

最新版21世纪高等学校导学与导考教材

廖少俊 编

大学物理

DAXUE WULI
JIETIZHIDAO

解题指导

陕西科学技术出版社

最新版 21 世纪高等学校导学与导考教材

大学物理解题指导

廖少俊 编

陕西科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理解题指导/廖少俊编. —西安: 陕西科学技术出版社, 2006. 1

ISBN 7-5369-4024-6

I. 大... II. 廖... III. 物理学—高等学校—解
题 IV. 04-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 132346 号

-
- 出 版 者 陕西科学技术出版社
西安北大街 131 号 邮编 710003
电话(029)87211894 传真(029)87218236
<http://www.snstp.com>
- 发 行 者 陕西科学技术出版社
电话(029)87212206 87260001
- 印 刷 西安信达雅印务公司
- 规 格 880mm × 1230mm 1/32 开本
- 印 张 10.125
- 字 数 370 千字
- 印 数 1~3 000
- 版 次 2006 年 4 月第 1 版
2006 年 4 月第 1 次印刷
- 定 价 17.00 元
-

版权所有 翻印必究

(如有印装质量问题,请与我社发行部联系调换)

前 言

大学物理是理工科大学生必修的重要的基础课之一。通过物理的学习,可以为以后的专业课学习打下牢固的基础。大学物理不仅仅是使学生全面掌握物理学的基本规律,更重要的是培养学生的逻辑思维能力和综合分析能力,培养学生严肃的科学态度和积极向上的研究热情。

学好大学物理一是对基本概念의 深刻理解,二是对高等数学的灵活运用。大学物理注重科学严谨。在大学物理中,充分运用微积分和矢量分析,严格定义各种物理量,严密论述各种物理定律。对于每一个物理名词,都应该理解它的物理含义。例如物体的质量,从化学的角度理解为物体含有物质的多少,而从物理的角度理解为物体的平动惯性的量度。再例如气体的温度,是大量分子无规则热运动剧烈程度的量度,气体的压强,是大量分子单位时间内对单位器壁面积的冲量,说个别分子的温度和压强是毫无意义的,也是不正确的。

可见,对基本概念의 深刻理解是非常重要的。有些人轻视概念的理解,往往做了很多题目而思考能力提高不显著。我们应该清楚,做题的目的是什么?是为了更加深入地理解基本概念,更加自觉地去正确思考问题和解决问题。只有这样,逻辑思维和综合分析的水平才能像芝麻开花一样节节高。

具备良好的数学功底,也是学好大学物理的关键。很多人往往做单纯的数学题目还可以,但是遇到具体的物理问题,却不知道如何运用数学去解决问题。这种数学和物理两张皮的现象,就是物理缺乏锐利的工具,数学无用武之处。

从数学和物理的发展历史来看,许多数学定律的发现,往往是在研究物理问题的时候提出的。现在我们应用微积分和矢量分析去解决物理问题,正好是返璞归真,物尽其用。同时,通过物理的学习,也可以更好地提高我们掌握数学的能力。

全书共十章,分别为质点力学、刚体力学、狭义相对论、静电场、磁场、电磁感应、热学、振动与波、光学和近代物理。每章先介绍基本概念,然后再进行例题的讲解。选择的例题,既有基本的各种形式的题目,又有历年高等院校招收硕士研究生的考试题目。排列顺序是基本的题目在前,研究生的考试题目在后,便于读者循序渐进,逐步深入逐步提高。每道例题的解答,都以清晰准确的语言描述物理的道理,应用数学的推导做到有条不紊,关键步骤鲜明,层次清楚,并尽可能用最简

捷的方法。有些例题提供了多种解法,启发读者从不同的角度去思考问题和解决问题。为了满足报考硕士研究生的学生的需要,在刚体力学中选择了一定数量的刚体非定轴转动的例题,在热学中选择了熵计算的例题。

读者在学习每一章时,首先应该对这一章的基本概念介绍进行认真细致的阅读,力求对这部分的基本概念有一个轮廓的印象。在解题的过程中,也可以翻阅有关概念的内容。每学完一章,做完该章的习题,都应该返回来把基本概念再理顺一番,争取在多角度理解方面更上一层楼。

对于每一道例题,读者不妨自己先思考一下,自己先做一遍,然后再看书中的讲解,这样可能效果更佳。通过比较,更容易找到自己在思维中的漏洞和解题技巧中的不足,从而加深对基本概念的理解,提高科学素养。

对于每一道例题,读者如果能够在脑海里形成清晰的物理图像,能够明白它的物理道理,自己又能利索地默解出来,那么,这个例题才算真正地搞懂了。这时候,举一反三、融会贯通就会是水到渠成了。

难和易是一对矛盾。所谓难者不会,会者不难。如果不会,再简单的题也是难题;如果会,再难的题也是简单题。不要轻视任何一个小概念和小问题,也不要惧怕任何一个复杂的概念和复杂的问题。充满自信,勇于面对困难,前面就是成功。

作者从事大学物理的教学二十多载,对大学物理的内容有着深刻的钻研,积累了丰富的经验。书中浸透了作者的心血,贯穿着作者的思维方式和教学心得。为了帮助大学生学习物理,开拓大学生的智慧潜力,指明大学物理中的精华和解题技巧,特编辑这本解题指导书。如果本书能为您指点迷津,将会使我备感欣慰。业精于勤荒于嬉。希望本书对有志于学好大学物理的人能助一臂之力。现代社会是科技日新月异的年代,必然越来越青睐有真才实学的人。衷心祝愿莘莘学子刻苦努力,心想事成,为祖国和人类做出巨大的贡献。

本书可供理工科大专院校、电视大学、职工大学、高等函授的学生自学,可作为报考硕士研究生人员复习的参考资料,以充分了解国内招考研究生有关大学物理的出题导向。对于从事物理教学的大学和中学教师,也可以将本书作为参考。

欢迎您使用本书。限于作者水平,书中难免有疏漏之处,希望读者指正。

编者

2006年3月于西安

目 录

第1章 质点力学	1
1.1 基本概念	1
1.2 习题与解答	3
第2章 刚体的定轴转动	58
2.1 基本概念	58
2.2 习题与解答	60
第3章 狭义相对论	82
3.1 基本概念	82
3.2 习题与解答	84
第4章 静电场	99
4.1 基本概念	99
4.2 习题与解答	101
第5章 磁场	129
5.1 基本概念	129
5.2 习题与解答	131
第6章 电磁感应	156
6.1 基本概念	156
6.2 习题与解答	158
第7章 热学	188
7.1 分子物理学基本概念	188
7.2 热力学基本概念	189
7.3 习题与解答	191
第8章 振动和波	227
8.1 振动基本概念	227
8.2 波动基本概念	228
8.3 习题与解答	230
第9章 波动光学	259
9.1 光的干涉基本概念	259

9.2	光的衍射基本概念	261
9.3	光的偏振基本概念	262
9.4	习题与解答	263
第 10 章	量子物理	293
10.1	基本概念	293
10.2	习题与解答	297
附录		318

第1章

质点力学

1.1 基本概念

1. 质点是研究物体运动规律时使用的最重要和最基本的物理模型. 当一个物体可以忽略大小和形状, 只考虑它的质量时, 可以作为质点处理

为了定性质点的运动, 必须确定参照系.

为了定量地研究质点的运动, 必须在参照系里建立坐标系. 坐标系的要素是原点和坐标轴. 常用的坐标系有直角坐标系、球坐标系、柱坐标系、自然坐标系等.

2. 确定质点的状态有3个基本的参量

$\mathbf{r}$ —— 位置矢量, 从坐标系原点指向质点所在的位置;

$\mathbf{v}$ —— 速度, 描述质点运动的快慢, $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$;

$\mathbf{a}$ —— 加速度, 描述质点速度变化的快慢, $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$.

在直角坐标系中, 这3个基本参量可表达为:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k},$$

$$\mathbf{v} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k},$$

$$\mathbf{a} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k} = \frac{dv_x}{dt}\mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt}\mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt}\mathbf{k}.$$

在自然坐标系中, 加速度可表达为:

$$\mathbf{a} = a_n\mathbf{n} + a_t\mathbf{t} = \frac{v^2}{\rho}\mathbf{n} + \frac{dv}{dt}\mathbf{t}$$

这里, $\mathbf{n}$ 和 $\mathbf{t}$ 分别为法向方向和切线方向的单位矢量; a_n 称为法向加速度, a_t 称为切向加速度, ρ 为曲率半径.

a_n 引起质点运动方向的改变, a_t 引起质点运动速度大小的改变.

有时, 只需要比较粗略的描述, 可能用到平均速度和平均加速度:

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t}, \bar{\mathbf{a}} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}$$

这里, $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$, 是从运动起点指向运动终点的矢量, 称为位移。

3. 运动方程: $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$

运动方程表示质点的位置矢量与时间的函数关系。

利用运动方程, 可以求得任意时刻质点的位置、速度和加速度; 反之, 若已知速度或加速度, 可以通过积分的方法逆向求出运动方程。

若 $\mathbf{a} = \text{constant}$, 质点做匀加速运动。抛体运动是匀加速运动, 它可以分解成水平方向和竖直方向两个同时独立进行的运动来研究。

4. 相对运动

在两个参照系 K 和 K' 中, 研究同一个质点 A 的运动, 注意下述公式中的下标轮换的规律性:

$$\text{相对速度 } \mathbf{v}_{AK} = \mathbf{v}_{AK'} + \mathbf{v}_{K'K},$$

$$\text{相对加速度 } \mathbf{a}_{AK} = \mathbf{a}_{AK'} + \mathbf{a}_{K'K}.$$

5. 力是使质点运动状态发生改变的原因, 它严格遵守牛顿三大定律。运用力的分析来解决系统问题的办法常有以下两种

① 联合体法:

当系统中的物体某些参量具有共同性时, 可以采用联合体法来解析运动。这时, 只分析系统所受到的外力, 而不考虑系统内各物体之间的相互作用力。

② 隔离体法:

对于隔离出来的物体, 必须把它受到的力全部画上去。当需要求出系统内物体之间相互作用力大小时, 就必须使用隔离体法。

如果参照系具有加速度 $\mathbf{a}$, 那么隔离体上必须加上惯性力 $\mathbf{F}_{\text{惯}} = -m\mathbf{a}$ 。

6. 力的作用效应

① 力的瞬时作用:

$$\text{牛顿第二定律 } \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \mathbf{v} \frac{dm}{dt}$$

当物体的质量在运动中发生变化时, 必须采用上述方法分析。而当物体的质量在运动中不发生改变时, 才可以使用 $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, 这时候, 力的瞬时作用是使物体产生了瞬时加速度。

② 力对时间的累积效应:

$$\text{动量定理 } \mathbf{I} = \int \mathbf{f} dt = \Delta(m\mathbf{v})$$

力对时间的累积效应是给予物体以冲量 $\mathbf{I}$, 它等于物体动量的改变。

③ 力对空间的累积效应:

动能定理 $A = \int \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r} = \Delta(\frac{1}{2}mv^2)$

力对空间的累积效应是对物体做功 A , 它等于物体动能的改变.

7. 当 $\oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 0$ 时, 称 $\mathbf{F}$ 为保守力

重力、弹性力、万有引力为保守力. 保守力的做功可用势能的改变来代替.

势能是由物体之间的位置所决定的能量.

重力势能 $E_p = mgh$, 势能零点可任意选择.

弹性势能 $E_p = \frac{1}{2}kx^2$, 势能零点选择在弹簧处于自然长度处.

万有引力势能 $E_p = -G\frac{Mm}{r}$, 势能零点选择在两物体相距无穷远处.

8. 功能原理

$$A_{\text{外力}} + A_{\text{非保守内力}} = \Delta E = \Delta(E_k + E_p)$$

式中 $E = E_k + E_p$, 称为机械能.

9. 动量守恒定律

当 $\sum \mathbf{F}_{\text{外}} = 0$ 时, $\sum m\mathbf{v} = \text{constant}$, 系统动量守恒.

在系统动量不守恒时, 系统也可能在某个方向上动量守恒:

当 $\sum F_{\text{外}x} = 0$ 时, $\sum mv_x = \text{constant}$, 系统在 x 方向动量守恒;

当 $\sum F_{\text{外}y} = 0$ 时, $\sum mv_y = \text{constant}$, 系统在 y 方向动量守恒.

在碰撞的情况下, 由于系统因碰撞而内力远远大于外力, 所以动量守恒.

10. 能量守恒定律

当 $A_{\text{外力}} + A_{\text{非保守内力}} = 0$ 时, $E = \text{constant}$, 系统能量守恒.

常遇到的情况是外力不做功, 而非保守内力(摩擦力等)不存在.

1.2 习题与解答

1.1 质点沿 x 轴做直线运动, 加速度 $a = 2t$. $t = 0$ 时, $x = 1$, $v = 0$, 求任意时刻质点的速度和位置.

解 质点做非匀加速的运动

$$\therefore a = dv/dt = 2t$$

$$\therefore dv = 2tdt$$

积分 $\int_0^x dv = \int_0^t 2t dt$

得 $v = t^2$

即 $\frac{dx}{dt} = t^2$

$$\therefore \int_1^x dx = \int_1^t t^2 dt$$

可得 $x = 1 + \frac{1}{3}t^3$

1.2 质点沿 x 轴做直线运动, 速度 $v = 1 + 2x$, 初始时刻质点位于原点, 求质点的位置和加速度.

解 $\because v = \frac{dx}{dt} = 1 + 2x$

$$\therefore \int_0^x \frac{dx}{1 + 2x} = \int_0^t dt$$

$$\frac{1}{2} \ln(1 + 2x) = t$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}(e^{2t} - 1)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = 2e^{2t}$$

1.3 质点沿 x 轴正向做直线运动, 加速度 $a = -mx$ (m 为正常数). $t = 0$ 时, $x = 0, v = v_0$, 在什么位置质点停止运动?

解 $\because a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx}$

$$\therefore v \frac{dv}{dx} = -mx$$

积分 $\int_{v_0}^v v dv = \int_0^x -mx dx$

可得 $\frac{1}{2}(v^2 - v_0^2) = -\frac{1}{2}mx^2$

$$\therefore v^2 - v_0^2 = -mx^2$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - mx^2}$$

质点停止运动时 $v = 0$

$$\therefore x = \frac{v_0}{\sqrt{m}} \quad (x = -\frac{v_0}{\sqrt{m}} \text{舍去})$$

1.4 一质点做圆周运动,其角位置 $\theta = t^2 + 1(\text{rad})$, t 以 s 计,半径 $R = 1\text{m}$, 问 θ 多大时,其切向加速度大小是总加速度大小的 $1/2$?

解

$$\because a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

$$a_t = R\beta = \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \cdot R$$

$$= (2t)^2 \cdot R$$

$$= 2(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$$

$$a_n = \omega^2 R = R \frac{d^2\theta}{dt^2} = 4t^2(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$$

$$\therefore \frac{a_t}{a} = \frac{2}{\sqrt{2^2 + (4t^2)^2}} = \frac{1}{2}$$

可得

$$t = \sqrt[4]{\frac{3}{4}} = 0.931(\text{s}).$$

1.5 一质点沿圆周运动,其切向加速度与法向加速度的大小恒保持相等. 设 θ 为质点在圆周上任意两点速度 v_1 与 v_2 之间的夹角. 试证: $v_2 = v_1 e^\theta$.

证

$$\because a_n = v^2/R$$

$$a_t = dv/dt$$

$$\therefore \frac{v^2}{R} = \frac{dv}{dt} = v \frac{dv}{ds}$$

即

$$\frac{ds}{R} = \frac{dv}{v}$$

$$\therefore \int_0^s \frac{ds}{R} = \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v}$$

$$\frac{s}{R} = \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$\because \frac{s}{R} = \theta$$

$$\therefore v_2 = v_1 e^\theta$$

1.6 质点做半径为 R 的圆周运动,其速度 $v = 2t$, 求: 质点任意时刻的加速度.

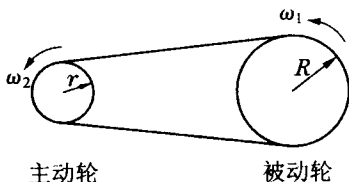
解

$$\therefore a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{4t^2}{R}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = 2$$

$$\therefore \boldsymbol{a} = \frac{4t^2}{R} \boldsymbol{e}_n + 2\boldsymbol{e}_t$$

1.7 半径为20cm的主动轮通过皮带拖动半径为50cm的被动轮转动,皮带与轮之间无相对滑动.主动轮从静止开始匀角加速转动,在4s内被动轮角速度达到 $8\pi\text{rad/s}$,则主动轮在这段时间内转了多少圈?



题 1.7 图

解 $\because$ 皮带与轮之间无相对滑动

$$\therefore r \cdot \omega_2 = R\omega_1$$

$$t = 0 \text{ 时}, \omega_{10} = \omega_{20} = 0$$

$$t = 4\text{s 时}, \omega_1 = 8\pi(\text{rad/s})$$

$$\therefore \omega_2 = \frac{R}{r}\omega_1 = 20\pi(\text{rad/s})$$

$$\text{又 } \omega_2 - \omega_{20} = \beta_2 t$$

$$\therefore \beta_2 = \frac{\omega_2 - \omega_{20}}{t} = 5\pi(\text{rad/s}^2)$$

4s内主动轮转过的角度

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= \frac{1}{2}\beta_2 t^2 = \frac{1}{2} \cdot 5\pi \cdot 4^2 \\ &= 40\pi \end{aligned}$$

$$N = \frac{\Delta\theta}{2\pi} = 20(\text{圈})$$

1.8 求证在猎人枪击猴子的演示中,不论子弹的初速度如何,总能击中猴子(不计空气阻力).

证 设子弹瞄准猴子水平射出,初速度为 v_0 ,垂直方向为自由落体运动,猴子也做自由落体运动,则

$$\begin{aligned} \therefore \boldsymbol{v}_{\text{弹猴}} &= \boldsymbol{v}_{\text{弹地}} + \boldsymbol{v}_{\text{地猴}} \\ &= \boldsymbol{v}_{\text{弹地}} - \boldsymbol{v}_{\text{猴地}} \\ &= \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{g}t - \boldsymbol{g}t \end{aligned}$$

$$= v_0$$

∴ 子弹相对于猴子的速度为子弹的初速度, 只要一开始瞄准猴子总能击中.

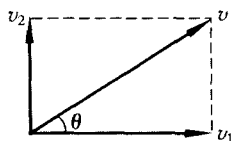
1.9 东流的江水, 流速为 $v_1 = 4\text{m/s}$, 一船在江中以航速 $v_2 = 3\text{m/s}$ 向正北行驶. 试求: 岸上的人将看到船以多大的速率 v , 向什么方向航行?

解 船相对于岸的速度

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$$

$$\therefore v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\text{m/s})$$

$$\text{方向 } \theta = \tan^{-1} \frac{v_2}{v_1} = \tan^{-1} \frac{3}{4} = 36.87^\circ$$



题 1.9 图

1.10 有一水平飞行的飞机, 速度 v_0 , 在飞机上以水平速度 v 向前发射一枚炮弹并计时, 略去空气阻力, 假设发炮过程不影响飞机的速度. 求

(1) 以地面为参照系, 炮弹的运动方程和轨迹方程;

(2) 以飞机为参照系, 炮弹的运动方程和轨迹方程.

解 (1) 以地球为参照系, 炮弹的运动方程

$$\begin{cases} x = (v + v_0)t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$\text{轨道方程 } y = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v + v_0}\right)^2$$

(2) 以飞机为参照系, 炮弹的运动方程

$$\begin{cases} x = vt \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$\text{轨道方程 } y = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v}\right)^2$$

1.11 路灯距地面高度 h , 身高为 l 的人以速度 v_0 在路上匀速行走, 见图. 求人影中头顶的移动速度, 并求影长增长的速度.

解 在图示的坐标系中, 人坐标为 x_1 , 人影头顶坐标为 x_2 , 设人影头顶的移动速度为 v , 影长增长的速度为 u , 则有

$$v = \frac{dx_2}{dt}$$

$$v_0 = \frac{dx_1}{dt}$$

$x_2 - x_1$ 为人影长度, 因此

$$u = \frac{d}{dt}(x_2 - x_1) = \frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_1}{dt}$$

由图知

$$\frac{h}{x_2} = \frac{l}{x_2 - x_1}$$

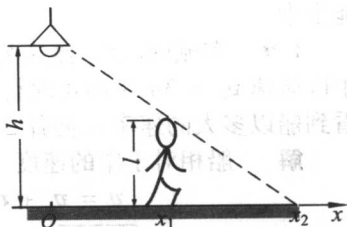
$$x_2 = \frac{h}{h-l} x_1$$

故有

$$v = \frac{dx_2}{dt} = \frac{h}{h-l} \frac{dx_1}{dt}$$

$$= \frac{h}{h-l} v_0$$

$$u = \frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_1}{dt} = \frac{l}{h-l} v_0$$

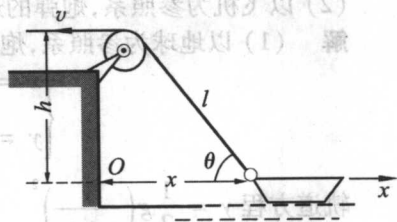


题 1.11 图

1.12 湖中有一小船, 岸边有人用绳子通过一高处的滑轮拉船, 如图所示, 人收绳的速度为 v . 问:

(1) 船的运动速度 u (沿水平方向) 比 v 大还是小?

(2) 如果保持收绳的速度 v 不变, 船是否做匀速运动? 如不是, 其加速度如何?



题 1.12 图

解 将船看作质点, 在如图所示的坐标系中, 船到滑轮的绳长为 l , 滑轮距水面的高度为 h , 依题意

$$v = \left| \frac{dl}{dt} \right|$$

$$u = \frac{dx}{dt}$$

(1) 由图知

$$x^2 = l^2 - h^2$$

有

$$2x \frac{dx}{dt} = 2l \frac{dl}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{l}{x} \frac{dl}{dt}$$

$$|u| = \left| \frac{dx}{dt} \right| = \frac{l}{x} \left| \frac{dl}{dt} \right| = \frac{l}{x} v$$

故
$$u = -\frac{l}{x} v = -\frac{v}{\cos\theta}$$

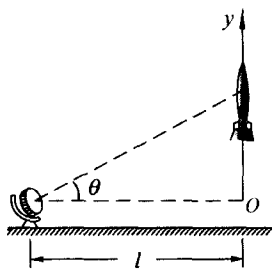
负号表示船的运动方向向左, $|u| > v$.

(2) 船做变速运动, 其加速度为

$$\begin{aligned} a &= \frac{du}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \\ &= \frac{d}{dt} \left(-\frac{l}{x} v \right) = -\frac{v^2}{x^3} (l^2 - x^2) \end{aligned}$$

或
$$a = -\frac{v^2}{x} \tan^2 \theta$$

1.13 雷达与火箭发射台的距离为 l , 观测沿竖直方向向上发射的火箭, 如图. 观测得 θ 的规律为 $\theta = kt$ (k 为常数). 试写出火箭的运动学方程, 并求出当 $\theta = \frac{\pi}{6}$ 时, 火箭的速度和加速度.



题 1.13 图

解 由图所示的坐标系知

$$y = l \tan \theta = l \tan kt$$

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{lk}{\cos^2 kt}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 2lk^2 \tan kt \cdot \sec^2 kt$$

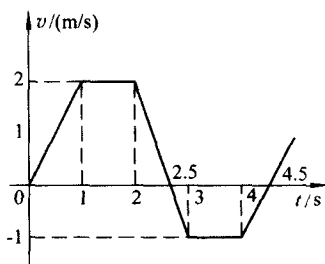
当 $\theta = \frac{\pi}{6}$ 时

$$v = \frac{4}{3} lk$$

$$a = \frac{8\sqrt{3}}{9} lk^2$$

因此, 火箭在加速上升.

1.14 一质点沿 x 轴做直线运动, 其 $v-t$ 曲线如图所示, 如 $t=0$ 时, 质点位于坐标原点, 求 $t=4.5$ s 时, 质点在 x 轴上的位置.



题 1.14 图

解 运动曲线与时间轴包围的面积表示位移,有正、负区别.

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{2}(1+2.5) \times 2 - \frac{1}{2}(1+2) \times 1 \\ &= 2(\text{m}) \end{aligned}$$

1.15 一物体从某一确定高度以 v_0 的速度水平抛出,已知它落地时的速度为 v_t ,那么它运动的时间是多少?

解 物体在水平方向做匀速直线运动,在垂直方向做自由落体运动

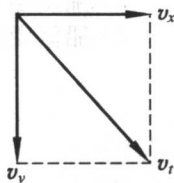
$$v_t = v_x + v_y$$

$$v_x = v_0$$

$$v_y = gt$$

$$\text{又 } v_y = \sqrt{v_t^2 - v_0^2}$$

$$\therefore t = \frac{\sqrt{v_t^2 - v_0^2}}{g}$$



题 1.15 图

1.16 如图所示, P 点是一圆的竖直直径的上端点,一质点从 P 点开始分别沿不同的弦无摩擦下滑,求证到达各弦的下端所用的时间是相同的.

解 设圆的直径为 d ,弦与直径的夹角为 α ,则弦长 $S = d \cos \alpha$,物体沿弦滑行的加速度为 $g \cos \alpha$.

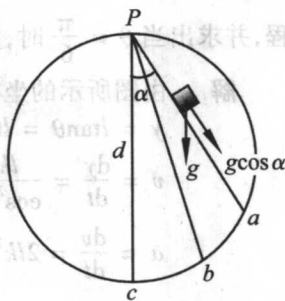
$$\therefore S = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}g \cos \alpha t^2$$

$$\therefore d \cos \alpha = \frac{1}{2}g \cos \alpha t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2d}{g}}$$

与 α 无关.

$\therefore$ 质点沿各弦下滑所用时间是相同的.



题 1.16 图

1.17 质点沿半径为 R 的圆做圆周运动,运动方程为 $\theta = 3 + 2t^2$ (rad). 求任意时刻,质点的法向加速度、切向加速度和角加速度.

解 $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 4t$