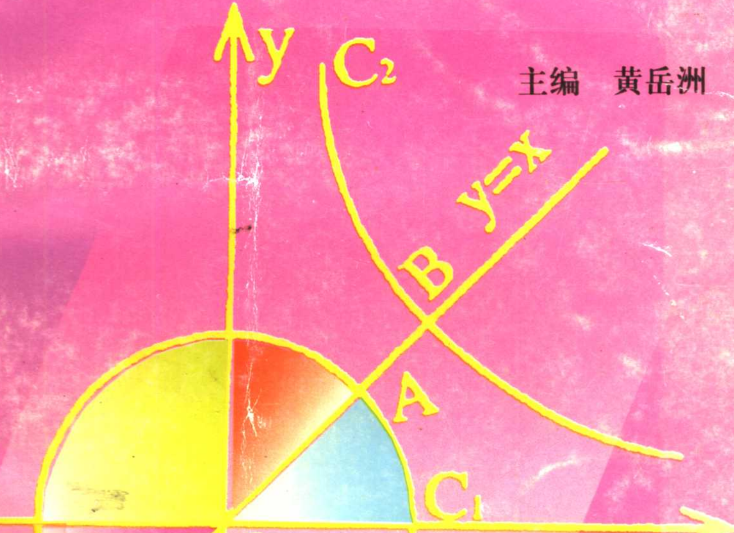
中学各科系列教案丛书

初中代数教案

（第三册）

主编　黄岳洲



语文出版社

中学各科系列教案丛书

初中代数教案

（第三册）

主编　黄岳洲

编委　程留怡 笪祖辉 李德周
金建春 张永钊 黄　瑞

语文出版社

图书在版编目(CIP)数据

初中代数教案　第三册　/黄岳洲主编.
北京:语文出版社,1999.1
(中学各科系列教案丛书)
ISBN 7-80126-229-8/G・171

Ⅰ.初…　Ⅱ.黄…　Ⅲ.代数课-初中-教案(教育)
Ⅳ.G633.625

CHUZHONG DAISHU JIAO'AN
初中代数教案

*

语文出版社出版
100010　北京朝阳门南小街51号
新华书店经销　北京密云胶印厂印刷

*

787毫米×1092毫米　1/32　13.5印张　300千字
1999年1月第1版　1999年1月第1次印刷
印数:1-5,000　定价:13.50元

本书如有缺页、倒页、脱页,请寄本社发行部调换。

序　言

拙编《中学语文教案》在16年前由北京师范大学出版社出版以后，国内广大的中学语文教师几乎人手一册．在教育科学研究所工作的同志也从中利用资料进行研究；高等师范学校研究语文教学的专家更是作为重要的研究资料．国外一些研究中国教育状况的学者也纷纷函索以资借鉴．可见，一部提供教学方案的书对有关方面影响深远．

中学语文教案在语文出版社出版以后，几年来先后收到成百上千的读者电话、电报及来信要求购买中学数学教案．谨应广大读者之需，现在先编撰初中数学教案．教案的作者多半是既有教学经验又是善于写作的人，绝大多数作者发表的文章都曾经在中国人民大学的《中学数学教学》上刊载过．他们写教案的总原则是“传授知识，培养能力，发展智力，参与竞争”；具体做法是一抓重点、二找特点、三释难点，紧扣大纲，服务课本，密切针对学生实际、考试实际探讨问题．他们写教案又注意把教学跟进修结合起来，把教法跟学法结合起来，培养自学兴趣，指导自学方法．

数学教学做题目必不可少，但不能失之于滥．滥了就大大影响提高素质．我们要把数学的学习和运用真正纳入提高数学学习的素质上来．什么是素质？素是白色的丝，引申而为本来．素质即事物本来的性质，主要指人的心理发展的生理条件．当然，人的心理来源于实践，有它的社会性，因此，素质也是在社会实践中逐渐发展和成熟或成长起来的，某些素质上的不足或缺陷可以通过课堂学习或其他社会实践来补偿．数学的素质教学的内涵决定于该学科的特性．现在数学

学习的差生多半是对数学的概念、公式及其证明理解不透或不准确，其原因是忽视预习，坐等老师上课，一知半解，不肯提问，敷衍做题目甚至是抄录或者复印人家的作业．又由于数学素质差，往往得出错误的成就归因，结果是做偏了题目．提高学生的数学素质，主要表现在以下方面：一、清晰数学思想，形成数学概念，理解数学现象，建立公式模样亦即具有推导定理或结论的数学思想．数学思想实在是一种特殊的思维品质，我们要勤于善于培养学生逐步能够透过现象概括本质，把具体情况转化为数学模型，从已知条件推断未知，从变量中求得常量，从而产生概率、极限、方程和函数来；二、具有准确正确而又全面深刻的数学知识及其技能．具体说来，对数学的概念、法则及其性质、公式、公理、定理以及推论知识的把握，对运用概念、法则、公式、公理、定理等进行绘图、制图等的熟练、精确或具有某种程度的独创性；三、适当的数学规则和数学语言的运用．不妨认为，数学公式都有它的适用范围，因而也就有它的特殊性；例如形式上的多样性或单一性，内容上的普遍性或局限性，应用上的可逆性，——乘法公式可以进行多项式乘法运算，也可以逆用作多项式因式分解．数学语言特指运用文字、符号、图象等来说明数学现象，推导数学法则；四、培养快速的数学思维能力和良好的数学习惯．古今中外很多数学家和数学教学专家都认为学习数学提高心算能力可以大大有助于清晰数学思维达到准确对位，都认为养成良好的数学习惯，不但能够严实地处理某时某地的数学问题，而且能够勤于并善于观察并处理其他数学问题，所谓世上无难事，只怕有心人．总之，数学的素质教学是从全面提高学生的学习兴趣、学习能力、学习语言、学习习惯出发，采取一系列有效措施，培养

学生的敏捷思维、创造性思维，创造性能力，在数学的广阔空间里驰骋于二十一世纪！

不能认为数学的素质教育是反对考试或者是跟考试有矛盾. 相反地，根据数学特点进行素质教育是更多更快更好更省地传授了知识，培养了能力，发展了智力，因而能够更好地参与竞争. 当然，我们应当而且必须防止考试不顾素质教育只是着眼于应试教育，——那真正是南辕北辙了！我们执着追求的是：考试既考知识更考能力，而素质是应试的基楚。

本丛书的素质教育贯彻始终.

本教案谨供参考，不应该也不可能切合各种学校各个班级的教学，因为学校有重点的和非重点的，有城市的和农村的，等等. 请根据教材实际、学生实际、生活实际制订出自己的善于应变的教案来. 又，为尽可能多地适应教学班级，交流教学方法，某章某节设置了两个教案或两份试卷.

承苏州大学几位教授和中学特级、高级教师认真审稿. 加益良多. 谨致深深的谢意！

黄岳洲

1996 年 8 月 1 日于苏州市

初中数学教案编写设想

黄岳洲

一　指导思想与目的

1. 以实现九年制义务教育初中学生应具备的数学知识和能力为基本出发点，并在此基础上为较多的学生升入高中学习架桥.

狠抓基础教学，兼顾上中下，以缩小低分面、降低低分率为重点，在普遍学懂会用的同时重视提高.

2. 为广大初中数学教师提供一本切实有用的教学参考书. 指出特点，突出重点，解决难点，以培养与提高学生能力为目的，从教学思想、教学思路、教学方法上为教师提供经验性的教学实施方案，希望它成为教师的良师益友，也可作为学生自学和家长辅导的参考.

3. 指导思想与目的可以概括为十六个字：传授知识，培养能力，发展智力，参与竞争.

二、教案体例

1. 教学目的：

(1) 知识点：

(2) 培养哪些能力.

2. 教学须知：特点、重点、难点与考点

(1) 特点：1) 本知识点的特点（如特征、特殊作用等）；

2) 学生学习时的心理特点及其表现（如感兴趣或乏味、对在某些方面不重视或容易粗疏等）.

(2) 重点：1) 知识点的重点：

2）把握概念和解题的关键所在；

3）如何提高智能达优率.

（3）难点：1）知识点的难点；知识点的延伸或补充；

2）学生接收的难点；

3）学生应用的难点.

注意以下两点：

1）学生掌握公理、定理与概念的关键所在；关键环节；关键词句等；

2）学生学会应用（解题）的关键所在（如遇到新题型、综合题时）.

（4）考点：1）教学内容是否属于历年考点或与历年考点有关系；

2）考题题型.

3．教学设想：

根据编写本教案的“指导思想与目的”和“教学目的”、“教学须知”提供一个行之有效的教学实施方案，概述教学过程的主要设想，并简要地说明这一选择的原由.

一教时一般以2500字左右为宜，特殊情况例外．教案以外，请多附习题及其解法．负责写单元复习教案的老师务请另外设计一套检测题，并附解法、答案．补充习题和单元检测题，均不计算在教案每教时规定的字数（即2500字左右）之内.

4．教学步骤与方法：

整个教学步骤原则上与教材一致.

（1）导入新课：

1）复习前一课时内容要点；

2）检查作业；对存在问题作辅导或点拨：

3）讲一个与前一课或新课内容有关的应用实例，或数学故事，或有关常识.

4）讲述新课与前一课内容的关系以及新课的“教学目的”和“教学须知”.

（2）讲授新课

1）知识点

讲授知识点，要在帮助学生弄清概念的关键环节、关键词句以及概念与概念之间的关系上下功夫. 通过举例概括出规律，进一步说明概念、说明概念与概念之间的关系.

必要时，教师要制作有关教学模型. 教学模型的制作力求能就地取材，富有创造性.

2）例题或证明题：

对课本中的例题或证明题在一般讲解的基础上要强调其特点、重点、难点所在，使学生切实理解，学懂.

补充一、二道不同题型的例题或证明题（知识点不变），让学生加深理解.

讲解例题或证明题，解题或证明过程要规范化. 对学生在解题或证明过程中容易出错，容易粗心以及不合规范的地方予以提示，以便学生重视与改进.

3）关于“读一读”：

①凡是课文中“读一读”、“想一想”、“做一做”等内容，或者是课文知识点的某方面的补充，或者是课文知识点的延伸，要重视这一内容的讲解，可以同样以详讲处理. 讲解这一内容时，要与课文知识点有机结合，要设计例题或证明题. 对不同班级、不同水平的学生，所讲知识容量和练习要求不一样.

②同理，如果单元练习题测试题（B 组）中有的习题测试

题是于属课文知识点的延伸或扩充，也在讲授课文知识点时结合起来作补充讲解，要举例.

③鉴于新教材已经把有的定理（如平面几何中的勾股定理、射影定理、代数的对数等）删掉，在解题时如应用已删的定理却更直接、更容易掌握，升入高中以后这些定理有的又不可能再教，考虑到新老教材（初高中）的衔接，可以在教案中结合课文知识点补上，即补充讲解原初中课文中已删的定理，并设计证明题或例题.

④总之，凡涉及上述三方面内容的都要结合课文知识点作补充讲解，并举例. 教案中可以用“补充”二字立项. 项列在《例题或证明题》后.

由于现行九年制义务教育教材还在“试用”阶段，从在普及的基础上提高和为中考以及升入高中后与高中教学的衔接出发，上述三方面的内容均可补充，在教案中专门立项.

关于考点的提示，不专门立项，结合整个知识点的教学进行点拨，并举例.

4）课堂小结：

突出特点、重点、难点、补充项以及学生理解的困难所在.

5）课堂作业：

围绕知识点，设计练习. 偶而可以设计一、二道条件不具备的习题，当堂讲解纠正.

6）练习：

（1）指导学生完成课本中的练习；

（2）设计补充练习. 补充练习题要设计精当，变换题型. 可以有个别条件不具备的，让学生补充条件求解.

5. 单元小结：

一个知识点讲完以后作单元小结. 突出特点、重点、难

点以及补充的内容；根据课堂作业和课外练习反映出来的问题，同时结合讲解中考常见的考点、考题作补充讲解.

6. 教学体会

一个知识点讲完以后，可以写一点教学体会. 例如：（1）按本教案进行教学的体会，与过去用其他教学方案进行教学的效果的比较；（2）如何使原先学习成绩属中、下的学生产生兴趣并较好地掌握这一知识点的体会；（3）对于增加“补充”教学内容的指导思想；（4）讲授“补充”内容如何与知识点教学有机结合的体会，等等. 以上第（2）点尤其重要.

7. 习题：

（1）提示并让学生完成课本中的习题；

（2）设计补充习题. 题型要典型化、多样化，综合题要占一定分量；分 A、B 组；一定要附解法和答案.

8. 自我测试：

（1）让学生独立完成课本中的测试题，附答案；

（2）设计补充测试题，切忌照搬资料，分 A、B 组，附解法和答案.

9. 对习题和自我测试结果的讲评（编写教案时可根据作者的实践经验进行）：

（1）完成得好的，好在哪里；

（2）完成得差的，差在哪里；

（3）讲解普遍存在的问题.

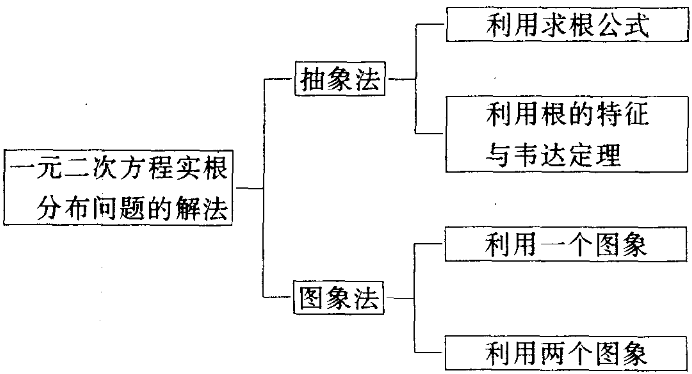
解决一元二次方程实根分布问题的基本途径

江苏海安县曲塘中学　　蒋建华

在近年来高考、预选、会考等试题中，与一元二次方程实根分布相关的试题时常可见，此类问题之所以能登上“大雅之堂”，是因为可以沟通一元二次方程、不等式（组）、二次函数图象及参数、分类讨论、数形结合等许多知识与数学思想方法．本文拟对其常见的解题途径作一肤浅的探讨．

一、基本方法简介

一元二次方程实根分布问题的解法思路灵活多样，但大致可分为两大类：第一类是“抽象法”．即通过求根公式或利用根的特征结合韦达定理这两种途径，抽象地进行分析、转化，归结为不等式（组）来处理．第二类是“图象法”．此又包括利用一个函数图象或利用两个函数图象这两种情形，直观地进行推理分析，转化为解不等式（组）．以上各法可简明地归纳如下：



二、基本方法应用举例

例 1　若 a、$b\in R$，试证方程 $(x-a)(x-a-b)=1$ 有一根大于 a，另一根小于 a.

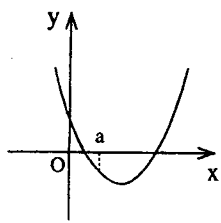
分析　原方程即为 $x^2-(2a+b)x+a(a+b)-1=0$. 其判别式 $\triangle=b^2+4>0$ 恒成立，故方程必有两不等实根. 以下据本题特点介绍两种证法.

法一　解出 $x_{1,2}=a+\dfrac{b\pm\sqrt{b^2+4}}{2}$. 由于对 $b\in R$，恒有

$$\frac{b+\sqrt{b^2+4}}{2}>0,\quad \frac{b-\sqrt{b^2+4}}{2}<0,$$

故 $x_1=a+\dfrac{b+\sqrt{b^2+4}}{2}>a$,

$x_2=a+\dfrac{b-\sqrt{b^2+4}}{2}<a$.



法二　设 $f(x)=x^2-(2a+b)x+a(a+b)-1$ 由于 $f(x)$的图象开口向上，故结合图象(如图)，本题等价于证明 $f(a)<0$.

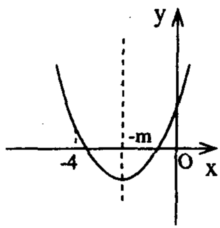
事实上 $f(a)=-1<0$，故得证.

例 2　m 取何值时，方程 $x^2+2mx+2m+1=0$ 在区间 $(-4,0)$ 内有两个不相等的实数根？

分析　本题若先用求根公式解出 x_1、x_2，再由 $\begin{cases}-4<x_1<0\\-4<x_2<0\end{cases}$ 解出 m 的范围，虽思路可行，但较为繁琐.

设 $f(x)=x^2+2mx+2m+1$，其图象开口向上，对称轴为 $x=-m$. 则结合 $f(x)$的图象，方程 $f(x)=0$ 在$(-4,0)$内有两不等实根的充要条件是

$$\begin{cases}\Delta>0\\ f(-4)>0\\ f(0)>0\\ -4<-m<0,\end{cases}$$



(此与$\begin{cases}f(-m)<0\\ f(-4)>0\\ f(0)>0\\ -4<-m<0.\end{cases}$等价)

据此可得所求 m 范围是$\left(1+\sqrt{2},\frac{17}{6}\right)$.

例 3　使方程 $a\cdot 5^{2x}-5^{x}+2a-3=0$ 有一正根、一负根的实数 a 是否存在？若存在，则求出相应的 a 的范围；若不存在，试说明理由.

分析　显然 $a\neq0$，令 $5^{x}=t$，得

$$a\cdot t^{2}-t+2a-3=0 \qquad (*)$$

至此，若由 $t_1t_2=\frac{2a-3}{a}<0$ 得到存在 $a\in\left(0,\frac{3}{2}\right)$，便错. 事实上，若设 x_1、x_2 是原方程的两根，且 $x_1>0$，$x_2<0$，则 $t_1=5^{x_1}\in(1,+\infty)$，$t_2=5^{x_2}\in(0,1)$.

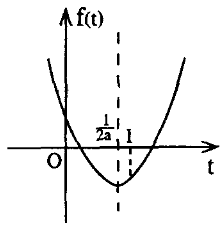
故本题即问使方程（＊）有一根在（1，$+\infty$）内、另一根在（0，1）内的实数 a 是否存在？

令 $f(t)=at^2-t+2a-3$，若满足条件的实数 a 存在，则 $f(t)$图象的对称轴 $t=\frac{1}{2a}$应在纵轴右侧，从而 $f(t)$的图象只能开口向上，故结合图象知

$$\begin{cases}\frac{1}{2a}>0\\ f(0)>0\\ f(1)<0,\end{cases}$$

即$\begin{cases}a>0\\2a-3>0\\3a-4<0,\end{cases}$

此不等式组无解，于是符合题设的实数 a 不存在.



例 4　设 $m>1$，求证方程 $2\lg x-\lg(x-1)=m$ 有两个不相等的根.

分析　在 $x>1$ 的条件下，原方程即为 $x^2=10^m(x-1)$，亦即 $x^2-10^m\cdot x+10^m=0(*)$

于是本题等价于证明方程（*）有两个大于 1 的不等根. 现给出四种证法思路.

法一　由 $m>1$ 知$\triangle=10^m(10^m-4)>0$，故方程（*）有两不等实根. 要证两根均大于 1，等价于证其较小根大于 1. 事实上，较小根

$$x=\frac{10^m-\sqrt{10^{2m}-4\cdot 10^m}}{2}$$

$$=\frac{2\cdot 10^m}{10^m+\sqrt{10^{2m}-4\cdot 10^m}}$$

$$>\frac{2\cdot 10^m}{10^m+\sqrt{10^{2m}}}=1.$$

法二　设两根为 x_1、x_2：要证 $x_1>1$，$x_2>1$，等价于证明

$$\begin{cases}\triangle>0\\(x_1-1)+(x_2-1)>0,\\(x_1-1)(x_2-1)>0.\end{cases}$$

即$\begin{cases}\triangle>0\\ x_1+x_2-2>0\\ x_1x_2-(x_1+x_2)+1>0.\end{cases}$

利用韦达定理不难获证.

法三　$m>1$ 时,

$\triangle=10^m(10^m-4)>0$　　(i)

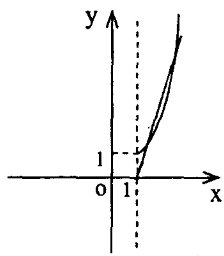
设 $f(x)=x^2-10^m\cdot x+10^m$,则其图象对称轴 $x\ \frac{10m}{2}>1$

(ii)

又 $f(1)=1>0$　　(iii)

故由(i)、(ii)、(iii)便知方程(*)两根均大于 1.

法四　据 $x^2=10^m(x-1)(x>1)$在同一坐标系中分别作出 $y=x^2$ 与 $y=10^m(x-1)$当 $x>1$ 时的图象.前者表示抛物线的一部分,后者表示过定点(1,0)且斜率为 10^m 的直线位于 x 轴上方的部分,由 $m>1$ 知,斜率 $10^m>10$,再由$\triangle>0$ 知,两图象必有两不同交点,故两交点均在直线 $x=1$ 右侧,即方程(*)的两根均大于 1.



例 5　(88 年高考试题理科压轴题)如图(略),直线 l 的方程为 $x=-\frac{p}{2}$,其中 $p>0$;椭圆中心为 $D\left(2+\frac{p}{2},0\right)$,焦点在 x 轴上,半长轴长为 2,半短轴长为 1,它的一个顶点为 $A\left(\frac{p}{2},0\right)$.问 p 在哪个范围内取值时,椭圆上有四个不同的点,它们中每一个点到点 A 的距离等于该点到直线 l 的距离.

分析　椭圆上存在四个点符合题意的充要条件是方程组

$$\begin{cases}\dfrac{\left[x-\left(2+\dfrac{p}{2}\right)\right]^2}{4}+y^2=1 & ① \\ y^2=2px & ②\end{cases}$$

有四个不同的实数解.

消去 y，即转化为方程 $x^2+(7p-4)x+\dfrac{p^2}{4}+2p=0$③应有两个不等的正根.

法一　方程③有两不等正根，等价于

$$\begin{cases}\triangle=(7p-4)^2-4\left(\dfrac{p^2}{4}+2p\right)>0 \\ x_1+x_2=4-7p>0 \\ x_1\cdot x_2=\dfrac{p^2}{4}+2p>0.\end{cases}$$

在 $p>0$ 的条件下解得 $0<p<\dfrac{1}{3}$.

法二　设 $f(x)=x^2+(7p-4)x+\dfrac{p^2}{4}+2p$，其图象开口向上，对称轴为 $x=2-\dfrac{7}{2}p$，则方程③有两个不等正根等价于

$$\begin{cases}f(0)>0 \\ f\left(2-\dfrac{7p}{2}\right)<0 \\ 2-\dfrac{7p}{2}>0.\end{cases}$$

注意到 $p>0$，亦可得 $0<p<\dfrac{1}{3}$.

例 6　设方程 $\cos 2x+4a\sin x+a-2=0$ 在 $0\leqslant x\leqslant\pi$ 内有两个不同的解，求实数 a 的取值范围.

分析　原方程即 $2\sin^2x-4a\sin x+1-a=0$.

令 $\sin x=t$，$\because 0\leqslant x\leqslant\pi$，$\therefore 0\leqslant t\leqslant 1$，且原方程变为 $2t^2-$