

● 浙江省中等职业教育教材配套复习用书

◆ 上海东方激光教育文化有限公司 组编

(配人教版)

浙江中职导学与同步训练 ● 第一册

数学

(高一上学期)

中国三峡出版社

浙江省中等职业教育教材配套复习用书

浙江中职数学与同步训练 (配人教版)
第一册

数 学

(高一上学期)

◆ 上海东方激光教育文化有限公司 组编

编委会主任	江照富				
编委会副主任	江再智	潘月林			
丛 书 编 委	李福林	陈岳松	王 岗	卢文静	
	项琳冰	傅妙西	李彩云		
本 册 主 编	郭海英				
本 册 副 主 编	谢苻青				
本 册 编 委	林银彪	张丽华	江德音	邵灵华	

中国三峡出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

浙江省中职导学与同步训练. 第一册: 人教版
/ 上海东方激光教育文化有限公司 组编.

— 北京: 中国三峡出版社, 2005. 8

ISBN 7-80099-971-8

I. 浙… II. 上… III. ①语文课 - 专业学校 - 教学参考资料
②数学课 - 专业学校 - 教学参考资料 ③英语课 - 专业学校 - 教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 084101 号

责任编辑 马文晓

特约编辑 苏宁萍 陈 瑜

中国三峡出版社出版发行

(北京市海淀区太平路 23 号院 12 号楼 100036)

电话: (010) 68218553 51933037

<http://www.e-zgsx.com>

E-mail: sanxiaz@sina.com

江阴市天江印刷有限公司印制 新华书店经销

2005 年 9 月第 1 版 2005 年 9 月第 1 次印刷

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 56 字数: 1344 千字

ISBN 7-80099-971-8

定价: 78.00 元 (全八册)

前 言

为了适应中等职业教育教学改革、发展新形势的需要,全面推进素质教育,认真贯彻教育部颁发的中等职业学校课程教学大纲的精神,我们组织了一批具有丰富实践经验、熟悉教学一线实际情况的教研员和骨干教师编写了这套《导学与同步训练》系列丛书,旨在对教材的学习内容进行系统的梳理、提炼,且通过单元测试、期中测试、期末测试等形式,及时巩固、加强已学的知识,把握教材的知识点,促进学生知识系统的形成,提高学生分析问题和解决问题的能力。

本套丛书为教师的教学和检测提供实用的材料,为学生消化巩固所学内容及时提供实在的依据,特别是为有志参加浙江省高等职业技术教育招生考试(单考单招)的学生提供具有系统性、针对性的学习资料。

本套丛书包括语、数、英三个学科,《导学与同步训练——语文》系列依据人教版中等职业教育国家规划教材编写;《导学与同步训练——数学》系列依据人民教育出版社基础版的教材编写;《导学与同步训练——英语》系列依据浙江人民出版社的教材编写。同时各科的编写均参考了浙江省高等职业技术教育招生考试大纲。

《导学与同步训练——数学》(配人教版)分复习用书四册及测试卷四册,根据每个学期编写复习用书一册和测试卷一册。高一上册编写了第一册教材中第一章到第四章的内容,高一下册编写了第一册教材中第五章和第六章的内容;高二上册编写了第二册教材中第八章和第九章的内容,高二下册编写了第二册教材中第十章和第十一章的内容。但不包括选学部分。

数学复习用书编写特点是:

1. 同步 反映中等职业教育教学大纲的知识点,紧扣教材基本内容,与材料、与学生日常学习同步。

2. 实用 按课时编写,每课时都梳理了本课所对应的概念、定理、公式、性质或重要的结论等,以帮助学生理清各章节的知识要点;并通过典型例题的讲解与点评,引导学生会应用所学的知识去解决相关问题,并且能举一反三,把知识学活学精;再对本课时的内容进行自我检查,配有基础题和提高题。

3. 层次 根据职校学生的特点和实际水平按层次进行编写。每节配有相应的测试题,每章、期中和期末都配有A、B卷。A卷属于基本要求,突出学生对基础知识的掌握;B卷属于较高要求,注重知识面的拓展与学生综合能力的培养。

本册复习用书由郭海英任主编,谢苻青任副主编,林银彪、张丽华、江德音、邵灵华等参加了编写。由于组稿时间紧迫,书中难免存在一些不足,恳请广大师生批评指正,以便我们不断完善。

丛书编写组

E-mail: 0571donghang@sina.com

2005年9月

目 录

第一章 集合与数理逻辑用语	1
一、集合及其运算	1
1.1 集合及其表示方法	1
1.1.1 集合的概念	1
1.1.2 集合的表示方法	3
1.2 集合之间的关系	5
1.3 集合的运算	7
1.3.1 集合运算(一)	7
1.3.2 集合运算(二)	10
二、数理逻辑用语	13
1.4 命题与量词	13
1.5 命题联结词	14
1.6 充分条件与必要条件	17
1.7 集合与数理逻辑用语的关系	20
综合测试卷(A)	23
综合测试卷(B)	25
第二章 不等式	
一、不等式的性质与证明	28
2.1 实数的大小与不等式	28
2.2 不等式的性质	30
二、不等式的解法	34
2.3 不等式的解集与区间	34
2.4 一次不等式和不等式组的解法	35
2.5 一元二次不等式的解法	38
2.6 分式不等式的解法	41
2.7 含有绝对值的不等式	44

三、不等式的应用	47
2.8 不等式的应用	47
综合测试卷(A)	50
综合测试卷(B)	52
第三章 函数	
一、函数	55
3.1 映射与函数	55
3.2 函数的图象	59
3.3 函数的单调性和奇偶性	63
3.3.1 函数的单调性	63
3.3.2 函数的奇偶性	66
3.4 反函数	69
二、一元一次函数和一元二次函数	73
3.5 一次函数的性质	73
3.6 一元二次函数的性质	76
3.6.1 一元二次函数的性质(一)	76
3.6.2 一元二次函数的性质(二)	79
3.7 待定系数法	83
3.8 一次函数和二次函数的应用	86
3.8.1 一次函数和二次函数的应用(一)	86
3.8.2 一次函数和二次函数的应用(二)	89
期中测试卷(A)	92
期中测试卷(B)	97
三、指数与指数函数	102
3.9 有理指数	102
3.10 指数函数	105
四、对数与对数函数	110
3.11 对数	110
3.12 积、商、幂的对数	113

3.13 换底公式与自然对数	116
3.14 对数函数	119
综合测试卷(A)	124
综合测试卷(B)	127
第四章 数列	
4.1 数列的概念	130
4.2 等差数列	133
4.3 等比数列	136
4.4 等差数列与等比数列的应用	139
综合测试卷(A)	142
综合测试卷(B)	145
期末测试卷(A)	148
期末测试卷(B)	152
参考答案	156
打击盗版 举报有奖	179

第一章 集合与数理逻辑用语

一、集合及其运算

1.1 集合及其表示方法

1.1.1 集合的概念

【知识要点】

1. 能够确定的对象的全体构成集合(或集);构成集合的每个对象叫做这个集合的元素.
2. 集合常用大写字母 $A, B, C \cdots$ 表示,元素常用小写字母 $a, b, c \cdots$ 表示.
3. 元素与集合关系:如果 a 是集合 A 的元素,记作 $a \in A$;如果 a 不是集合 A 的元素,记作 $a \notin A$.
4. 集合中元素的特征:确定性、互异性、无序性.
5. 常用数集:自然数集(N);整数集(Z);有理数集(Q);实数集(R);在自然数集内排除 0 的集合,记作 N_+ 或 N^* .
6. 集合的分类:含有有限个元素的集合叫做有限集,含有无限个元素的集合叫做无限集.

【例题解析】

【例 1】 下列语句是否确定一个集合.

- (1) 我校高一年级的所有高个子学生; (2) 小于 8 的整数的全体;
(3) 方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解; (4) 接近于 0 的自然数全体.

【分析】 关键是语句中的对象是否“具有明确的标准”.

【解】 (1)“高个子”无明确的标准,因此“我校高一年级的所有高个子学生”不能构成集合.

(2) 任给一个实数 x ,可以明确地判断是不是“小于 8 的整数”.故“小于 8 的整数的全体”构成集合.

(3) 任给一个实数 x ,明确地判断是不是“方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解”.故“方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解”构成集合.

(4)“接近于 0”标准不确定,所以“接近于 0 的自然数全体”不能构成集合.

【点评】 只要对象是确定的,看作一个整体,便形成一个集合.否则不然.

【例 2】 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空.

- (1) -2 _____ N ; (2) 0 _____ Z ; (3) $\frac{2}{3}$ _____ Q ; (4) π _____ R .

【分析】 由元素是否满足元素所在集合的条件来确定.是,用“ $\in$ ”;不是,用“ $\notin$ ”.

【解】 (1) $\notin$ (2) $\in$ (3) $\in$ (4) $\in$

【点评】 符号“ $\in$ ”、“ $\notin$ ”是表示元素与集合之间的关系.

【同步精练】

基础题

一、选择题

1. 下列语句能确定一个集合的是 ()
- A. 本班性格开朗的学生 B. $\sqrt{2}$ 的近似值
- C. 身高大于 1.7 米的我校全体学生 D. 比较小的正整数
2. 下列语句不能确定一个集合的是 ()
- A. 平面上到点 O 的距离等于 1 的点的全体
- B. 不超过 10 的非负数
- C. 著名的科学家
- D. 质数的全体
3. 下列集合是有限集的是 ()
- A. 有理数集 B. 本班全体学生的集合
- C. 直角坐标系中第二象限内的点的集合 D. 正三角形集合
4. 下列关系正确的是 ()
- A. $0 \in \mathbf{N}$ B. $3.14 \in \mathbf{Z}$ C. $\sqrt{5} \in \mathbf{Q}$ D. $\pi \notin \mathbf{R}$
5. 下列四个集合:
- ① 联合国成员构成的集合;
- ② 所有正方形所构成的集合;
- ③ 我校图书馆藏书所构成的集合;
- ④ 比 0 大且比 1 小的实数构成的集合. 其中无限集是 ()
- A. ①② B. ①③ C. ③④ D. ②④
6. 由 0, 1, 2, 1, 3 构成的集合中, 共有元素 ()
- A. 5 个 B. 4 个 C. 3 个 D. 2 个

二、填空题

7. 用符号 $\notin$ 与 $\in$ 填空.

(1) $3 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$; (2) $-\sqrt{3} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$; (3) $3\frac{2}{3} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Z}$;

(4) $-\frac{2}{5} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$; (5) $3.14 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{R}$.

8. 方程 $x^2 - 16 = 0$ 的解所构成的集合中的元素是_____.

9. 构成单词 mathematics 的字母所组成的集合中共有_____个元素.

三、解答题

10. 由小于 20 的正奇数全体构成的一个集合中, 共有多少个元素, 分别是什么?

11. 请说出三个能构成集合的例子.

12. 请分别举出两个可构成有限集和无限集的例子.

提高题

1. 两个自然数的和与两个整数的商各一定属于什么数集?

2. 两个自然数的差与两个无理数的积各一定属于什么数集?

1.1.2 集合的表示方法

【知识要点】

1. 将集合中的元素一一列举出, 写在大括号内表示集合的方法叫做列举法. 元素间用“,” 分隔.

2. 把集合中元素的公共属性描述出来, 写在大括号内表示集合的方法叫做性质描述法. 它的一般形式是 $\{x \in I \mid p(x)\}$.

3. a 与 $\{a\}$ 的区别, 前者是元素, 而后者是集合.

【例题解析】

【例 1】用列举法表示下列集合.

(1) $\{x \mid x^2 - 9 = 0\}$; (2) $\{x \mid x \text{ 大于 } 3 \text{ 且不大于 } 8 \text{ 的全体偶数}\}$.

【分析】用列举法表示集合时, 先要搞清集合中的元素, 然后在大括号内一一写出, 元素间用逗号分开. (1) 元素是方程 $x^2 - 9 = 0$ 的解; (2) 元素是大于 3 且不大于 8 的偶数.

【解】(1) $\{-3, 3\}$. (2) $\{4, 6, 8\}$.

【点评】列举法即是将集合中的元素不重复、不遗漏、不计顺序的列出来.

【例 2】用描述法表示下列集合.

(1) 正偶数; (2) 被 5 除余 2 的整数全体.

【分析】(1) 正偶数是大于 0 且是 2 的倍数; (2) 被 5 除余 2 的就是比 5 的倍数大 2 的数.

【解】(1) $\{x \mid x = 2n, n \in \mathbb{N}_+\}$ 或 $\{\text{正偶数}\}$. (2) $\{x \mid x = 5n + 2, n \in \mathbb{Z}\}$.

【点评】用描述法表示集合时, 大括号内可以用文字描述, 也可以用数学式子描述. 用文字描述时, 要文字精练, 概念准确.

【同步精练】

基础题

一、选择题

1. 用列举法表示集合 $A = \{x \mid (x-2)(x+3) = 0\}$, 正确的是 ()

A. $\{2, 3\}$

B. $\{2, -3\}$

C. $\{-2, 3\}$

D. $\{-2, -3\}$

2. 用列举法表示小于 5 的自然数全体构成的集合, 正确的表示是 ()
- A. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ B. $\{1, 2, 3, 4\}$
 C. $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
3. 下列表示集合 $\{-1, 1\}$ 不正确的是 ()
- A. $\{x \mid |x| = 1\}$ B. $\{x \mid x^2 = 1\}$
 C. $\{x \mid \sqrt{x^2} = 1\}$ D. $\{(\sqrt{x})^2 = 1\}$
4. 由 8 的正因数组成的集合 ()
- A. 1, 2, 4, 8 B. $\{2, 4, 8\}$ C. $\{2, 4\}$ D. $\{1, 2, 4, 8\}$
5. 用列举法表示集合 $\{(x, y) \mid x + 2y = 7, \text{且 } x, y \text{ 为正整数}\}$, 结果是 ()
- A. $\{x = 5, 3, 1; y = 1, 2, 3\}$ B. $\{(5, 1), (3, 2), (1, 3)\}$
 C. $\{(1, 5), (2, 3), (3, 1)\}$ D. $\{(7, 0), (5, 1), (3, 2), (1, 3)\}$
6. 用性质描述法表示大于 3 且不大于 11 的全体有理数的集合 ()
- A. $\{x \mid x > 3 \text{ 或 } x \leq 11\}$ B. $\{x \mid 3 < x \leq 11\}$
 C. $\{x \mid 3 < x \leq 11, x \in \mathbf{Z}\}$ D. $\{x \mid 3 < x \leq 11, x \in \mathbf{Q}\}$

二、填空题

7. 用适当的方法表示下列集合:

- (1) 适合不等式 $-3.2 < x \leq 4$ 的全体整数_____.
- (2) 绝对值小于 4 的全体实数_____.
- (3) 与 8 相差 4 的数的集合_____.
- (4) 小于 500 的全体正奇数集合_____.

三、解答题

8. 把下列集合改用另一种方法表示出来:

- (1) $A = \{\text{倒数后仍是本身的数}\}$;
 (2) $B = \{2, 4, 6, 8\}$;
 (3) $C = \{x \mid x = 2n - 1, n \in \mathbf{N} \text{ 且 } n < 7\}$.

提高题

1. 用集合表示方程组: $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = -2 \end{cases}$ 的解集.

2. 由 4 和 6 的所有公倍数所组成的集合.

1.2 集合之间的关系

【知识要点】

1. 子集: 若集合 A 中的任一个元素都是集合 B 中的元素, 则集合 A 叫做集合 B 的子集. 记作 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$, 读作集合 A 包含于集合 B 或集合 B 包含集合 A , 即 $\forall x \in A$ 都有 $x \in B \Rightarrow A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$.

2. 任何一个集合 A 都是它本身的子集, 即 $A \subseteq A$.

3. 集合 A 不是集合 B 的子集, 记作 $A \not\subseteq B$ 或 $B \not\supseteq A$, 读作集合 A 不包含于集合 B 或集合 B 不包含集合 A .

4. 空集: 不含任何元素的集合, 记作 $\emptyset$.

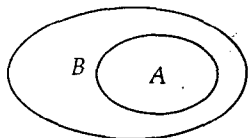
空集是任一个集合的子集, 即 $\emptyset \subseteq A$.

5. 真子集: 若集合 A 是集合 B 的子集, 且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A , 则集合 A 叫做集合 B 的真子集. 记作 $A \subsetneq B$ 或 $B \supsetneq A$. 读作集合 A 真包含于集合 B 或集合 B 真包含集合 A (如图 1) 即 $A \subseteq B$, 但至少 $y \in B$ 且 $y \notin A \Rightarrow A \subsetneq B$ 或 $B \supsetneq A$.

空集是任何非空集合的真子集. 集合 $A \neq \emptyset$, 则 $\emptyset \subsetneq A$.

6. 若 $A \subseteq B, B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$; 若 $A \subsetneq B, B \subsetneq C$, 则 $A \subsetneq C$.

7. 集合相等: 若两个集合的元素完全相同, 则这两个集合相等, 即 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$.



【例题解析】

【例 1】用适当的符号“ $\in$ 、 $\notin$ 、 $=$ 、 $\subseteq$ 、 $\supsetneq$ ”填空.

(1) $\{1\}$ _____ $\{1, 2, 3, \}$; (2) 1 _____ $\{1, 2, 3, \}$; (3) 0 _____ $\emptyset$;

(4) 0 _____ $\{0\}$; (5) $\mathbf{R}$ _____ $\mathbf{Z}$;

(6) $\{a, c, b\}$ _____ $\{a, b, c\}$.

【分析】首先要分清是“元素与集合”的关系, 还是“集合与集合”的关系, 若是集合之间的关系, 还要分清是什么关系.

【解】(1) $\subseteq$ (2) $\in$ (3) $\notin$ (4) $\in$ (5) $\supsetneq$ (6) $=$

【点评】符号“ $\in$ 、 $\notin$ ”表示元素与集合间的关系, 而“ $=$ 、 $\subseteq$ 、 $\supsetneq$ ”是用来表示集合与集合之间的关系的符号, 要特别注意这两类符号之间的区别.

【例 2】写出集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集与真子集

【分析】子集包括由 a, b, c 中的一个, 两个, 三个构成的所有集合及空集, 真子集是去掉了本身的所有子集.

【解】集合 $\{a, b, c\}$ 的子集: $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$;

真子集: $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$.

【点评】本题中子集有 8 个, 真子集有 7 个, 但在解题过程中常常漏掉空集与本身. 一般地, 集合 A 含有 n 个元素, 则它的子集有 2^n 个, 真子集有 $2^n - 1$ 个.

【例 3】写出满足 $\{1, 2\} \subsetneq A \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$ 的所有集合 A .

【分析】一方面 A 是集合 $\{1, 2, 3, 4\}$ 的子集, 另一方面 A 真包含 $\{1, 2\}$, 因此 A 中至少有 3 个且必有元素 1, 2, 而 3, 4 元素中含一个或两个均可.

【解】满足条件的集合 A 有: $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$.

【点评】 本题要特别注意集合 A 前后两个符号的不同意义, 严格区分.

【例 4】 已知 $A = \{x \mid x^2 + x - 2 = 0\}$, $B = \{x \mid mx - 1 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求 m 的值

【分析】 集合 A, B 都是方程的解集, 首先要搞清集合 A 的元素是什么, 然后由 $B \subseteq A$ 可知, 集合 B 是空集或单元素集合, 即方程 $mx - 1 = 0$ 无解或一个解.

【解】 $A = \{x \mid x^2 + x - 2 = 0\} = \{-2, 1\}$

$\because B \subseteq A, \therefore$ 方程 $mx - 1 = 0$ 的解是 -2 或 1 或无解

当方程 $mx - 1 = 0$ 的解是 -2 时, $-2m - 1 = 0$, 得 $m = -\frac{1}{2}$

当方程 $mx - 1 = 0$ 的解是 1 时, $m - 1 = 0$, 得 $m = 1$

当方程 $mx - 1 = 0$ 无解时, 得 $m = 0$

所以 m 的值为 $-\frac{1}{2}$ 或 1 或 0 .

【点评】 集合 A 有两个元素, 而集合 B 最多有一个元素, 由 $B \subseteq A$ 可知, B 是 A 的子集, 因此 B 有三种可能性. 但特别要注意 $B = \emptyset$ 的情况.

【同步精练】

基础题

一、选择题

1. 集合 $M = \{a, b, c\}$ 的所有子集个数为 ()

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

2. 下列关系式正确的是 ()

A. $0 \in \emptyset$ B. $\{0\} = \emptyset$ C. $\emptyset \subseteq \{0\}$ D. $\emptyset \in \{0\}$

3. 若集合 $M = \{x \mid -2 < x \leq 1, x \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{-1, 0, 1\}$, 则集合 M 与 N 的关系正确的是 ()

A. $M \subseteq N$ B. $M = N$ C. $M \supseteq N$ D. 以上都有可能

4. 下列关系中不正确的是 ()

A. $\{2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\}$ B. $\{x \mid (x+1)(x-2) = 0\} = \{-1, 2\}$

C. $\{\text{偶数}\} \supseteq \{\text{奇数}\}$ D. $\{\text{正方形}\} \subseteq \{\text{菱形}\}$

5. 设 $P = \{x \mid x \leq 3\}$, $a = 2\sqrt{2}$, 则 ()

A. $a \subseteq P$ B. $a \notin P$

C. $\{a\} \subseteq P$ D. $\{a\} \in P$

6. 设集合 $M = \{(x, y) \mid 2x - y = 1\}$, 下述结论正确的是 ()

A. $(2, 3) \in M$ B. $(2, 3) \subseteq M$

C. $\{2, 3\} \subseteq M$ D. $\{(2, 3)\} = M$

二、填空题

7. 用适当的符号“ $\in$ 、 $\notin$ 、 $=$ 、 $\subseteq$ 、 $\supseteq$ ”填空.

(1) a ; $\{a, b, c\}$; (2) $\{1, 2, 3\}$ $\{1, 2\}$; (3) $\emptyset$ $\{x \mid x^2 + 1 = 0\}$;

(4) $\{a\}$ $\{a, b, c\}$; (5) 0 $\{1, 2, 3\}$; (6) $\{\text{彩电}\}$ $\{\text{家用电器}\}$.

8. 设 $A = \{x \mid x \leq -5\}$, $a = -6$, $B = \{x \mid x \leq -3\}$, 则 a 与 A 的关系是 a A ,
 B 与 A 的关系是 B A .

9. 设集合 $A = \{1, 3, a\}$, $B = \{1, a^2 - a + 1\}$ 且 $A \supseteq B$, 则 $a =$.

三、解答题

10. 写出集合 $\{0, 5, 10\}$ 的所有子集与真子集.

11. 指出下列各对集合之间的关系:

(1) $A = \{\text{本班学生}\}, B = \{\text{本班的班干部}\};$

(2) $A = \{x \mid 10 < x \leq 14, x \in \mathbf{Z}\}, B = \{11, 12, 13, 14\};$

(3) $A = \{\text{偶数}\}, B = \mathbf{Z}.$

12. 已知 $\{a, b\} \subseteq M \subsetneq \{a, b, c, d\}$, 写出满足条件的所有集合 A .

提高题

1. 设集合 $A = \{1, a^2\}, B = \{1, 3, a\}$, 且 $A \subseteq B$, 求 a 的值.

2. 设集合 $A = \{x, x^2, xy\}, B = \{1, x, y\}$, 且 $A = B$, 求实数 x, y 的值.

1.3 集合的运算

1.3.1 集合运算(一)

【知识要点】

1. 交集: 对于两个给定的集合 A, B , 由既属于 A 又属于 B 的所有元素所构成的集合, 叫做 A, B 的交集, 记作 $A \cap B$, 读作 A 交 B (如图 1 中的阴影部分). 即 $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$

性质: 对于任意两个集合 A, B , 有:

(1) $A \cap B = B \cap A$; (2) $A \cap A = A$; (3) $A \cap \emptyset = \emptyset \cap A = \emptyset$; (4) 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cap B = A$.

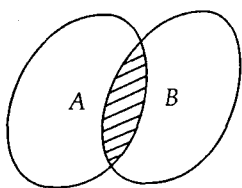


图 1

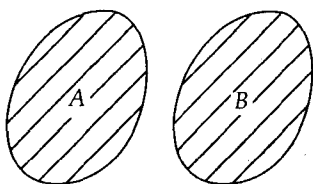
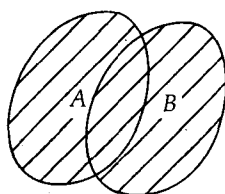


图 2



2. 并集: 对于两个给定的集合 A, B , 把它们所有元素合并在一起构成的集合, 叫做 A 与 B 的并集, 记作 $A \cup B$, 读作 A 并 B (如图 2 中的阴影部分). 即 $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$

性质: 对于任意两个集合 A, B , 有:

(1) $A \cup B = B \cup A$; (2) $A \cup A = A$; (3) $A \cup \emptyset = \emptyset \cup A = A$; (4) 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cup B = B$.

【例题解析】

【例 1】 已知集合 $A = \{9 \text{ 的正约数}\}$, $B = \{12 \text{ 的正约数}\}$, 求 $A \cap B, A \cup B$.

【分析】 先分别搞清两个集合中的元素, 然后由交集与并集的定义可得.

【解】 $\because A = \{9 \text{ 的正约数}\} = \{1, 3, 9\}, B = \{12 \text{ 的正约数}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

$\therefore A \cap B = \{1, 3, 9\} \cap \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = \{1, 3\}$

$A \cup B = \{1, 3, 9\} \cup \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12\}$.

【点评】 求交集就是各个集合的公共元素所构成的集合, 如没有公共元素, 则是空集; 求并集时, 同属于 A, B 的公共元素, 只列举一次.

【例 2】 设 $A = \{x \mid -1 < x < 4\}$, $B = \{x \mid 1 < x < 5\}$, 求 $A \cap B, A \cup B$.

【分析】 由定义, 利用数轴分析, 可得:

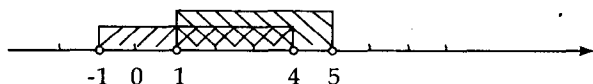


图 3

【解】 如图 3: $A \cap B = \{x \mid -1 < x < 4\} \cap \{x \mid 1 < x < 5\} = \{x \mid 1 < x < 4\}$

$A \cup B = \{x \mid -1 < x < 4\} \cup \{x \mid 1 < x < 5\} = \{x \mid -1 < x < 5\}$.

【点评】 双阴影部分是两个集合的交集部分, 而所有阴影部分是两个集合的并集部分.

【例 3】 已知 $A = \{(x, y) \mid 3x - 2y = 11\}$, $B = \{(x, y) \mid 2x - y = 5\}$, 求 $A \cap B$.

【分析】 集合 A, B 分别表示二元一次方程的解集, 集合 $A \cap B$ 就是表示既是方程 $3x - 2y = 11$ 又是方程 $2x - y = 5$ 的解, 即是以方程 $3x - 2y = 11$ 与 $2x - y = 5$ 组成的方程组的解集.

【解】 由题意得: $A \cap B = \{(x, y) \mid 3x - 2y = 11\} \cap \{(x, y) \mid 2x - y = 5\}$

$= \left\{ (x, y) \mid \begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 2x - y = 5 \end{cases} \right\} = \left\{ (x, y) \mid \begin{cases} x = -1 \\ y = -7 \end{cases} \right\} = \{(-1, -7)\}$.

【点评】 第一, 要搞清 $A \cap B$ 中的元素是由什么构成的, 这是解此题的关键所在; 第二, 在最后写集合时, 不能写成以下几种形式: $\{-1, -7\}$ 、 $\{x = -1, y = -7\}$ 、 $\left\{ \begin{cases} x = -1 \\ y = -7 \end{cases} \right\}$.

【例 4】 设方程 $2x^2 + x + p = 0$ 的解集为 A , 方程 $2x^2 + qx + 2 = 0$ 的解集为 B , 且

$A \cap B = \{\frac{1}{2}\}$, 求 $A \cup B$.

【分析】 先分别求出方程解集 A, B 中的元素, 因为两个方程中都有参数存在, 所以由 $A \cap B = \{\frac{1}{2}\}$ 得, $x = \frac{1}{2}$ 是以上两个方程的解. 从而求出两个方程中的参数, 再分别求出两个方程的解.

【解】 $\because A \cap B = \{\frac{1}{2}\}, \therefore x = \frac{1}{2}$ 是方程 $2x^2 + x + p = 0$ 与 $2x^2 + qx + 2 = 0$ 的公共解.

$$\therefore 2 \times (\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2} + p = 0 \Rightarrow p = -1, 2 \times (\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2} \times q + 2 = 0 \Rightarrow q = -5$$

$$\therefore A = \{x \mid 2x^2 + x - 1 = 0\} = \{\frac{1}{2}, -1\}, B = \{x \mid 2x^2 - 5x + 2 = 0\} = \{\frac{1}{2}, 2\}$$

$$\therefore A \cup B = \{\frac{1}{2}, -1\} \cup \{\frac{1}{2}, 2\} = \{-1, \frac{1}{2}, 2\}.$$

【点评】 关键在于理解交集 $A \cap B = \{\frac{1}{2}\}$ 的含义, 即 $x = \frac{1}{2}$ 是两个方程的公共解, 从而求得方程中的参数.

【同步精练】

基础题

一、选择题

1. 设集合 $A = \{\text{语文, 数学, 英语}\}, B = \{\text{数学, 语文, 体育}\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $\{\text{英语}\}$ B. $\{\text{体育}\}$
C. $\{\text{语文, 数学}\}$ D. $\{\text{语文, 数学, 英语, 体育}\}$
2. 若 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, B = \{1, 3, 5, 15\}$, 则 $A \cup B =$ ()
A. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 12, 15\}$ B. $\{3\}$
C. $\{1, 3\}$ D. $\{12, 15\}$
3. 若 $A = \{\text{自然数}\}, B = \{\text{正整数}\}$, 则 $A \cup B =$ ()
A. $\{0\}$ B. $\{\text{自然数}\}$
C. $\{\text{整数}\}$ D. $\{\text{正整数}\}$
4. 若 $A = \{x \mid x^2 - 4 = 0\}, B = \{1, 2\}$, 则 $A \cup B =$ ()
A. $\{1, 2\}$ B. $\{-2, 1, 2\}$
C. $\{2\}$ D. $\{1, -2\}$
5. 设集合 $M = \{x \mid -1 \leq x < 4\}, N = \{x \mid 0 \leq x \leq 5\}$, 则 $M \cap N =$ ()
A. $\{x \mid 4 \leq x \leq 5\}$ B. $\{x \mid -1 \leq x \leq 0\}$
C. $\{x \mid -1 \leq x \leq 5\}$ D. $\{x \mid 0 \leq x < 4\}$
6. 设 $P = \{(x, y) \mid x = 0, y \in \mathbf{R}\}, Q = \{(x, y) \mid y = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $P \cap Q =$ ()
A. $\emptyset$ B. $\mathbf{R}$ C. $\{0, 0\}$ D. $\{(0, 0)\}$

二、填空题

7. 设 $A = \{-2, 0, 2, 4\}, B = \{-1, 1, 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.
8. 设集合 $A = \{\text{分数}\}, B = \{\text{整数}\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
9. 设集合 $M = \{\text{平行四边形}\}, N = \{\text{矩形}\}$, 则 $M \cap N =$ _____.

三、解答题

10. 设 $A = \{5, 4, 3, 2\}$, $B = \{\text{大于等于 } 2 \text{ 且不大于 } 5\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$.

11. 设 $A = \{x \mid x < 5\}$, $B = \{x \mid 2 < x < 8\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$.

12. 设 $A = \{(x, y) \mid 2x - y = 2\}$, $B = \{(x, y) \mid 3x + 2y = 10\}$, 求 $A \cap B$.

提高题

1. 设二次方程 $x^2 - px + 15 = 0$ 的解集为 A , 方程 $x^2 - 5x + q = 0$ 的解集为 B , 若 $A \cap B = \{3\}$, 求 p, q 的值与 $A \cup B$.

2. 求满足条件 $\{2, 3\} \cup A = \{1, 2, 3\}$ 的集合 A .

1.3.2 集合运算(二)

【知识要点】

1. 全集: 在研究集合与集合之间的关系时, 这些集合常常都是某一个给定的集合的子集, 这个给定的集合叫做全集, 用符号 U 表示.

2. 补集: 如果 A 是全集 U 的一个子集, 由 U 中不属于 A 的元素构成的集合, 叫做 A 在 U 中的补集, 记作 $\complement_U A$, 读作 A 在 U 中的补集. (如图 1) 即 $\complement_U A = \{x \mid x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$.

性质: (1) $A \cup \complement_U A = U$; (2) $A \cap \complement_U A = \emptyset$; (3) $\complement_U(\complement_U A) = A$; (4) $\complement_U U = \emptyset$; (5) $\complement_U \emptyset = U$.

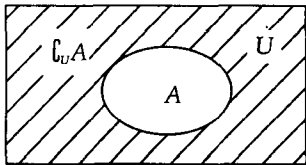


图 1

【例题解析】

【例 1】 已知 $U = \{x \mid 0 < x \leq 9, x \in \mathbf{N}\}$, $A = \{1, 2, 3, 5\}$, $B = \{3, 5, 7, 8\}$, 求 $\complement_U A$, $\complement_U B$ 和 $A \cap \complement_U B$.

【分析】 先要弄清全集 U 中的元素, 然后由定义可得.

【解】 $\because U = \{x \mid 0 < x \leq 9, x \in \mathbf{N}\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$\therefore \complement_U A = \{4, 6, 7, 8, 9\}$; $\complement_U B = \{1, 2, 4, 6, 9\}$

$A \cap \complement_U B = \{1, 2, 3, 5\} \cap \{1, 2, 4, 6, 9\} = \{1, 2\}$.