流體力學

習題詳解

上冊

原著 Frank M. White
編著 彭逸凡

曉園出版社
世界圖書出版公司

内 容 简 介

本书是 F.M.怀特著《流体力学》

(第二版)一书的习题详解(上册)

流体力学 习题详解

上 册

F.M.怀特 原著

彭逸凡 译著

晓 园 出 版 社 出版

世界图书出版公司北京分公司重印

(北京朝阳门内大街 137 号)

北 京 中 西 印 刷 厂 印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1992 年 4 月 重印 开本 850×1168 1/32

1992 年 4 月第一次印刷 印张 11.75

印数: 0,001—1,900

ISBN: 7-5062-1164・5/O・22

定价: 9·30 元

前　言

研習理工的同學，都有一種認識，那就是：一本書的習題往往是該書的精華所在，藉着習題的印證，才能對書中的原理原則澈底的吸收與瞭解。

有鑒於此，曉園出版社特地聘請了許多在本科上具有相當研究與成就的人士，精心出版了一系列的題解叢書，為各該科目的研習，作一番介紹與舖路的工作。

一個問題的解答方法，常因思惟的角度而異。曉園題解叢書，毫無疑問的都是經過一番精微的思考與分析而得。其目的在提供對各該科目研讀時的參考與比較；而對於一般的自修者，則有啓發與提示的作用。希望讀者能藉着這一系列題解叢書的幫助，而在本身的學問進程上有更上層樓的成就。

White流體力學問題詳解

（上冊目錄）

第一章　緒　　論

1.1　假如亞佛加厥常數是 6.023×10^{23} 個分子每一莫耳，求有多少個分子在 1 立方公分體積之(a)空氣(b)水(c)氫氣，和(d)氦中，1 大氣壓，20°C。

解　$一分子之質量(g)=\dfrac{分子重量}{亞佛加厥常數}=\dfrac{M}{N}=m$

⇒　20°C　　1大氣壓下

(a)　$m_{air}=\dfrac{28.96}{N}=\dfrac{28.96}{6.023\times10^{23}}$

$=4.81\times10^{-23}$ gm/molecule（克／莫耳）

（密度）$\rho=1.205\times10^{-3}$（g／cm^3）

n（分子數目）$=\dfrac{\rho}{m}=2.5\times10^{19}$（molecules／cm^3）

(b)　$m_{water}=\dfrac{18.02}{N}=2.99\times10^{-23}$（gm/molecule）

ρ（密度）$=0.998$（gm/ cm^3）

$n=\dfrac{\rho}{m}=3.3\times10^{22}$（molecules／cm^3）

(c)　氫：$M=2.016$

$\rho=8.38\times10^{-5}$（gm／cm^3）

$n=\dfrac{\rho N}{M}=2.5\times10^{19}$（molecules／cm^3）

(d)　氦：$M=4.003$

$\rho=1.47\times10^{-4}$（gm／cm^3）

$n=\dfrac{\rho N}{M}=2.5\times10^{19}$（molecules／cm^3）

1.2　在整個地球之大氣中估計分子之數目？

解　$m_{atoms}\cong\int_0^\infty\rho\,(4\pi Re^2)\,dz$　1

$$\rho \cong \rho_o e^{-kz}$$

$K \cong 10^{-4}$　（由表 $A.5$）

因此　$m_{atoms} = \rho_o 4\pi Re^2 \int_0^\infty e^{-kz}\,dz = \dfrac{4\pi Re^2 \rho_0}{K}$

取　$\rho_o \cong 1.22\ kg/m^3$　　　$Re \cong 6377\ m$

$$m_{atoms} \cong \frac{4\pi(6377000)^2(1.22)}{(10^{-4})} = 6.2\times10^{18}\ (kg)$$

$$\Rightarrow \quad n_{atoms} = \frac{m_{atoms}}{m_{molecule}} = \frac{6.2\times10^{21}\,(g)}{4.81\times10^{-23}\ (g/molecule)}$$

$$\cong 1.3\times10^{44}\ (molecules)$$

1.3　當一氣體每立方毫米所含的分子量少於 10^{12} 個時，就開始不符合連續體的概念，在 20°C 時，此極限之氣體所對應之絕對壓力爲多少巴斯卡？

解　10^{12} molecules／mm^3

$= 10^{21}$ molecules／m^3 $\times 4.81\times10^{-26}$ kg／molecule

$= 4.8\times10^{-5}\ (kg/m^3)$

在20°C　$p = \rho RT$

$= (4.8\times10^{-5})(287)(273+20)$

$= 4$（pascals）

1.4　假如一透明密封之容器充滿了清澈之流體，沒有可見之凹凸面亦無其他界面之存在，在沒有打開容器下，如何判斷此流體是液態或氣態。

解　(a)　若此流體之熱動力學上的性質已知，可以秤其重量或測量音速，以及其他實驗來決定其狀態。

(b)　若流體的性質未知，那麼只有冷却容器直到某一界面或固態晶粒出現。

1.5　一有傾口的圓柱形燒杯的直徑爲 3 in，高爲 5 in，淨重 9 oz，而當裝滿某種液體時，重 35 oz，試求出液體的密度，分別以 SI 及 BG 單位表示。

解　1 oz = 31.1035 g

$$V=\frac{\pi}{4}\left(\frac{3}{12}\right)^2\cdot\frac{5}{12}=0.02045\ \text{ft}^3$$

$$\Rightarrow\rho=\frac{0.0311035\times\frac{1}{14.5939}}{0.02045}=0.1042\ \text{slug/ft}^3$$

$$=53.714\ \text{kg/m}^3$$

1.6 假如 1 ft^3 的水倒入正圓錐容器，此容器高 18 in，底直徑爲 20 in，問其液面的高度？須再加入多少水才能充滿容器？

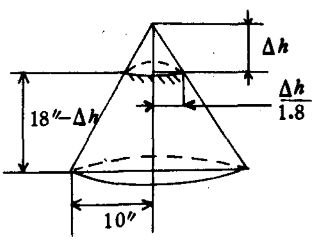
解 $V_{cone}=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi(10^2)(18)=1885\ (\text{in}^3)$

$1\ \text{ft}^3=1728\ \text{in}^3$

$\Delta V=1885-1728=\underline{157\ \text{in}^3}$

$157\ \text{in}^3=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{\Delta h}{1.8}\right)^2\Delta h\Rightarrow\Delta h=7.86$

water level $=h-\Delta h=18-7.86=\underline{10.14''}$



1.7 若習題 1.6 的圓錐形容器可裝滿 27 kg 的油，試求此油的密度，分別以 SI 及 BG 單位表示。

解 $\rho(\text{BG})=\frac{M}{V}=\frac{27\,\text{kg}}{1885\ \text{in}^3}$

$$=\frac{(27)\left(\frac{1}{14.5939}\right)\text{slug}}{(1885)\left(\frac{1}{12}\right)\left(\frac{1}{12}\right)\left(\frac{1}{12}\right)\text{ft}^3}=1.696\ \text{slug/ft}^3$$

$$\rho(\mathrm{SI}) = (1.696)(515.4)\ \mathrm{kg/m^3}$$
$$= 874.12\ \mathrm{kg/m^3}$$

1.8 下列何者物理法則可以適用於分析流體運動：

(a) 波義耳定律 (b) 查理定律 (c)牛頓第二定律 (d)歐姆定律

(e) 熱力學第一定律 (f) 虎克定律 (g) 熱力學第二定律

(h) 理想氣體定律 (i) 道耳吞定律。

解 (c)、(e)、(g)、(h)

1.9 假如式子（1．2）被寫成 $F=ma/g_c$ ，g_c 為變換常數，g_c 之數值為何？

(a) 當 F 的單位是使用磅重，m 為磅，a 為英呎每平方秒。

(b) 當 F 的單位為達因，m 為克，a 為公分每平方秒。

(c) 當 F 的單位為公斤重，m 為公斤，a 為米每平方秒。

解 (a) $g_c = 32.2\ (\mathrm{lbm \cdot ft / lbf\ s^2})$

(b) $g_c = 1.0\ (\mathrm{gm \cdot cm / dyne \cdot s^2})$

(c) $g_c = 9.81\ (\mathrm{kg \cdot m / kgf\ s^2})$

1.10 在 $\{MLT\Theta\}$ 制中，下列單位表示為何？

(a) 動量 (b) 彈性係數 (c) 動黏滯係數 (d) 質量流動速率

(e) 角加速度 (f) 熱流傳動速率 (g) 熵 ？

解 (a) ML^2/T^2

(b) M/LT^2

(c) L^2/T

(d) M/T

(e) T^{-2}

(f) ML^2/T^3

(g) ML^2/T^2

1.11 一質量為 3 kg 之物體置於一個行星上，其重力加速度為 $5.0\,\mathrm{m/s^2}$ 。

(a) 其質量為多少公斤？

(b) 重量為多少牛頓？

(c) 須多少力，使其具有 $2.0\,m/s^2$ 之加速度？

解 (a) 3 kg

(b) $W = mg = 3(5) = 15\,N$

(c) $F = ma = 3(2) = 6\,N$

1.12 SAE70 號潤滑油在 100°F 時的黏滯係數爲 0.0088 slug/(ft·s)，若以 kg/(m·s) 爲單位，其值爲若干？若油重 55 lbf/ft³，則其流動黏滯係數 $\nu = \mu/\rho$ 爲若干，以 m^2/s 爲單位。

解
$$\mu = 0.0088\ \text{slug}/(\text{ft}\cdot\text{s})$$
$$= (0.0088)(47.88)\ \text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$$
$$= 0.4213\ \text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$$

$$\rho = \frac{55}{32.174}\ \text{slug}/\text{ft}^3 = 1.709\ \text{slug}/\text{ft}^3$$
$$= (1.709)(515.4)\ \text{kg}/\text{m}^3$$
$$= 881.053\ \text{kg}/\text{m}^3$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0.4213}{881.053}\ \text{m}^2/\text{s} = 4.782\times10^{-4}\ \text{m}^2/\text{s}$$

1.13 （見圖P1.13）對於圓管內的低速（層流）流動，其速度分佈爲

$$u = \frac{B}{\mu}(r_0^2 - r^2)$$

式中 μ 爲流體的黏滯係數，試求常數 B 的單位。

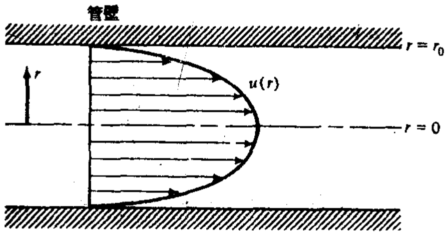


圖 P1.13

解 $u = \frac{B}{\mu}(r_0^2 - r^2)$

$$\Rightarrow \quad [LT^{-1}] = \frac{[B]}{[ML^{-1}T^{-1}]}[L^2]$$

$$\Rightarrow [B] = [MT^{-2}L^{-2}]$$

1.14 氣體的平均自由碰撞間距 l 乃指氣體分子在前後兩次碰撞間所走的平均距離，根據動力學理論（kinetic theory）[7]，理想氣體的平均值是

$$l = 1.26\frac{\mu}{\rho}(RT)^{-1/2}$$

式中 R 爲氣體常數，T 爲絕對溫度，則常數 1.26 是無因次的嗎？

解 $l = 1.26\dfrac{\mu}{\rho}(RT)^{-1/2}$

$$[L] = [1.26]\frac{[ML^{-1}T^{-1}]}{[ML^{-3}]}\{[L^2T^{-2}\theta^{-1}][\theta]\}^{-1/2}$$

$$\Rightarrow \quad [1.26] = M^0L^0T^0\theta^0$$

$\therefore$ 1.26 是個無因次常數。

1.15 對於低速（速度 V）通過一球體（直徑 D）的流動，我們可用 Stokes-Oseen 公式 [16]

$$F = 3\pi\mu DV + \frac{9\pi}{16}\rho V^2D^2$$

來求阻力 F，試問：此式子具有因次一致性嗎？

解 $F = 3\pi\mu DV + \dfrac{9\pi}{16}\rho V^2D^2$

F : $[MLT^{-2}]$

$3\pi\mu DV$: $[ML^{-1}T^{-1}][L][LT^{-1}] = [MLT^{-2}]$

$\dfrac{9\pi}{16}\rho V^2D^2$: $[ML^{-3}][LT^{-1}]^2[L]^2 = [MLT^{-2}]$

故 Stokes-Oseen 公式合乎因次一致性。

1.16 兩流體介面的波速 C 爲

$$C=\left(\frac{\pi\gamma}{\rho_a\lambda}\right)^{1/2}$$

式中 λ 爲波長，ρ_a 爲兩流體的平均密度。若此式的因次是一致的，試求 γ 的單位，它可能代表什麼？

解 $C=\left(\dfrac{\pi\gamma}{\rho_a\lambda}\right)^{1/2}$

上式要合乎因次一致

則：$[LT^{-1}]=\left\{\dfrac{[\gamma]}{[ML^{-3}][L]}\right\}^{1/2}$

$\Rightarrow\quad [\gamma]=[MT^{-2}]$

γ 與表面張力同因次，所以可能代表表面張力。

1.17 空氣的比熱在室溫條件下，大約爲0.24 Btu／(lb·°F)，在熱力學計算上這是一個有用的單位；在流體力學上 c_p 看成每度速度的平方是更方便的表示法，如表 1.2，試求在(a)(b)問題中空氣的比熱。

流體力學中的二次因式

二次因式	SI 單位	BG 單位	轉換因子
面積 $\{L^2\}$	m^2	ft^2	$1\ m^2 = 10.764\ ft^2$
體積 $\{L^3\}$	m^3	ft^3	$1\ m^3 = 35.315\ ft^3$
速度 $\{LT^{-1}\}$	m/s	ft/s	1 ft/s = 0.3048 m/s
加速度 $\{LT^{-2}\}$	m/s^2	ft/s^2	$1\ ft/s^2 = 0.3048\ m/s^2$
壓力或應力 $\{ML^{-1}T^{-2}\}$	$Pa = N/m^2$	lbf/ft^2	1 lb[illegible]^2 = 47.88 Pa
角速度 $\{T^{-1}\}$	s^{-1}	s^{-1}	$1\ s^{-1} = 1\ s^{-1}$
能，熱，功 $\{ML^2T^{-2}\}$	J = N · m	ft · lbf	1 ft · lbf = 1.3558 J
功率 $\{ML^2T^{-3}\}$	W = J/s	ft · lbf/s	1 ft · lbf/s = 1.3558 W
密度 $\{ML^{-3}\}$	kg/m^3	$slugs/ft^3$	$1\ slug/ft^3 = 515.4\ kg/m^3$
黏度 $\{ML^{-1}T^{-1}\}$	kg/(m · s)	slugs/(ft · s)	1 slug/(ft · s) = 47.88 kg/(m · s)
比熱 $\{L^2T^{-2}\Theta^{-1}\}$	$m^2/(s^2\cdot K)$	$ft^2/(s^2\cdot {}^\circ R)$	$1\ m^2/(s^2\cdot K) = 5.980\ ft^2/(s^2\cdot {}^\circ R)$

表 1.2

(a) 單位爲平方英呎比上每平方秒 Rankine 。

(b) 單位爲平方米比上平方秒 kelvin ？

解 (a) $C_p = 0.24\ Btu/lbm^\circ F \times 778.2\ ft\cdot lbf/Btu \times lbm/slug$
$= 6010\ (ft^2/s^2\,{}^\circ R)$

(b) $C_p = 6010\ ft^2/s^2\,°R \times (0.3048\,m/ft)^2 \times 1.8\ °R/k$
$= 1005\ (m^2/s^2 k)$

1.18 我們已經知道代數的物理方程式 如伯努利方程式（1.4）各項單位一致，在物理學上微分方程其單位是否也都能一致呢？例如決定熱傳方程式

$\rho C_p \partial T/\partial t = k \partial^2 T/\partial x^2$

其單位是否一致，由這個結果你能寫出一般性結論？

解 所有符合物理意義的微分方程式其單位皆會一致。

1.19 馬力是功率之單位等於 550 ft-lbf／sec，若有一 25 馬力的馬達操作 12 小時則多少仟瓦小時之能量被消耗？

解 $25 \times 0.7457 \times 12 = 224$（kWh）

1.20 Hazen-Williams 公式在水力文獻上是一個很著名的公式，其中流量速率 Q，管徑 D，壓力梯度 dp/dx

$$Q = 61.9\,D^{2.63}\left(\frac{dp}{dx}\right)^{0.54}$$

其中常數 61.9 的單位爲何？

解 $[Q] = [L^3/T] = [61.9][L]^{2.63}[M/L^2T^2]^{0.54}$
$\therefore\ [61.9] = L^{1.45}\,T^{0.08}/M^{0.54}$

1.21 一速度場爲 $u = 3y^2$，$v = 2x$，$w = 0$，其單位是任意的，則此流場是穩定的嗎？是二維或三維的流動？試就 $(x, y, z) = (2, 1, 0)$，求出(a)速度，(b)局部加速度，(c)對流加速度。

解 速度場 $\vec{V} = 3y^2\vec{i} + 2x\vec{j}$
此速度場不爲時間之函數，故爲穩態流。
又此速度場只是平面 xy 之函數，在 z 方向沒有變化（不爲 z 之函數）故爲二維流場。
(a) 於（2，1，0）

$$\vec{V} = 3(1)^2\vec{i} + 2(2)\vec{j} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$$

(b) $\dfrac{\partial\vec{V}}{\partial t} = 0$，故局部加速度等於 0 。

(c) $(\vec{V}\cdot\nabla)\vec{V} = (3y^2)(2\vec{j}) + (2x)(6y\vec{i})$

$$= 12xy\vec{i} + 6y^2\vec{j}$$

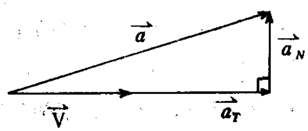
$$= 12(2)(1)\vec{i} + 6(1)^2\vec{j}$$

$$= 24\vec{i} + 6\vec{j}$$

1.22 對於習題 1.21 的速度場，試就 (2 , 1 , 0) 點，求(a)與速度向量平行的加速度分量，(b)與速度方向垂直的加速度分量；(b)的答案並不等於零，此答案代表什麼？

解 由 1.22 知，於點 (2 , 1 , 0)　$\vec{V} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$

$$\vec{a} = 24\vec{i} + 6\vec{j}$$



則於 $\vec{V}$ 上之單位向量為 $\vec{e}_V = \dfrac{3}{5}\vec{i} + \dfrac{4}{5}\vec{j}$

(a) 加速度 $\vec{a}$ 可分成沿速度方向之切線加速度 $\vec{a}_T$ 與垂直速度方向之法線加速度 $\vec{a}_N$

而　$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$

$$\vec{a}_T = \vec{a}\cdot\vec{e}_V = (24\vec{i} + 6\vec{j})\cdot\left(\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}\right) = 19.2$$

(b) $\vec{a}_N = \vec{a} - \vec{a}_T = (24\vec{i} + 6\vec{j}) - (19.2)\left(\dfrac{3}{5}\vec{i} + \dfrac{4}{5}\vec{j}\right)$

$$= 12.48\vec{i} - 9.36\vec{j}$$

$\therefore |\vec{a}_N| = 15.6$

$|\vec{a}_N| \neq 0$ 表 $\vec{a}_N \neq 0$，即有向心加速度，如此則速度之“方向”會改變。

1.23 一理想速度流場為

$$\vec{V} = 3tx\vec{i} - t^2y\vec{j} + 2xz\vec{k}$$

這個流動是穩定的嗎？是二維流動，還是三維流動？試就（ x ， y ， z ）＝（ 1 ，－1 ，0 ），計算(a)全加速度向量，(b)與加速度垂直的單位向量。

解 $\vec{V} = 3tx\vec{i} - t^2y\vec{j} + 2xz\vec{k}$

此速度場爲時間之函數，故爲非穩態流。

又此速度場爲空間（ x ， y ， z ）之函數，故爲三維流場。

(a) $$\vec{a} = \frac{\partial\vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}\cdot\nabla)\vec{V}$$

$$= \frac{\partial\vec{V}}{\partial t} + u\frac{\partial\vec{V}}{\partial x} + v\frac{\partial\vec{V}}{\partial y} + w\frac{\partial\vec{V}}{\partial z}$$

$$= 3x\vec{i} - 2ty\vec{j} + (3tx)(3t\vec{i} + 2z\vec{k}) + (-t^2y)(-t^2\vec{j}) + (2xz)(2x\vec{k})$$

$$= (3x + 9t^2x)\vec{i} + (-2ty + t^4y)\vec{j} + (6txz + 4xz)\vec{k}$$

於點（ 1 ，－1 ，0 ）

$\vec{a} = (3+9t)\vec{i} + (2t - t^4)\vec{j}$ ，爲時間之函數。

(b) 由(a)中， $\vec{a} = (3+9t)\vec{i} + (2t - t^4)\vec{j}$

可看出加速度沒有 z 方向之分量，所以我們可以很容易的找到一單位向量 $\vec{k}$ 垂直 $\vec{a}$ 。

1.24 對於習題1.13的管流速度場，試求(a)最大速度，以 B 、 μ 、 r_0 表示；(b)採用（1.19）式求出質量流量，以 B 、 μ 、 r_0 表示。

解 $$u = \frac{B}{\mu}(r_0^2 - r^2)$$

(a) 由上式，或圖 1.13 均可看出 u_{max} 位於 $r = 0$ 處

$$\Rightarrow \quad u_{max} = \frac{B}{\mu}(r_0^2 - 0^2) = \frac{B}{\mu}r_0^2$$

(b) $$\dot{m} = \int_s \rho(\vec{V}\cdot\vec{n})\,dA$$

$$= \int_0^{r_0} \rho\left[\frac{B}{\mu}(r_0^2 - r^2)\right]\cdot(2\pi r\,dr)$$

若流體之ρ，μ為定值，則上式更可化簡成：

$$\dot{m}=\rho\cdot\frac{B}{\mu}\cdot 2\pi\int_0^{r_0}(r_0^2\cdot r-r^3)\,dr$$

$$=2\pi B\cdot\left(\frac{\rho}{\mu}\right)\cdot\frac{1}{4}r_0^4$$

$$=\frac{\pi B}{2}\left(\frac{\rho}{\mu}\right)r_0^4$$

1.25 一穩定流通過一個錐狀噴口，其軸向速度大約為

$$u=U_o\left(1-\frac{x}{L}\right)^{-2}$$

其中U_o為入口速度，L為至明顯漩渦的距離，計算

(a) 對軸向加速度du/dt之一般表示法。

(b) 若$U_0=5$ m/ sec 及$L=2$ m在入口及$x=1$ m處，加速度為多少個$g's$。

解 (a) $\dfrac{du}{dt}\cong u\dfrac{\partial u}{\partial x}$

$$u=U_o\left(1-\frac{x}{L}\right)^{-2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}=-2U_o\left(1-\frac{x}{L}\right)^{-3}\left(-\frac{1}{L}\right)$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{2U_o{}^2}{L}\left(1-\frac{x}{L}\right)^{-5}$$

(b) 在：$U_o=5$　，　$L=2$　，　$x=1$

$$\frac{du}{dt}=\frac{2\times 5^2}{2}\left(1-\frac{1}{2}\right)^{-5}$$

$$=800\ (\mathrm{m/s^2})=81.63\ g's$$

1.26 一個二度空間的速度場為

$$\mathbf{V}=(x^2-y^2+x)\,\mathbf{i}-(2xy+y)\,\mathbf{j}$$

單位任取，在$x=2$，$y=1$計算

(a)　加速度 a_x 及 a_y 。

(b)　速度在 $\theta=30^\circ$ 之分量。

(c)　最大速度及加速度的方向。

解　$\mathbf{V}=(x^2-y^2+x)\mathbf{i}-(2xy+y)\mathbf{j}$

(a)　$$a_x=u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}$$

$$=(x^2-y^2+x)(2x+1)+(-2xy-y)(-2y)$$

$$=35\text{〔過}(2,1)\text{〕}$$

$$a_y=u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}$$

$$=(x^2-y^2+x)(-2y)+(-2xy-y)(-2x-1)$$

$$=15\text{〔過}(2,1)\text{〕}$$

(b)　$\mathbf{V}(2,1)=5\mathbf{i}-5\mathbf{j}$

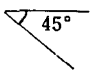
$$\mathbf{n}_{30^\circ}=\frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{i}+\frac{1}{2}\mathbf{j}$$

$$\mathbf{V}_{30^\circ}=\mathbf{V}\cdot\mathbf{n}_{30^\circ}$$

$$=\frac{5}{2}(\sqrt{3}-1)$$

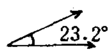
(c)　最大速度爲

$V=\sqrt{25+25}=\sqrt{50}$



最大加速度

$$\frac{dV}{dt}=\sqrt{35^2+15^2}=\sqrt{1450}$$



1.27　二度空間壓力場 $p=4x^3-2y^2$，配合問題1.26的速度場，計算在 $x=2$，$y=1$ 的 dp/dt 。

解　$p=4x^3-2y^2$

$$\frac{\partial p}{\partial x}=12x^2$$

$$\frac{\partial p}{\partial y}=-4y$$

在　(2，1)

$$\Rightarrow \frac{dp}{dt} = \left(u\frac{\partial p}{\partial x} + v\frac{\partial p}{\partial y} \right)_{x=2,\,y=1}$$

$$= 5\times 48 + (-5)\times(-4)$$

$$= \underline{260\ (\text{units})}$$

1.28 速度場在停滯點附近爲 $u = U_o x / L$，$v = -U_o y / L$，$w = 0$

(a) 證明加速度向量皆爲徑向。

(b) 若 $L = 2\,\text{ft}$，加速度在 $(x, y) = (L, L)$ 時，值爲 30 ft／s² 則 U_0 之大小爲何？

解 $u = U_o \dfrac{x}{L}$ ， $\dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{U_o}{L}$

$v = -U_o \dfrac{y}{L}$ ， $\dfrac{\partial v}{\partial y} = -\dfrac{U_o}{L}$

$$a_x = u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{U_o^2}{L^2}\,x$$

$$a_y = u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{U_o^2}{L^2}\,y$$

(a) $\dfrac{d\mathbf{V}}{dt} = \dfrac{U_o^2}{L^2}(x\mathbf{i} + y\mathbf{j}) = U_o^2\mathbf{r}/L^2$

(b) (L, L)，$L = 2\,\text{ft}$

$$\left|\frac{dV}{dt}\right| = \frac{U_o^2}{L^2}(\sqrt{2}\,L) = 30$$

$$U_o = 6.51\ (\text{ft}/\text{sec})$$

1.29 在圖P11-3的高速管流中，其流動是屬紊流，速度分佈約爲

$$u \approx u_{max}\left(1 - \frac{r}{r_o}\right)^n$$

式中 $n = 0.14$，試繪出分佈圖，並與習題 1.13 作一比較。試採用 (1.21) 式，計算體積流量與平均速度。

解 $u = u_{max}\left(1 - \dfrac{r}{r_0}\right)^{0.14}$