用数集	简答	记法
全体非负整数的集合	非负整数集	$\mathbb{N}$
非负整数集内排除 0 的集合	正整数集	$\mathbb{N}^*$ 或 $\mathbb{N}$
全体整数的集合	整数集	$\mathbb{Z}$
全体有理数的集合	有理数集	$\mathbb{Q}$
全体实数的集合		$\mathbb{R}$

**例 4** 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

(1)  $1 \_\_\_ \mathbb{N}, 0 \_\_\_ \mathbb{N}, -3 \_\_\_ \mathbb{Q}, 0, 5 \_\_\_ \mathbb{Z}, \sqrt{2} \_\_\_ \mathbb{Q}, -\sqrt{2} \_\_\_ \mathbb{R}$ ;

(2)  $2\sqrt{3} \_\_\_ \{x|x < \sqrt{11}\}, 3\sqrt{2} \_\_\_ \{x|x > 4\}, 3 \_\_\_ \{x|x = n^2 + 1\}$ , 其中,  $n \in \mathbb{N}$ ,  
 $5 \_\_\_ \{x|x = n^2 + 1, n \in \mathbb{N}\}$ .

**答案** (1)  $\in, \in, \in, \notin, \in, \in$  (2)  $\notin, \in, \notin, \in$

### 解题规律

确定元素是否在集合中,关键看元素是否满足代表元素所适合的条件,在判定过程中,有时还要进行恒等变形.





## 课时作业

## 一、教材习题

练习(P5): 第2题

习题1.1(P7): 第1题

## 二、补充习题

1. 四个关系式: ① $\sqrt{5} \in \mathbb{R}$ , ② $\frac{1}{4} \notin \mathbb{Q}$ , ③ $0 \notin \mathbb{N}$ , ④ $0 \in \{0\}$ , 其中正确的个数是 ( )
- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4
2. 若  $a$  是  $\mathbb{R}$  中的元素, 但不是  $\mathbb{Q}$  中的元素, 则  $a$  可以是 ( )
- A. 3, 14      B. -5      C.  $\frac{3}{7}$       D.  $\sqrt{7}$
3. 平面内, 与一条定线段  $AB$  的两个端点所构成的角  $\angle APB = 90^\circ$  的点  $P$  的集合是 ( )
- A. 一条直线      B. 一条线段      C. 一条射线      D. 一个圆(不包含  $A, B$ )
4. 若  $\{x^2, 3x+4\}$  表示一个集合, 则 ( )
- A.  $x \neq 4$       B.  $x \neq -1$       C.  $x \neq -1$  或  $x \neq 4$       D.  $x \neq -1$  且  $x \neq 4$
5. 若  $y = \frac{6}{x+2}$ ,  $x, y \in \mathbb{Z}$  由所有的  $y$  值组成的集合中元素的个数为 ( )
- A. 2      B. 4      C. 6      D. 8
6. 若集合  $\{a, a+d, a+2d\}$  与集合  $\{a, aq, aq^2\}$  表示同一集合, 求  $q$  的值.
7. 设  $A = \{x-2, 2x^2+5x, 12\}$ , 已知  $-3 \in A$ , 求  $x$ .

4



## 课时点拨

## 问题研讨

一些对象构成的集合必须具有两个特点: 一是整体性, 二是确定性. 集合的整体性是某些事物的整体, 而不是指个别事物; 确定性是指集合由属于它的元素所完全确定, 所以只要对象是确定的, 能够客观判断, 所要指定的对象看作一个整体便形成一个集合.

## 课时作业

## 一、教材习题

练习(P5)

2.  $1 \in \mathbb{N}, 0 \in \mathbb{N}, -3 \notin \mathbb{N}, 0.5 \notin \mathbb{N}, \sqrt{2} \notin \mathbb{N}$

$1 \in \mathbf{Z}, 0 \in \mathbf{Z}, -3 \in \mathbf{Z}, 0.5 \notin \mathbf{Z}, \sqrt{2} \notin \mathbf{Z}$

$1 \in \mathbf{Q}, 0 \in \mathbf{Q}, -3 \in \mathbf{Q}, 0.5 \in \mathbf{Q}, \sqrt{2} \notin \mathbf{Q}$

$1 \in \mathbf{R}, 0 \in \mathbf{R}, -3 \in \mathbf{R}, 0.5 \in \mathbf{R}, \sqrt{2} \in \mathbf{R}$

### 习题 1.1(P7)

1. (1)  $\notin$ ; (2)  $\notin$ ; (3)  $\in$ ; (4)  $\notin$

### 二、补充习题

1. B (点拨: 正确关系式为①④)

2. D (点拨: 由题设可知  $a$  是无理数)

3. D

4. D (点拨:  $x^2 \neq 3x + 4 \Rightarrow x \neq -1$  且  $x \neq 4$ )

5. D (点拨:  $y = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$ )

6. 解: 讨论两种情况

5

$$(1) \text{若 } \begin{cases} a+d=aq \\ a+2d=aq^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=a(q-1) & ① \\ 2d=a(q^2-1) & ② \end{cases}$$

$\because$  由集合元素的互异性知  $a \neq aq$ ,

$\therefore a \neq 0$  且  $q \neq 1$ . ②  $\div$  ① 得  $q+1=2 \Rightarrow q=1$ , 与  $q \neq 1$  矛盾.

$$(2) \text{若 } \begin{cases} a+d=aq^2 \\ a+2d=aq \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=a(q^2-1) & ③ \\ 2d=a(q-1) & ④ \end{cases}$$

又  $\because a \neq 0$ , 且  $q \neq 1$ , ③  $\div$  ④ 得  $\frac{1}{2}=q+1 \Rightarrow q=-\frac{1}{2}$ .

综合(1)(2)知  $q=-\frac{1}{2}$ .

7. 若  $x-2=-3 \Rightarrow x=-1$  而  $2x^2+5x=2 \times (-1)^2+5 \times (-1)=-3$ ,

$\therefore A=\{-3, -3, 12\}$  与元素互异性矛盾,  $\therefore$  舍去  $x=-1$ .

若  $2x^2+5x=-3 \Rightarrow x=-\frac{3}{2}, x=-1$  (舍).

经检验  $A=\left\{-3, -\frac{7}{2}, 12\right\}$ ,  $\therefore x=-\frac{3}{2}$ .

## 第 2 课时 探索新知课



### 课前导入

上节课我们对集合的概念进行了研讨, 那么怎么表示元素与集合之间的关系呢?





## 探索新知

## 学点 1 集合的表示方法

(1) 列举法: 将集合中的元素一一列举出来, 写在大括号内表示集合的方法.

(2) 描述法: 把集合中的元素的公共属性描述出来, 写在大括号内的方法.

(3) 图示法(即韦恩图法): 用一条封闭曲线, 将所要研究的对象放在一起, 来表示一个集合.

说明: (1) 列举法常用来表示有限集或有特殊规律的无限集. 用列举法表示有特殊规律的无限集时, 必须把元素间规律表示清楚后才能用省略号.

(2) 描述法的一般形式是  $\{x | x \in P\}$ , 其中  $x$  代表元素,  $P$  代表元素  $x$  必须满足的条件.

(3) 描述法的两种形式:  $\{x | x \in P\}$  —— 表示数集;  $\{(x, y) | (x, y) \in P\}$  —— 表示点集.

**例 1** 用适当方法表示下列集合:

(1) 方程组  $\begin{cases} 2x - 3y = 14 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$  的解集;

(2) 方程  $\sqrt{2x-1} + |3y+3| = 0$  的解集;

(3) 直角坐标系平面  $x$  在第二象限内的点所组成的集合;

(4) 所有的正方形;

(5) 直角坐标平面上(如图 1-1-1)阴影部分的点(含边界)的坐标的集合.

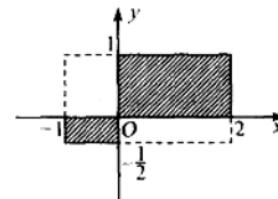


图 1-1-1

**解析** (1)、(2) 宜用列举法, (4) 宜用列举法, (3)、(5) 宜用描述法.

6

**答案** (1)  $\{(4, -2)\}$  (2)  $\left\{\left(\frac{1}{2}, -1\right)\right\}$  (3)  $\{(x, y) | x < 0 \text{ 且 } y > 0\}$

(4) {正方形} (5)  $\left\{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 2, -\frac{1}{2} \leq y \leq 1 \text{ 且 } xy \geq 0\right\}$

## 警示误区

(1) (2) 两小题是关于  $x$ 、 $y$  的二元方程组, 方程组只有一组解, 用  $\left\{\left(\frac{1}{2}, -1\right)\right\}$  和  $\{(4, -2)\}$  表明集合只有一个元素, 而  $\left\{\frac{1}{2}, -1\right\}$  表示集合有两个元素, 由于集合中元素是无序的, 我们无法判断  $x$ 、 $y$  的取值, 即  $\left\{\left(\frac{1}{2}, -1\right)\right\} \neq \left\{\frac{1}{2}, -1\right\}$ .

### 问题研讨①

集合  $A = \{x | y = x^2 - 1, x \in \mathbf{R}\}$  与集合  $B = \{y | y = x^2 - 1, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $C = \{(x, y) | y = x^2 - 1, x \in \mathbf{R}\}$  是否表示同一集合呢?

### 学点 2 集合的分类

有限集:含有有限个元素的集合叫做有限集.

无限集:含有无限个元素的集合叫做无限集.

空集:不含任何元素的集合叫做空集,记作“ $\emptyset$ ”.

### 问题研讨②

空集  $\emptyset$  及  $\{\emptyset\}$ ,  $\{0\}$  有何区别?

### 学点 3 元素与集合的关系

如果  $a$  是集合  $A$  的元素,就说  $a$  属于集合  $A$ ,记作  $a \in A$ ,读作  $a$  属于集合  $A$ .如果  $a$  不是集合  $A$  的元素,就说  $a$  不属于集合  $A$ ,记作  $a \notin A$ ,读作  $a$  不属于集合  $A$ .

说明:(1)符号“ $\in$ ”“ $\notin$ ”是表示元素与集合之间关系的,不能用来表示集合与集合之间的关系.

(2)元素  $a$  与集合  $A$  的关系, $a \in A$  与  $a \notin A$  只有一种情况成立.

**例 2** (2002 年·黄冈市模拟)数集  $A$  满足:若  $a \in A$ ,则  $\frac{1}{1-a} \in A$ .求:

(1)若  $2 \in A$ ,则在  $A$  中还有另外两个数,求出这两个数;

(2)集合  $A$  不可能是单元素实数集;

(3)集合  $A$  中至少有三个不同的元素.

**解析** (1)由集合中元素的性质知  $a$  与  $\frac{1}{1-a}$  都是  $A$  中元素,那么  $2$  与  $\frac{1}{1-2} = -1$  都是  $A$  中元素就可求得  $A$  中其他元素;(2)可以采用反证法证明;(3)可以证明  $A$  中至少含有三个不同元素.

**答案** 由于  $a \in A, a \neq 1$ ,则  $\frac{1}{1-a} \in A$ .

(1)若  $2 \in A$ ,则  $\frac{1}{1-2} = -1 \in A$ ,于是有  $\frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2} \in A$ .

故  $\frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2 \in A$ , $\therefore$  集合  $A$  中还有  $-1, \frac{1}{2}$  两个元素.

