2007 高考 第一轮复习用书

丛书主编：陈东旭

金太阳考案

SHU XUE 数学

吉林文史出版社

高考第一轮复习用书

金太阳考案

江西金太阳教育研究所

数学

(选修Ⅰ)

主　编:葛立其

副主编:杜建刚　刘光清　罗声剑

编　委:(按姓氏笔划排列)

刘光清　刘　翠　江厚利　许清波
何东华　何泉清　张广胜　李永忠
杜建刚　杨桂林　肖赣华　闵　睿
罗声剑　袁永平　黄志金　葛立其
熊志远　薛花蕾

吉林文史出版社

(吉)新登字 07 号

书　　名　金太阳考案
丛书主编　陈东旭
责任编辑　周海英
出版发行　吉林文史出版社
地　　址　长春市人民大街 4646 号　130021
印　　刷　南昌市印刷四厂印刷
规　　格　889mm×1194mm
开　　本　16 开本
印　　张　228 印张
字　　数　8664 千字
版　　次　2006 年 5 月第 1 版　2006 年 5 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 7-80702-393-7
定　　价　360.00 元

《金太阳》系列丛书

——江西金太阳教育研究所编著

——吉林文史出版社出版

《金太阳考案》

——2007高考第一轮复习用书

邮购目录

书名	邮购代码	邮购价(元)	数量
《金太阳考案》·语文分册	KA31	39.50	
《金太阳考案》·数学分册(选修Ⅰ)	KA32W	36.50	
《金太阳考案》·数学分册(选修Ⅱ)	KA32L	36.50	
《金太阳考案》·英语分册	KA33	42.00	
《金太阳考案》·物理分册	KA34	33.50	
《金太阳考案》·化学分册	KA35	32.50	
《金太阳考案》·生物分册	KA36	33.50	
《金太阳考案》·政治分册	KA37	34.00	
《金太阳考案》·历史分册	KA38	35.00	
《金太阳考案》·地理分册	KA39	37.00	

邮购方法：

注明所购图书代码、数量以及您的详细收件地址、姓名、邮编，将书款通过邮局汇至**330046　江西省南昌市省府大院北二路七十六号96号信箱　黄利平　老师　收**。款到三日内发书。

起邮数100册。

联系电话：13077966176

前 言

在崎岖的书山中艰难跋涉的时候，谁不期盼得到名家名师的"轻功秘籍"？在茫茫题海里盲目漂游的时候，谁不渴望拥有一本开拓先锋的"航海指南"？那么，请选用江西金太阳教育研究有限公司为您倾情打造的《金太阳考案》吧！

我们无意于给嶙峋的书山增添一方风景，我们只想在您奋勇登攀时悄悄递上一根支撑的手杖；我们无意于给浩淼的题海多添一瓢盐水，我们只想为您提供一叶穿越题海的轻舟。选择了她，我们不敢保证您一定能观赏到水木清华的荷塘月色，也不敢担保您一定能领略到未名湖畔的湖光塔影。然而，她定会在您人生的十字路口，给您指引方向，为您传播信息，给您信心、勇气和力量，让您轻松驾驭进取的风帆，驶向理想的港湾；使您愉快穿越茂密的丛林，登上希望的峰巅！

她是一行行前人的足迹，引领您登上书山的峰顶；

她是一句句殷切的叮咛，提醒您拾起遗漏的点滴……

她正是这样的真实——立足双基，着眼实践，瞄准高考，关注热点；

她又是那样的执著——出县跨省，广泛调研，三易其稿，精心锤炼；

她还是如此的热情——指点迷津，排忧解难，娓娓道来，诲人不倦；

她更是这般的新颖——面向生活，推陈出新，紧扣实际，与时俱进。

……

本套丛书，熔铸了全国数百名专家全部的心血与宝贵的经验，寄托着海内百万名师生拳拳的期望与浓浓的深情。拥有她，相信您就会多一份欢欣。轻轻翻开《金太阳考案》，您会惊喜地发现，这里有您理想放飞的蓝天，这里也有您心灵停泊的港湾，这里还有您骏马奔驰的草原。我们坚信，随着我们的相识，相交，相知，《金太阳考案》一定能成为您的益友良师！

最后，让我们用这样一首诗来表达我们的共同心声：

我不去想是否能够成功
既然选择了远方
便只顾风雨兼程
我不去想能否赢得爱情
既然钟情于玫瑰
就勇敢地吐露真诚
我不去想身后会不会袭来寒风冷雨
既然目标是地平线
留给世界的只能是背影
我不去想未来是平坦还是泥泞
只要热爱
一切，都在意料之中

《金太阳考案》编委会

简 介

本书的编写原则

以创新为理念　以教材为基础　以高考为方向　以实用为目的

本书的特点

结构合理　体例科学　详略得当　直面高考　实用高效

一、本书可作为高考一轮复习的教材使用，也可作为高考一轮复习的补充材料使用。编写的总体思路是：在总体结构上采用"总—分—总"的模式。

"总"，每章开始总体介绍了最新考试大纲的要求，还根据近年来高考的命题趋势，分析实际高考试题层次要求。其目的是帮助教师在组织复习时，能以"考纲要求"为主，以"复习应达到的要求"为补充，全面了解高考命题趋势，把握知识结构与交汇，理清知识脉络，借鉴或利用"复习指导"所列方法，在宏观上把握高考，把握教材，方便组织复习。

"分"，在编写过程中，对全书的结构进行了较大的调整。教材中"导数"部分的内容已并入第二章《函数》，"极限与数学归纳法"部分的内容已并入第三章《数列》，第七章中"直线与圆的位置关系"、"关于对称问题"部分的内容已并入第八章构建《圆锥曲线》中的"直线与圆锥曲线的关系"和"关于对称问题"。各章复习基本上仍按原教材体系，强调立足基础，训练解题技巧，提高综合能力。

各章后设置"本章小结"，此为第二个"总"，其编写目的是让学生能在教师帮助下归纳掌握题型，了解高考命题方向与趋势。

二、各栏目的编写意图与使用方法：

考纲要求

栏目宗旨：既叙述了2006年考试大纲的最新要求，又结合近年来高考试题的实际命题趋势，综合全国名师的备考经验，专门列出"复习应达到的要求"。让师生明确大纲要求与实际考试要求，轻松驾驭高考。

栏目特色：以"考试要求"为本，以"复习应达到的要求"为补充，达到准确把握高考。

知识框图

栏目宗旨：以框图形式扼要展示本章知识体系，理清知识脉络条理，有机地整合各知识点，帮助学生理清思路，宏观把握整章知识结构。

栏目特色：明确各知识的交汇与联系。

复习指导

栏目宗旨：从指导性的角度叙述了全国名师最有效的复习方法，对学生、对教师都有很好的指导作用。

栏目特色：注意对方法与策略的借鉴与利用。

简　介

知识精要

栏目宗旨：叙述各小节的重要基础知识(包括定义、定理、公式)与重要规律，其目的是让学生全面掌握有关知识，巩固基础。

栏目特色：一书在手，什么都有。

考题试解

栏目宗旨：选取近年高考基础性真题(选择题与填空题)，供学生在学完"知识精要"后，自己练习完成。

栏目特色：既训练基础，又了解高考趋势。

例题精讲

栏目宗旨：根据本小节的内容、高考要求，结合主要题型和解题技巧，选择了若干例题，以"分析—解析—点评"的形式编写。

栏目特色：揭示解题方法技巧与规律，例题后均配有备选题。

错解剖析

栏目宗旨：在本小节内容中的易错点上选一道错解题，对错误根源进行分析。

栏目特色：揭示规避技巧，要求有普遍的指导意义。

方法归纳

栏目宗旨：叙述本小节内容的解题方法与技巧。

栏目特色：揭示数学思想。

针对训练

栏目宗旨：在内容上分为基础练习、能力提高、专题试解三部分，其中考题试解选2004年、2005年高考或2006年春季高考真题中涉及本小节内容的试题，让学生试解。

栏目特色：检查实际能力(复习效果)，让学生接触高考。

题型归纳

栏目宗旨：根据本章内容和高考要求，归纳出若干个高考热点题型，仍采用"分析—解析—点评"的形式，让学生明确高考试题的主要题型。

栏目特色：面向高考，重视综合，选题典型。

本章测试

栏目宗旨：检查学生对本章内容的掌握情况。

栏目特色：综合检查，查漏补缺。

contents

目录

第一章　集合与简易逻辑

明确考纲　有的放矢

考纲要求

考试内容	考纲要求		在考纲要求的基础上复习还应达到的要求	
	层次	内容	层次	内容
集合	了解	了解空集和全集的意义， 了解属于、包含、相等关系的意义	灵活运用	正确进行集合的运算， 用文氏图进行集合的交、并、补运算， 借助数轴进行数集之间的运算
	理解	理解集合、子集、交集、补集、并集的概念		
	掌握	掌握有关的术语和符号，并会用它们正确表示一些简单的集合		
简易逻辑	理解	理解逻辑联结词"或""且""非"的含义， 理解四种命题及其相互关系	了解	命题的概念和命题的构成，并能判断命题的真假， 初步认识反证法及其思想
	掌握	掌握充分条件、必要条件及充要条件的意义	掌握	反证法证题的一般步骤，会用反证法证明简单的问题

构建网络　胸有全局

知识框图

- 集合
  - 集合的基本概念
    - 元素的确定性、互异性、无序性
    - 集合分类
      - 有限集
      - 无限集
      - 可数集
    - 集合表示
      - 列举法
      - 描述法
      - 区间表示
  - 集合与集合的关系
    - 子集、包含与相等
    - 交集、并集、补集
- 简易逻辑
  - 逻辑联结词
    - 逻辑联结词"或""且""非"
    - 简单命题的复合命题
  - 四种命题及其关系
    - 反证法及其步骤
  - 充分条件与必要条件

讲究方法　掌握技巧

复习指导

集合的初步知识与简易逻辑知识以用集合语言表达数学问题为特点，与高中各章知识点交汇，考查考生的推理技能，发展学生的思维能力。

本章内容在高考中以考查空集与全集的概念，元素与集合、集合与集合之间的关系，集合的交、并、补运算为重点，以上内容又以集合的运算为重点考查内容。逻辑联结词与充要条件这部分，以充要条件为重点考查内容。

本章内容概念性强，考题大都为容易的选择题，因此复习中应注意：

1. 复习集合，可以从两个方面入手，一方面是集合的概念之间的区别与联系，另一方面是对集合知识的应用。

2. 主要是把握集合与元素、集合与集合之间的关系，弄清有关的术语和符号，特别是对集合中的元素的属性要分清楚。

3. 要深刻理解和准确掌握集合、元素、子、交、补、命题、充要条件等基本概念和"或""且""非"等逻辑联结词的含义，这样才能准确地解答有关集合、简易逻辑的基本概念问题，才能对有关命题做出恰当的判断。要注意逻辑联结词"或""且""非"与集合中的"并""交""补"是相关的，相互对照可加深对双方的认识和理解。

4. 复习逻辑知识时，要抓住所学的几个知识点，通过解决一些简单的问题达到理解、掌握逻辑知识的目的。

5. 集合多与函数、方程、不等式有关，要注意知识的融会贯通，强化数形结合思想，自觉利用文氏图、数轴、函数图象等来帮助分析和理解，提高形象思维能力。

§1.1 集合的概念

考点知识 牢记在心
知识精要

1. 集合中元素的三要素

(1)确定性：对于一个给定的集合，任何一个对象或者是这个集合中的元素，或者不是它的元素，这是集合的最基本特征.

(2)互异性：集合中的任何两个元素都是能区分的(即互不相同的)，相同的对象归入任何一个集合时，只能算作这个集合的一个元素.

(3)无序性：在一个集合中，通常不考虑它的元素之间的顺序，也就是说$\{a,b,c\}=\{b,c,a\}$.

2. 常用的集合的表示法

常用的有列举法、描述法、区间表示法和图示法.

有限集常用列举法表示，而无限集常用描述法或区间表示.

描述法表示集合时，集合中元素的意义取决于它的"代表"元素.

3. 元素与集合，集合与集合之间的关系

(1)元素与集合之间的关系是"属于"或"不属于"，对象x是集合A的元素称x属于A，记作$x\in A$，否则称x不属于A，记作$x\notin A$. 记号"$\in$"和"$\notin$"只能用于表示元素与集合之间的关系，不能用来表述两个集合之间的关系.

(2)若集合A中任一元素都是集合B的元素，则称A是B的子集，记作$A\subseteq B$，读作A包含于B，或记作$B\supseteq A$，读作B包含A. 若A是B的子集且B中至少存在一个元素不属于A，则称A是B的真子集，记作$A\subsetneqq B$，读作A真包含于B，或记作$B\supsetneqq A$，读作B真包含A. 若$A\subseteq B$且$B\subseteq A$，则$A=B$.

(3)常用集合之间的包含关系

$\varnothing\subsetneqq \mathbf{N}^*\subsetneqq\mathbf{N}\subsetneqq\mathbf{Z}\subsetneqq\mathbf{Q}\subsetneqq\mathbf{R}\subsetneqq\mathbf{C}$.

注：$\mathbf{N}^*$与$\mathbf{N}_+$都表示正整数集.

试解真题 了解趋势
考题试解

1. 集合$A=\{x|0\leqslant x<3$且$x\in\mathbf{N}\}$的真子集的个数是
[2005年·天津] ( )
(A)16. (B)8. (C)7. (D)4.

2. 设全集$U=\mathbf{R}$，集合$M=\{x|x>1\}$，$P=\{x|x^2>1\}$，则下列关系中正确的是[2005年·北京] ( )
(A)$M=P$. (B)$P\subsetneqq M$.
(C)$M\subsetneqq P$. (D)$\complement_U M\cap P=\varnothing$.

3. 设P、Q为两个非空实数集合，定义集合$P+Q=\{a+b|a\in P,b\in Q\}$. 若$P=\{0,2,5\}$，$Q=\{1,2,6\}$，则$P+Q$中元素的个数是
[2005年·湖北] ( )
(A)9. (B)8. (C)7. (D)6.

4. ω是正实数，设$S_\omega=\{\theta|f(x)=\cos[\omega(x+\theta)]$是奇函数$\}$，若对每个实数$a$，$S_\omega\cap(a,a+1)$的元素不超过2个，且存在$a$，使$S_\omega\cap(a,a+1)$含2个元素，则$\omega$的取值范围是________.
[2005年·辽宁]

名师指点 注意领悟
例题精讲

【例1】含有三个实数的集合既可表示为$\{a,\frac{b}{a},1\}$，也可表示为$\{a^2,a+b,0\}$，求$a^{2009}+b^{2009}$的值.

[分析]依据集合中元素的确定性，不难得到$\{a,\frac{b}{a},1\}=\{a^2,a+b,0\}$，由此求出$a$、$b$的值.

[解析]由$0\in\{1,a,\frac{b}{a}\}$及$a\neq0$得$\frac{b}{a}=0$，$\therefore b=0$，从而$\{a,0,1\}=\{a^2,a,0\}$，进而有$a^2=1\Rightarrow a=-1$或$a=1$(舍)(由集合元素的互异性)，故有$a^{2009}+b^{2009}=-1$.

点评 两个集合的相等是一个重要概念，必须注意集合中元素的互异性，在中学数学中主要研究数集和点集.

备选题1

已知a、$x\in\mathbf{R}$，$A=\{3,x^2+ax+a\}$，$B=\{x^2+(a+1)x-3,1\}$，当$A=B$时，求a、x的值.

【例2】由实数构成的集合A满足条件：若$a\in A$，$a\neq1$，则$\frac{1}{1-a}\in A$. 证明：

(1)若$2\in A$，则集合A中必还有另外两个元素；

(2)集合A不可能是单元素集；

(3)集合A中至少有三个不同的元素.

[分析]由$a\in A$可推得$\frac{1}{1-a}\in A$，即可求出其他元素，从而解决本题的三个问题

[证明](1)依题意，若$a\in A$，$a\neq1$，则$\frac{1}{1-a}\in A$，有$2\in A$，$2\neq1$，

$\therefore\frac{1}{1-2}=-1\in A$，又$-1\neq1$，$\therefore\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2}\in A$，如此循环往复得出另外两个数：$-1$，$\frac{1}{2}\in A$.

(2)假设集合 A 是单元素集，则 $a=\frac{1}{1-a}$，即 $a^2-a+1=0$，而方程无实根，故 $a\neq\frac{1}{1-a}$，∴集合 A 不可能是单元素集.

(3)∵$a\in A$，$a\neq1$ 时有 $\frac{1}{1-a}\in A$，∴$\frac{1}{1-a}\in A$ 且 $\frac{1}{1-a}\neq1$，即 $a\neq0$ 时有 $\frac{1}{1-\frac{1}{1-a}}=\frac{a-1}{a}\in A$. ∴$\frac{a-1}{a}\in A$ 且 $\frac{a-1}{a}\neq1$ 时有 $\frac{1}{1-\frac{a-1}{a}}=a\in A$. 如此循环往复出现三个数：$a,\frac{1}{1-a},\frac{a-1}{a}\in A$，且 $a\neq\frac{1}{1-a}\neq\frac{a-1}{a}$，故集合 A 至少有三个不同的元素.

点评 要理解集合中元素的特征，一是集合中的元素是什么，集合中的元素有什么共同的属性，也就是元素的确定性，二是集合中每个元素都是不同的，也就是元素的互异性.

备选题 2

设集合 $A=\{x|x=a^2+2a+4\}$，$B=\{y|y=b^2-4b+7\}$.

(1)若 $a\in\mathbf{R}$，$b\in\mathbf{R}$，试确定集合 A 与 B 的关系；

(2)若 $a\in\mathbf{N}$，$b\in\mathbf{R}$，试确定集合 A 与 B 的关系.

【例 3】设 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant a\}$，$B=\{y|y=2x+3,x\in A\}$，$C=\{z|z=x^2,x\in A\}$，且 $C\subseteq B$，求实数 a 的取值范围.

[**分析一**]当 $-2\leqslant x\leqslant a$ 时，$z=x^2$ 的范围与 a 的取值的正负以及 $|a|$ 与 2 的大小均有关系. 因而先对 a 进行讨论，求得 C 后，再根据 $C\subseteq B$，求 a 的取值范围.

[**解法一**]∵$A=\{x|-2\leqslant x\leqslant a\}$，∴$B=\{y|y=2x+3,x\in A\}=\{y|-1\leqslant y\leqslant 2a+3\}$.

①当 $-2\leqslant a\leqslant0$ 时，$C=\{z|a^2\leqslant z\leqslant4\}$，∵$C\subseteq B$，∴$4\leqslant2a+3$，解之得 $a\geqslant\frac{1}{2}$，这与 $-2\leqslant a\leqslant0$ 矛盾.

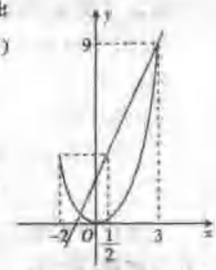
②当 $0<a\leqslant2$ 时，$C=\{z|0\leqslant z\leqslant4\}$，∵$C\subseteq B$，∴$4\leqslant2a+3$，解之得 $a\geqslant\frac{1}{2}$，∴$\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant2$.

③当 $a>2$ 时，$C=\{z|0\leqslant z\leqslant a^2\}$，∵$C\subseteq B$，∴$a^2\leqslant2a+3$，解之得 $-1\leqslant a\leqslant3$，∴$2<a\leqslant3$.

综上所述，a 的取值范围是 $[\frac{1}{2},3]$.

[**分析二**]作出函数的图象，数形结合求解.

[**解法二**]如图，在同一坐标系内，作出函数 $y=2x+3(x\geqslant-2)$ 和 $y=x^2(x\geqslant-2)$ 的图象.



令 $2x+3=(-2)^2$，解之得 $x=\frac{1}{2}$.

令 $2x+3=x^2(x\geqslant-2)$，解之得 $x=3$，

∴a 的取值范围是 $[\frac{1}{2},3]$.

点评 分类讨论是一种重要的数学方法，而采用数形结合思考可以避免讨论，显得更简捷直观.

备选题 3

已知集合 $A=\{x|x^2-4mx+2m+6=0,x\in\mathbf{R}\}$，若 $A\cap\mathbf{R}^-\neq\varnothing$，求实数 m 的取值范围.

前车之覆　后车之鉴

错解剖析

【例】已知 $f(x)=x^2$，集合 $A=\{x|f(x+1)=ax\}$，且 $A\cup\mathbf{R}^+=\mathbf{R}^+$，求实数 a 的取值范围.

[**错解**]由 $f(x+1)=ax$ 和 $f(x)=x^2$ 可得 $x^2+(2-a)x+1=0$，又由 $A\cup\mathbf{R}^+=\mathbf{R}^+$，得 $A\subseteq\mathbf{R}^+$，即 $x>0$.

则有 $x^2+(2-a)x+1=0$ 有正根，故有

$$\begin{cases}\Delta=(2-a)^2-4\geqslant0,\\ x_1+x_2=a-2>0,\\ x_1x_2=1>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a\geqslant4\text{ 或 }a\leqslant0,\\ a>2\end{cases}\Rightarrow a\geqslant4.$$

∴实数 a 的取值范围是 $[4,+\infty)$.

[**剖析**]错解中由 $A\cup\mathbf{R}^+=\mathbf{R}^+$ 得出 $A\subseteq\mathbf{R}^+$，但忽视了 $A=\varnothing$ 时的情况.

[**正解**](1)当 $A\neq\varnothing$ 时，由上述错解知 $a\geqslant4$；

(2)当 $A=\varnothing$ 时，$x^2+(2-a)x+1=0$ 无实数根，则有 $\Delta=(2-a)^2-4<0\Rightarrow0<a<4$，综合(1)(2)可得 a 的取值范围是 $a>0$.

牢记方法　掌握规律

方法归纳

1. 集合是近代数学的基本概念之一，集合思想是一种从整体角度认识问题的思想. 掌握集合知识可以使数学中的一些基本概念表达得更加准确，理解更为深刻，中学数学里主要研究数集和点集.

2. 集合中元素的特征：确定性、互异性、无序性. 这三个特征

是理解集合概念和解决有关集合问题的关键，如下列集合：

(1)$\{x|y=x^2+1\}$为二次函数自变量x的值的全体；

(2)$\{y|y=x^2+1\}$为二次函数函数值y的值的全体；

(3)$\{(x,y)|y=x^2+1\}$为二次函数图象上所有点的全体；

(4)$\{y=x^2+1\}$为单元素集，只有一个元素，即二次函数$y=x^2+1$.

3.集合的相等是指两个集合的元素完全相同，若两个有限的数集相等，则它们元素的和(或积)也相等.

4.在研究有关子集问题时，不要忽略空集，因为空集是任何集合的子集，是任何非空集的真子集.

5.要重视数形结合思想的运用，对于一些比较抽象的集合间的关系，用图示法表示往往更直观.

巩固知识 勤加训练

针对训练

1.已知$A=\{x|x^2-2x-3<0\}$，$B=\{x||x|<a\}$，若$\varnothing\subsetneqq B\subsetneqq A$，则实数$a$的取值范围是 ( )

(A)$0<a<1$. (B)$a\leqslant 1$.

(C)$0<a\leqslant 1$. (D)$-1<a\leqslant 3$.

2.已知集合$A=\{a|\frac{x+a}{x^2-2}=1$有唯一实数解$\}$，用列举法表示集合$A$为 ( )

(A)$\{-\frac{9}{4}\}$. (B)$\{\frac{9}{4}\}$.

(C)$\{-\frac{9}{4},\sqrt{2}\}$. (D)$\{-\frac{9}{4},-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$.

3.同时满足(1)$M\subseteq\{1,2,3,4,5\}$；(2)若$a\in M$，则$6-a\in M$的非空集合M有 ( )

(A)16个. (B)15个.

(C)7个. (D)6个.

4.已知函数$f(x)$、$g(x)(x\in\mathbf{R})$，设不等式$|f(x)|+|g(x)|<a$ $(a>0)$的解集为M，不等式$|f(x)+g(x)|<a(a>0)$的解集为N，则M与N的关系是________.

5.已知集合$A=\{1,2,4,6,8,12\}$，$B=\{8,x,y,z\}$，$C=\{1,xy,yz,zx\}$，其中$x,y,z\in A$，且$B=C$，则$x+y+z=$________.

6.设$\frac{1}{2}\in\{x|x^2-ax-\frac{5}{2}=0\}$，则集合$\{x|x^2-\frac{19}{2}x-a=0\}$中所有元素的积为________.

7.设集合$A=\{x|x=a^2-4a+5,a\in\mathbf{R}\}$，$B=\{y|y=4b^2+4b+2,b\in\mathbf{R}\}$，则$A$与$B$的关系是________.

8.已知$f(x)=ax^2+b$，a,b,c,x均为实数，且$A=\{x|f(x)=x\}$，$B=\{x|f[f(x)]=x\}$，求证：$A\subseteq B$.

9.设集合$A=\{x|x^2+4x=0,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x|x^2+2(a+1)x+a^2-1=0,x\in\mathbf{R}\}$，若$B\subseteq A$，求实数$a$的值.

10.集合A是由适合以下性质的函数$f(x)$构成的：

对任意实数$x>0,y>0$且$x\neq y$都有

$f(x)+2f(y)>3f(\frac{x+2y}{3})$.

试判断$f_1(x)=\log_2 x$和$f_2(x)=(x+1)^2$是否属于集合A，并说明理由.

§1.2 集合的运算

考点知识 牢记在心

知识精要

1. 集合的运算

(1)交集:由所有属于集合A且属于集合B的元素所组成的集合,叫做集合A与B的交集,记为$A\cap B$,即$A\cap B=\{x|x\in A$且$x\in B\}$.

(2)并集:由所有属于集合A或属于集合B的元素所组成的集合,叫做集合A与集合B的并集,记为$A\cup B$,即$A\cup B=\{x|x\in A$或$x\in B\}$.

(3)补集:设U是一个集合,A是U的一个子集(即$A\subseteq U$),由U中所有不属于A的元素组成的集合,叫做子集A在全集U中的补集(或余集),记为$\complement_U A$,$\complement_U A=\{x|x\in U$且$x\notin A\}$.

2. 集合运算中常用结论

(1)$\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$,$\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$.

(2)$A\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=A$,$A\subseteq B\Leftrightarrow A\cup B=B$.

(3)由n个元素所组成的集合,其子集个数为2^n个,即是$C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^n=2^n$.

(4)空集$\varnothing$是任何集合的子集,即$\varnothing\subseteq A$,这个结论在解集中容易忽略.

结论(1)和(2)常常是作为"等价转化"的依据,若已知$A\cap B=A$,则$A\subseteq B$.

结论(3)是集合与组合数的综合运用的结果,用以计算集合子集的个数.

3."数形结合"的思想在集合中的应用

认清集合的特征,准确地转化为图形关系,借助图形使问题直观、具体、准确地得到解决,因此要重视数形结合的思想方法的运用(如数轴、几何图形、文氏图等).

4. 集合问题与函数、方程、不等式以及与整个中学数学知识有关,要正确运用集合的思想将问题相互转化,特别是数与形、代数与几何之间的转化.

试解真题 了解趋势

考题试解

1. 设I为全集,S_1、S_2、S_3是I的三个非空子集且$S_1\cup S_2\cup S_3=I$,则下面论断正确的是[2005年·全国Ⅰ] ( )

(A)$\complement_I S_1\cap(S_2\cup S_3)=\varnothing$. (B)$S_1\subseteq(\complement_I S_2\cap\complement_I S_3)$.

(C)$\complement_I S_1\cap\complement_I S_2\cap\complement_I S_3=\varnothing$. (D)$S_1\subseteq(\complement_I S_2\cup\complement_I S_3)$.

2. 已知集合$M=\{x|x^2-3x-28\leqslant 0\}$,$N=\{x|x^2-x-6>0\}$,则$M\cap N$为[2005年·全国Ⅱ] ( )

(A)$\{x|-4\leqslant x<-2$或$3<x\leqslant 7\}$.

(B)$\{x|-4<x\leqslant -2$或$3\leqslant x<7\}$.

(C)$\{x|x\leqslant -2$或$x>3\}$.

(D)$\{x|x<-2$或$x\geqslant 3\}$.

3. 设集合$A=\{1,2\}$,$B=\{1,2,3\}$,$C=\{2,3,4\}$,则$(A\cap B)\cup C$等于[2005年·江苏] ( )

(A)$\{1,2,3\}$. (B)$\{1,2,4\}$.

(C)$\{2,3,4\}$. (D)$\{1,2,3,4\}$.

4. 设$f(n)=2n+1(n\in\mathbf{N})$,$P=\{1,2,3,4,5\}$,$Q=\{3,4,5,6,7\}$.若$P'=\{n\in\mathbf{N}|f(n)\in P\}$,$Q'=\{n\in\mathbf{N}|f(n)\in Q\}$,则$(P'\cap\complement_{\mathbf{N}}Q')\cup(Q'\cap\complement_{\mathbf{N}}P')$等于[2005年·浙江] ( )

(A)$\{0,3\}$. (B)$\{1,2\}$.

(C)$\{3,4,5\}$. (D)$\{1,2,6,7\}$.

名师指点 注意领悟

例题精讲

【例1】若集合$A=\{x|x^2+2x-8<0\}$,$B=\{x||x+2|>3\}$,$C=\{x|x^2-2mx+m^2-1<0,m\in\mathbf{R}\}$,

(1)若$A\cap C=\varnothing$,求m的集合;

(2)若$(A\cap B)\subseteq C$,求m的集合.

[分析]分别把A、B、C三个集合明确表示出来,利用数轴,用数形结合进行分析.

[解析]由已知可求,得

$A=\{x|-4<x<2\}$,

$B=\{x|x<-5$或$x>1\}$,

$C=\{x|m-1<x<m+1\}$.

$\therefore A\cap B=\{x|1<x<2\}$.

(1)若$A\cap C=\varnothing$,则$m-1\geqslant 2$或$m+1\leqslant -4$,解得$m\geqslant 3$或$m\leqslant -5$.

故所得m的集合为$\{m|m\leqslant -5$或$m\geqslant 3\}$.

(2)若$(A\cap B)\subseteq C$,即

$\{x|1<x<2\}\subseteq\{x|m-1<x<m+1\}$.

$\therefore\begin{cases}m-1\leqslant 1,\\ m+1\geqslant 2,\end{cases}$解得$1\leqslant m\leqslant 2$.

故所求m的集合为$\{m|1\leqslant m\leqslant 2\}$.

点评解题时,应尽可能借助于图形、数轴或直角坐标系等使问题直观形象.

备选题1

$A=\{x|x^2-ax+a^2-19=0\}$,$B=\{x|x^2-5x+6=0\}$,$C=\{x|x^2+2x-8=0\}$.

(1)若$A\cap B=A\cup B$,求a的值;

(2)若$\varnothing\subsetneqq A\cap B$,$A\cap C=\varnothing$,求$a$的依.

【例 2】设 $A=\{(x,y)\mid 2x-y+a=0,x,y\in\mathbf{R}\}$，$B=\{(x,y)\mid y=\sqrt{2x},x,y\in\mathbf{R}\}$．在下列条件下分别求 a 的取值范围．

(1)$A\cap B=\varnothing$；

(2)$A\cap B$ 为单元素集合．

[分析]集合 A、B 都是点集，故可考虑满足条件的点构成的图形，转化为解析几何求之．

[解析]集合 A 为平行线系，集合 B 为抛物线 $y^2=2x(y\geqslant 0)$ 的上半部分，当直线与抛物线相切时，即 $\begin{cases}2x-y+a=0,\\ y^2=2x.\end{cases}$

$\therefore 4x^2+(4a-2)x+a^2=0$ 有两个等根，

$\therefore \Delta=(4a-2)^2-4\times 4a^2=0$，

$\therefore a=\dfrac{1}{4}$．

由数形结合易得．

(1)当 $a>\dfrac{1}{4}$ 时，$A\cap B=\varnothing$．

(2)当 $a=\dfrac{1}{4}$ 或 $a<0$ 时，$A\cap B$ 为单元素集合．

点评解题时应注意常用数学思想和方法的应用，本题体现了数形结合思想、化归思想的应用，当一种形式不好入手时，可将其转化为另一种形式，即转化为直线与曲线的位置关系．

备选题 2

已知 $A=\{(x,y)\mid \dfrac{y-3}{x-2}=m+1\}$，$B=\{(x,y)\mid (m^2-1)x+(m-1)y=15\}$，问 m 取什么实数时，使 $A\cap B=\varnothing$？

【例 3】已知抛物线 $y=x^2+2ax-2a$，$y=x^2+ax-a$，$y=x^2+4ax-4a$ 中至少有一条与 x 轴相交，求实数 a 的取值范围．

[分析]直接求解也可以，若能求得使三条抛物线都与 x 轴无交点的实数 a 的集合 A，则 $\complement_{\mathbf{R}}A$ 为所求．

[解析]三条抛物线至少有一条与 x 轴相交的反面为三条抛物线均与 x 轴无交点，即

$\begin{cases}\Delta_1=(2a)^2-4(-2a)<0,\\ \Delta_2=a^2-4(-a)<0,\\ \Delta_3=(4a)^2-4(-4a)<0,\end{cases}$

即 $-1<a<0$．

则取其补集为满足条件的 a 的取值范围：$a\leqslant -1$ 或 $a\geqslant 0$．

点评如果从正面入手较繁较难时可从问题(或其中某个方面)的反面入手，即所谓“正难则反”，但在应用此种方法时，必须注意确定全集范围．这里全集是全体实数 $\mathbf{R}$，但有时就不一定了．比如一元二次方程“至少有一个正根”，它的反面是“两个都是负根”，它们都是建立在“有实根”的基础之上，因此，全集应为“有实根”所确定的范围．

备选题 3

若下列三个方程 $x^2+4ax-4a+3=0$，$x^2+(a-1)x+a^2=0$，$x^2+2ax-2a=0$ 中至少有一个方程有实根，试求实数 a 的取值范围．

前车之覆　后车之鉴

错解剖析

【例】设全集 $U=\{2,3,a^2+2a-3\}$，$A=\{|2a-1|,2\}$，$\complement_U A=\{5\}$，求实数 a 的值．

[错解]$\because \complement_U A=\{5\}$，

$\therefore 5\in U$ 且 $5\notin A$，

$\therefore a^2+2a-3=5$，

$\therefore a=2$ 或 $a=-4$．

[剖析]错误在于忽视了本题的隐含条件 $A\subseteq U$(或者说 $A\subsetneqq U$，因 U 为三元素集，A 为二元素集)．因此，在求出 $a=2$ 或 $a=-4$ 后应考虑集合 A 中的元素．

[正解](1)应继续对 a 的值是否适合 $A\subseteq U$ 进行验证：

当 $a=2$ 时，$|2a-1|=|4-1|=3\neq 5$，此时 $A=\{2,3\}\subseteq U$．

当 $a=-4$ 时，$|2a-1|=|-8-1|=9\neq 5$，此时 $A=\{2,9\}\not\subseteq U$．

$\therefore a$ 的值只能为 2．

(2)也可按以下方法解答．

$\because \complement_U A=\{5\}$，$A=\{|2a-1|,2\}$，$U=\{2,3,a^2+2a-3\}$，

$\therefore \begin{cases}|2a-1|=3,\\ a^2+2a-3=5,\end{cases}$

$\therefore \begin{cases}a=2\text{ 或 }a=-1,\\ a=2\text{ 或 }a=-4,\end{cases}$

$\therefore a=2$．

牢记方法　掌握规律

方法归纳

1. 加强对集合中元素特征的理解，互异性和空集常常容易被忽略，在解题时要特别注意．

2. 解集合题的关键是用恰当的方式来表示集合，通常用描述法表示的集合改用列举法，或用不等式(方程)的解集表示出

来，这样就会更具体、更明确；或者用曲线、数轴上的区间、韦恩图来表示，以便形象化，便于用数形结合的方法.

3. 对含参数的集合问题，常采用数形结合进行分类讨论.

4. 要准确理解集合语言，集合问题常与函数、方程、不等式、解析几何等知识综合.

巩固知识　勤加训练

针对训练

1. 已知 $\mathbf{R}$ 为全集，$A=\{x|\log_{\frac{1}{2}}(3-x)\geqslant-2\}$，$B=\{x|\frac{5}{x+2}\geqslant1\}$，则 $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B$ 是　（　）

(A) $\{x|-2<x\leqslant-1$ 或 $x=3\}$.

(B) $\{x|-2<x<-1$ 或 $x=3\}$.

(C) $\{x|-1<x<3$ 或 $x=-2\}$.

(D) $\{x|-1<x\leqslant3$ 或 $x=-2\}$.

2. 设 $U=\mathbf{Z}$ 为全集，集合 $A=\{a,0\}$，$B=\{x\in\mathbf{Z}|x^2-3x\geqslant0\}$，若 $A\cap(\complement_U B)\neq\varnothing$，则 a 等于　（　）

(A)1.　(B)2.　(C)1 或 2.　(D)8.

3. 若集合 $A=\{y|y=x^{\frac{1}{3}},-1\leqslant x\leqslant1\}$，$B=\{y|y=2-\frac{1}{x},0<x\leqslant1\}$，则 $A\cap B$ 等于[2006 年·上海春]　（　）

(A) $(-\infty,1]$.　(B) $[-1,1]$.

(C) $\varnothing$.　(D) $\{1\}$.

4. 设集合 $M=\{(x,y)|x^2+y^2=1,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$，$N=\{(x,y)|x^2-y^2=0,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$，则集合 $M\cap N$ 中元素的个数为（　）

(A)1.　(B)2.　(C)3.　(D)4.

5. $\{(x,y)|x+y-2=0$ 且 $x-2y+4=0\}\subsetneqq\{(x,y)|y=3x+b\}$，则 $b=$________.

6. 已知集合 $A=\{x|x^2+3x-18>0\}$，$B=\{x|(x-k)\cdot(x-k-1)\leqslant0\}$，若 $A\cap B\neq\varnothing$，则 k 的取值范围是________.

7. 已知集合 $A=\{(x,y)|x^2+y^2=1,x,y\in\mathbf{R}\}$，$B=\{(x,y)|\frac{x}{a}-\frac{y}{b}=1,a>0,b>0,x,y\in\mathbf{R}\}$，当 $A\cap B$ 只有一个元素时，a、b 的关系式是________.

8. 已知 $A=\{x|x^2+3x+2\geqslant0\}$，$B=\{x|mx^2-4x+m-1>0,m\in\mathbf{R}\}$，若 $A\cap B=\varnothing$ 且 $A\cup B=A$，求 m 的取值范围.

9. 设 $A=\{x|x^2+4x=0\}$，$B=\{x|x^2+2(a+1)x+a^2-1=0\}$.

(1)若 $A\cap B=B$，求 a 的值；

(2)若 $A\cup B=B$，求 a 的值.

10. 已知集合 $A=\{(x,y)|y=x-2,x\in\mathbf{N}^*\}$，$B=\{(x,y)|y=a(x^2-x+1),x\in\mathbf{N}^*\}$，是否存在非零实数 a，使 $A\cap B\neq\varnothing$？若存在，求出 $A\cap B$；若不存在，说明理由.

§1.3　逻辑联结词和四种命题

考点知识　牢记在心
知识精要

1. 命题的概念

(1)命题是可以判断真假的语句,命题由题设和结论两部分构成.命题有真假之分,数学中的定义、公理、定理、公式等都是真命题.

(2)逻辑联结词有"或"、"且"、"非",不含逻辑联结词的命题叫做简单命题.由简单命题和逻辑联结词构成的命题叫做复合命题.复合命题的构成形式有三种:"p 或 q","p 且 q","非 p".

(3)判断复合命题真假的形式——真值表

p	真	真	假	假
q	真	假	真	假
p 且 q	真	假	假	假

p	真	真	假	假
q	真	假	真	假
p 或 q	真	真	真	假

p	真	假
非 p	假	真

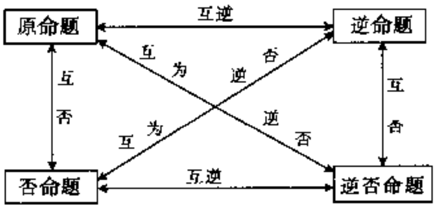
2. 命题的四种形式及相互关系

(1)命题的四种形式.

原命题:若 p 则 q.　逆命题:若 q 则 p.

否命题:若 $\neg p$ 则 $\neg q$.　逆否命题:若 $\neg q$ 则 $\neg p$.

(2)四种命题的关系



注意:①原命题与逆否命题、逆命题与否命题是等价关系.

③注意区分"命题的否定"与"否命题"这两个不同的概念.命题 p 的否定为"非 p",记作 $\neg p$,一般只是否定命题 p 的结论,否命题是对原命题"若 p 则 q"既否定它的条件,又否定它的结论.

3. 当一个命题的真假不易判断时,往往可以判断其逆否命题的真假,从而判断出原命题的真假.

4. 反证法

用反证法证明命题的一般步骤为:

(1)假设命题的结论不成立,即假设命题结论的反面成立.

(2)从这个假设出发,经过推理得出矛盾.

(3)由矛盾判断假设不正确,从而肯定命题的结论正确.

反证法的第一步是否定结论,在解决实际问题中,需掌握以下词语的否定.

词语	是	都是	大于(>)
词语的否定	不是	至少有一个	不大于(≤)

词语	所有的	任一个	至少一个	至多一个
词语的否定	某些	某个	一个也没有	至少两个

试解真题　了解趋势
考题试解

1. 命题 p:若 $a,b\in\mathbf{R}$,则 $|a|+|b|>1$ 是 $|a+b|>1$ 的充分而不必要条件;命题 q:函数 $y=\sqrt{|x-1|-2}$ 的定义域是 $(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$.则[2004 年·福建]　(　　)

(A)"p 或 q"为假.　(B)"p 且 q"为真.

(C)p 真 q 假.　(D)p 假 q 真.

2. 已知函数 $f(x)=\sin(\pi x-\frac{\pi}{2})-1$,则下列命题正确的是[2004 年·辽宁]　(　　)

(A)$f(x)$是周期为 1 的奇函数.

(B)$f(x)$是周期为 2 的偶函数.

(C)$f(x)$是周期为 1 的非奇非偶函数.

(D)$f(x)$是周期为 2 的非奇非偶函数.

3. 命题"若 $a>b$,则 $2^a>2^b-1$"的否命题为________.[2005 年·江苏]

4. 设 A、B 为两个集合,给出下列四个命题:

①$A\not\subseteq B\Leftrightarrow$对任意 $x\in A$,有 $x\notin B$;②$A\not\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=\varnothing$;

③$A\not\subseteq B\Leftrightarrow A\not\supseteq B$;④$A\not\subseteq B\Leftrightarrow$存在 $x\in A$,使得 $x\notin B$.

其中真命题的序号是________.(把符合要求的命题序号都填上)[2004 年·湖北]

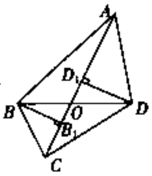
名师指点　注意领悟
例题精讲

【例 1】写出命题"若四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 将四边形分成面积相等的两个三角形,则直线 AC 必平分对角线 BD"的逆命题,判断这个逆命题是否正确,并给予证明.

[分析]逆命题是把原命题的条件与结论互换.写出逆命题后,再通过图形证明它是真命题.

[解析]其逆命题为:"若四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 平分对角线 BD,则 AC 将四边形平分成面积相等的两个三角形",它是真命题.

证明如下:



设 AC 与 BD 的交点为 O,且 $BO=DO$.

过 B、D 分别作 AC 的垂线 BB_1、DD_1,垂足分别为 B_1、D_1,由 $\angle BOB_1=\angle DOD_1$,知 $\triangle BOB_1\cong\triangle DOD_1$,

$\therefore BB_1=DD_1$.

于是 $\frac{1}{2}AC\cdot BB_1=\frac{1}{2}AC\cdot DD_1$,