

ZHONGKAO 1+1



考前抢分



数学

SHUXUE

本册主编 千利平 戴顺芳

考前抢分 多抢**1**分 影响一生



考前必背 考前必会



考前必懂 考前必读



考前必纠 考前必做

中考1+1

总编 宋伯涛
天津人民出版社

北京朗曼教学与研究中心

中考 1+1



考前抢分

总 编

宋伯涛

本册主编

千利平

编 委

戴顺芳

张修计

党娟芳

赵晓波

杨振宇



天津人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

中考 1+1 考前抢分. 数学/宋伯涛主编. —天津:天津人民出版社, 2006
ISBN 7-201-05233-0

I. 中… II. 宋… III. 数学课—初中—升学参考资料 IV. G634
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 018800 号

中考 1+1

考前抢分 数学

主编 千利平 戴顺芳

*

天津人民出版社出版

出版人:刘晓津

(天津市西康路 35 号 邮政编码:300051)

北京兴华昌盛印刷有限公司印刷 新华书店发行

*

2006 年 4 月第 1 版 2006 年 4 月第 1 次印刷

32 开本 890×1240 毫米 5.5 印张 字数:140 千字

定价:7.80 元

ISBN 7-201-05233-0

敬告读者

天天做模拟卷,心烦哪!

换一种方式,换一条思路,换一个角度,以全新的理念去面对这最后两个月的冲刺,于是我们编写了《考前抢分》。

考前怎样去抢分?

应该背的,必须记的,赶快去背,立即去记;还未弄懂的,仍有疑问的,马上动手,去整理,去请教,去钻研,去弄懂弄通,决不疏忽,且莫遗漏! 以前做错的题订正了吗? 还会再错吗? 订正一个错题,熟练一种方法,比做几个新题更加重要。还要不要去练去做去想那些未见过的新题呢? 如果有时间,假定精力还够得上,那么你不妨去钻研一下这里为你准备的那些好题,也许,在关键的时刻它们将会产生决定性的作用。

考前抢分,多抢1分,多一份力量。考前抢分,多抢1分,为你的明天创造更多的辉煌。

六月精彩,流火吐金,一壶美酒,等你豪饮。

宋伯涛

目

录

必背公式和定理	(1)
代 数	(1)
几 何	(5)
必会方法和技巧	(11)
方程思想	(11)
函数思想	(19)
分类讨论思想	(31)
数形结合思想	(40)
整体思想	(44)
配方法	(47)
换元法	(52)
待定系数法	(55)
观察法	(58)
分割与折叠	(62)
动态几何问题	(65)
必纠疏漏和错误	(68)
代 数	(68)
几 何	(89)
必做好题和活题	(100)
必读成题和范例	(133)



必背公式和定理

公式要背,定理要背,经典的好题也要背,数学需要背诵、背熟了,记牢了,才能活用。

下面这些公式和定理,你已经背得滚瓜烂熟了吗?

代

数

$$1. \text{绝对值 } |a| = \begin{cases} a & (a > 0), \\ 0 & (a = 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$$

$$2. \text{科学计数法 } a \times 10^n (1 \leq |a| < 10).$$

$$3. \text{幂的运算性质: } a^m \cdot a^n = a^{m+n}; (a^m)^n = a^{mn}; (ab)^n = a^n \cdot b^n; a^m \div a^n = a^{m-n}.$$

$$4. \text{零指数幂与负整数指数幂: } a^0 = 1 (a \neq 0); a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0).$$

$$5. \text{乘法公式及因式分解公式: } (a+b)(a-b) = a^2 - b^2; (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2; (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$\ast (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab.$$

$$6. \text{分式基本性质: } \frac{A}{B} = \frac{A \times M}{B \times M}, \frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M} (M \text{ 是整式, } M \neq 0).$$

$$\text{分式的符号法则: } \frac{a}{b} = -\frac{-a}{b} = -\frac{a}{-b} = \frac{-a}{-b}.$$

$$\text{分式的运算法则: (1) } \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd};$$

$$(2) \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc};$$

$$(3) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} (n \text{ 为正整数});$$

$$(4) \frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd} = \frac{ad \pm bc}{bd}.$$

7. 二次根式的性质: $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$ (利用此性质在实数范围内分解因式);

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$$

二次根式的乘除法法则:

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} (a \geq 0, b \geq 0),$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} (a \geq 0, b > 0).$$

8. 一元一次方程的标准形式: $ax + b = 0 (a \neq 0)$.

9. 一元一次不等式组解集的确定方法:

若 $a < b$, 则有 (1) $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 的解集是 $x > b$ 即“同大取大”;

(2) $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 的解集是 $x < a$ 即“同小取小”;

(3) $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 的解集是 $a < x < b$ 即“大小小大中间找”;

(4) $\begin{cases} x < a \\ x > b \end{cases}$ 无解, 即“大大小小无解了”.

10. 一元二次方程的一般形式: $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0, a, b, c \text{ 是已知数})$.

(1) 一元二次方程根的情况与判别式的关系:

① 当 $b^2 - 4ac > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根;

② 当 $b^2 - 4ac = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根;

③ 当 $b^2 - 4ac < 0$ 时, 方程没有实数根.

(2) 一元二次方程根与系数的关系:

如果 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两个根是 x_1, x_2 , 那么

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a};$$

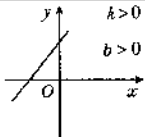
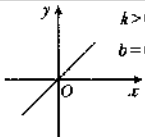
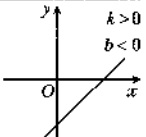
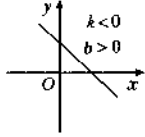
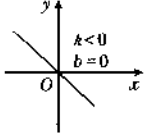
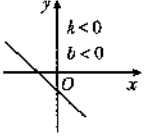
如果方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两个根是 x_1, x_2 , 那么 $x_1 + x_2 = -p, x_1 \cdot x_2 = q$;

如果以两个数 x_1, x_2 为一元二次方程 (二次项系数为 1) 的两个根, 那么这个一元二次方程是: $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$.

11. 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$, 当 $b = 0$ 时, 函数 $y = kx (k \neq 0)$ 为正比例函数,

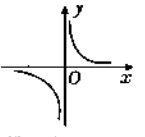
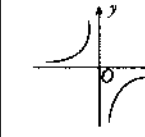
一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象及性质:



k 值		函数的图象及性质		
$k > 0$	y 随 x 的增大而增大			
				

12. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$).

反比例函数的图象及性质:

反比例函数	$y = \frac{k}{x}$ (k 为常数且 $k \neq 0$)	
k 的符号	$k > 0$	$k < 0$
图象 (双曲线)		
取值范围	x 的取值范围是 $x \neq 0$, y 的取值范围是 $y \neq 0$	x 的取值范围是 $x \neq 0$, y 的取值范围是 $y \neq 0$
图象经过的象限	第一、三象限	第二、四象限
y 随 x 的变化情况	在每个象限内, y 随 x 的增大而减小	在每个象限内, y 随 x 的增大而增大

13. 二次函数

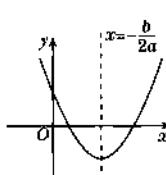
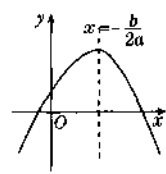
(1) 一般式: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$);

顶点式: $y = a(x-h)^2 + k$, 注: 顶点坐标为 (h, k) ;

两根式: $y = a(x-x_1)(x-x_2)$.

注: x_1, x_2 为抛物线与 x 轴的两交点横坐标.

(2) 二次函数的图象及性质:

a 值	函数的图象及性质	
$a > 0$	(1) 开口向上, 并且向上无限伸展; (2) 当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, 函数有最小值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$; 当 $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而减小; 当 $x > -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而增大.	
$a < 0$	(1) 开口向下, 并且向下无限伸展; (2) 当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, 函数有最大值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$; 当 $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $x > -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而减小.	

(3) 二次函数图象的平移规律:

$$y = ax^2 \leftrightarrow y = ax^2 + k \leftrightarrow y = a(x-h)^2 + k.$$

抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 可由抛物线 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 平移得到. 由于平移时, 抛物线上所有的点的移动规律都相同, 所以只需研究其顶点移动的情况. 因此有关抛物线的平移问题, 需要利用二次函数的顶点式 $y = a(x-h)^2 + k$ 来讨论.

这里我们总结了一个口诀帮大家总结二次函数图象平移时的规律:

a 倍系数定开口; $a > 0$, 开口向上; $a < 0$, 开口向下.

加减常数上下走; 加上常数, 向上移动; 减去常数, 向下移动. 常数若是进括号, 加减左右对称轴; 括号内加, 向左移动; 括号内减, 向右移动, 简称“左加右减”.

(注: 这里加减的数字指正数)

14. 平均数 一般地, 如果有 n 个数 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 那么

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) \text{ 叫做这 } n \text{ 个数的平均数, } \bar{x} \text{ 读作“} x \text{ 拔”}.$$

15. 方差 设在一组数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 中, 各数据与它们的平均数 $\bar{x}$ 的差的平方分别是 $(x_1 - \bar{x})^2, (x_2 - \bar{x})^2, \dots, (x_n - \bar{x})^2$, 那么我们用它们的平均数表示方差,

$$s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2].$$

$$16. \text{标准差 } s = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]}.$$

[注意] 方差与标准差都是反映数据波动的情况.

几

何

1. 直线的公理:(1)经过两点有且只有一条直线.
(2)两点之间线段最短.
 2. 平行公理:(1)经过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行.
(2)如果两条直线都与第三条直线平行,那么这两条直线也互相平行.
 3. 垂线的公理:平面内过一点有且只有一条直线与已知直线垂直.
 4. 同角或等角的余角相等,同角或等角的补角相等.
 5. 对顶角相等.
 6. 平行线的判定:(1)同位角相等,两直线平行.
(2)内错角相等,两直线平行.
(3)同旁内角互补,两直线平行.
- 平行线的性质:
- (1)两直线平行,同位角相等.
 - (2)两直线平行,内错角相等.
 - (3)两直线平行,同旁内角互补.
7. 三角形内(外)角和定理:三角形的内角和等于 180° ,外角和等于 360° .
外角的性质:(1)三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角之和.
(2)三角形的一个外角大于任何一个与它不相邻的内角.
- 三角形边的性质:(1)三角形任何两边的和大于第三边.
(2)三角形任何两边的差的绝对值小于第三边.
8. 等腰三角形的性质:(1)等边对等角.
(2)等腰三角形顶角平分线、底边的高、底边的中线三线合一.
- 等腰三角形的判定:等角对等边.
9. 等边三角形的性质:三条边都相等,三个角都等于 60° .
等边三角形的判定:(1)三条边都相等的三角形是等边三角形.
(2)三个角都相等的三角形是等边三角形.
(3)两条边相等且有一个角为 60° 的三角形为等边三角形.
 10. 直角三角形的性质:(1)直角三角形中 30° 所对的直角边是斜边的一半.
(2)直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.
- 直角三角形的判定:(1)有一个角为直角(或两角互余)的三角形.
(2)若 a, b, c 为 $\triangle ABC$ 三边, $a^2 + b^2 = c^2$, 则 $\angle C = 90^\circ$.
- 11. 角平分线性质:(1)角的平分线上任一点到角的两边距离相等.



(2)到角的两边距离相等的点在这个角的平分线上.

12. 线段的垂直平分线性质:(1)线段垂直平分线上一点到这条线段的两端点距离相等.

(2)到线段两端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上.

13. 几种特殊四边形的性质和判定

(1)平行四边形:

性 质	判 定
(1)两组对边分别平行	(1)两组对边分别平行(定义)
(2)两组对边分别相等	(2)两组对边分别相等
(3)两组对角分别相等	(3)一组对边平行且相等
(4)两条对角线互相平分	(4)两组对角分别相等
(5)对角线分平行四边形为两个全等三角形	(5)两条对角线互相平分

(2)矩形、菱形、正方形(特殊的平行四边形):

名称	性 质	判 定
矩形	(1)对边平行且相等 (2)四个角都是直角 (3)对角线互相平分且相等	(1)有三个角是直角的四边形 (2)有一个角是直角的平行四边形 (3)对角线相等的平行四边形
菱形	(1)四边相等、对边平行 (2)对角相等 (3)对角线互相垂直平分且每条对角线平分一组对角	(1)有一组邻边相等的平行四边形 (2)四边都相等的四边形 (3)对角线互相垂直的平行四边形
正方形	(1)对边平行且四边相等 (2)四个角都是直角 (3)对角线互相垂直平分且相等,每条对角线平分一组对角	(1)有一个角是直角的菱形 (2)有一组邻边相等的矩形 (3)对角线互相垂直且相等的平行四边形

(3)梯形:

性 质	判 定
(1)两底平行 (2)同一腰上的两个底角互补 (3)中位线平行于两底且等于两底和的一半	有一组对边平行,另一组对边不平行的四边形

等腰梯形性质定理 等腰梯形在同一底上的两个角相等.

等腰梯形性质 等腰梯形的两条对角线相等.

等腰梯形判定定理 在同一底上的两个角相等的梯形是等腰梯形.

14. 平行线等分线段定理 如果一组平行线在一条直线上截得的线段相等,那



么在其他直线上截得的线段也相等。

推论 1: 经过梯形一腰的中点与底平行的直线必平分另一腰。

推论 2: 经过三角形一边的中点与另一边平行的直线必平分第三边。

15. 中心对称 把一个图形绕着某一点旋转 180° , 如果它能够与另一个图形重合, 那么就说这两个图形关于这点对称, 两个图形关于点的对称又叫中心对称, 这个点叫对称中心, 这两个图形中的对应点叫做关于中心的对称点。

定理 1: 关于中心对称的两个图形是全等形。

定理 2: 关于中心对称的两个图形, 对称点连线都经过对称中心并且被对称中心平分。

逆定理: 如果两个图形的对应点连线都经过某一点并且被这一点平分, 那么这两个图形关于这点对称。

16. 中心对称图形 把一个图形围绕它的某一个点旋转 180° , 如果旋转后的图形能够和原来的图形互相重合, 那么这个图形叫做中心对称图形, 这个点就是它的对称中心。

[注意] 中心对称是对两个图形说的, 它表示两个图形之间的对称关系; 中心对称图形是对一个图形说的, 它表示某个图形的特性。

17. 比例中项 如果作为比例中项的是两条相同的线段,

即 $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ 或 $a : b = b : c$, 那么线段 b 叫做线段 a 和 c 的比例中项。

18. 比例的基本性质

如果 $a : b = c : d$, 那么 $ad = bc$ 。

如果 $ad = bc$, 那么 $a : b = c : d$ 。

如果 $a : b = b : c$, 那么 $b^2 = ac$ 。

合比性质 如果 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, 那么 $\frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}$ 。

等比性质 如果 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \dots = \frac{m}{n}$ ($b + d + \dots + n \neq 0$),

那么 $\frac{a + c + \dots + m}{b + d + \dots + n} = \frac{a}{b}$ 。

19. 相似三角形

(1) 平行于三角形一边的直线和其他两边(或延长线)相交, 所构成的三角形与原三角形相似。

(2) 有两组对应角相等的两个三角形相似。

(3) 两组对应边成比例并且夹角相等的两个三角形相似。

(4) 三组对应边成比例的两个三角形相似。

相似三角形特点(性质):

(1) 相似三角形的对应边成比例, 对应角相等。

(2) 相似三角形的对应高之比、对应中线之比、对应角平分线之比等于相似比。

(3) 相似三角形的周长之比等于相似比。

(4) 相似三角形的面积之比等于相似比的平方。

20. 全等三角形: 形状大小相同能够完全重合的三角形是全等三角形。

全等三角形性质: 对应边相等, 对应角相等。

全等三角形判定:

两个三角形中对应相等的边或角		全等的识别法
一般三角形	三条边	(SSS)
	两边及其夹角	(SAS)
	两角及其夹边	(ASA)
	两角和一角的对边	(AAS)
直角三角形	斜边及一条直角边	(HL)

21. 锐角三角函数

(1) 锐角三角函数的取值范围 ($\angle A$ 为锐角)

$$0 < \sin A < 1, 0 < \cos A < 1, \tan A > 0, \cot A > 0.$$

(2) 锐角三角函数的关系

① 倒数关系: $\tan A \cdot \cot A = 1$ (或 $\tan A = \frac{1}{\cot A}$);

② 平方关系: $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$;

③ 商的关系: $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}, \cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$;

④ 互余关系: $\sin A = \cos(90^\circ - A), \cos A = \sin(90^\circ - A)$

$\tan A = \cot(90^\circ - A), \cot A = \tan(90^\circ - A).$

(3) 特殊的三角函数值:

角 \ 三角函数	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin A$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	不存在
$\cot A$	不存在	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

22. 圆中有关概念

(1) 圆的垂径定理: 垂直弦的直径平分这条弦, 并且平分弦所对的弧。

注：垂径定理新教材虽然不再强调，但记住这条定理对解圆中有关问题大有益处。

推论：平分弦（不是直径）的直径垂直于弦并且平分弦所对弧。

(2) 圆周角与圆心角：（同圆或等圆中）同弧或等弧所对的圆周角是圆心角的一半。

(3) 弧、弦、圆心角的关系：在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弦、两条弧中有一组量相等，那么它们所对应的其余各组量都分别相等。

推论：在同圆或等圆、同弧或等弧所对的圆周角相等；直径所对的圆周角是直角， 90° 的圆周角所对弦是直径。

23. 三角形的内心和外心

(1) 确定圆的条件：不在同一直线上的三个点确定一个圆。

(2) 三角形的外心：三角形的三个顶点确定一个圆，这个圆叫三角形的外接圆，外接圆的圆心就是三角形三边垂直平分线的交点，这个交点叫做三角形的外心。

(3) 三角形的内心：和三角形的三边都相切的圆叫做三角形的内切圆，内切圆的圆心是三角形三条角平分线的交点，这个交点叫做三角形的内心。

24. 圆的内接四边形：圆的内接四边形内对角互补，并且一个外角等于它相邻的内对角。

25. 点与圆、直线与圆的位置关系

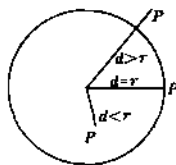
(1) 点与圆的位置关系。

（点到圆心的距离记作 d ）

点在圆外 $\Leftrightarrow d > r$ 。

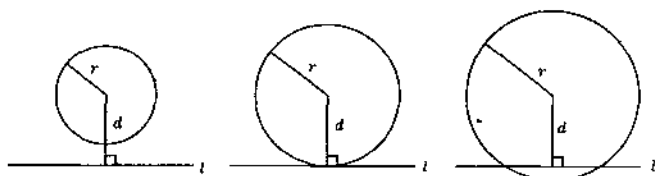
点在圆上 $\Leftrightarrow d = r$ 。

点在圆内 $\Leftrightarrow d < r$ 。



(2) 直线与圆的位置关系。

（圆心到直线的距离记作 d ）



相离 $\Leftrightarrow d > r$

相切 $\Leftrightarrow d = r$

相交 $\Leftrightarrow d < r$

(3) 直线与圆相切的判定：

① 到圆心的距离等于半径的直线是圆的切线。

② 经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线。

(4) 圆的切线的性质：

- ①切线和圆只有一个公共点.
 ②圆心到切线的距离等于半径.
 ③切线垂直于过切点的半径.
 ④经过圆心垂直于切线的直线必过切点.
 ⑤经过切点垂直于切线的直线必过圆心.

26. 圆与圆的位置关系

设两圆半径分别为 R 和 r , 圆心距为 d , 那么

- (1) 两圆外离 $\Leftrightarrow d > R + r$.
 (2) 两圆外切 $\Leftrightarrow d = R + r$.
 (3) 两圆相交 $\Leftrightarrow R - r < d < R + r (R \geq r)$.
 (4) 两圆内切 $\Leftrightarrow d = R - r (R > r)$.
 (5) 两圆内含 $\Leftrightarrow d < R - r (R > r)$ 同心圆 $\Leftrightarrow d = 0$.

连心线的性质: 两圆相交时, 连心线垂直平分公共弦;

两圆相切时, 连心线必过切点.

27. 关于弧长、扇形面积的计算.

已知 $\odot O$ 的半径为 R , 则圆面积公式为: $S = \pi R^2$.

圆周长: $C = 2\pi R$, n° 圆心角的弧长公式: $l = \frac{n\pi R}{180}$.

n° 扇形的面积: $S = \frac{n\pi R^2}{360} = \frac{1}{2} lR$.

弓形面积:

优弧: $S_{\text{弓}} = S_{\text{扇}} + S_{\Delta}$.

劣弧: $S_{\text{弓}} = S_{\text{扇}} - S_{\Delta}$.

半圆弧: $S_{\text{弓}} = \frac{1}{2} \pi R^2$.

28. 正多边形

正 n 边形的每个中心角都等于 $\frac{360^\circ}{n}$.

正 n 边形的每个内角都等于 $\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$.



必会方法和技巧

解题方法与技巧,实际上是解题规律的总结,是解题经验的提炼.研究解题方法与技巧的真实目的是以点代面,触类旁通.掌握一个方法,解决一批问题;运用一种技巧,实现一次解题飞跃.

在临近中考以前,我们再一次去研究那些主要的常用的解题方法与技巧,绝对是为了在考场上能轻松面对,灵感和智慧将帮助你解决困难.

那么,哪些方法与技巧最重要呢?

方 程 思 想

从分析问题中的数量关系入手,抓住等量关系,运用数学形式语言将相等关系转化为方程与未知量的限制条件,再通过解方程使问题获解,这种解决问题的思想便是方程思想.

(1) 用方程求值

【例1】 某学生在暑假期间观察了 x 天的天气情况,其结果是:①共有 7 个上午是晴天;②共有 5 个下午是晴天;③共下了 8 次雨,在上午或下午;④下午下雨的那天,上午是晴天,则 x 等于 ()

A. 8

B. 9

C. 10

D. 11

【解析】 我们可以对已知条件逐条进行“翻译”:由①知,共有 $x-7$ 个上午是雨天;由②知,共有 $x-5$ 个下午是雨天;由③列出方程:

$$x-7+x-5=8.$$

解之,可得 $x=10$. 满足④中 $x-5 < 7$ 的要求,故应选 C.

【点评】 从已知条件入手,抓住“ x 天中共下了 8 次雨”这一线索找等量关系,是列方程的关键.

【例2】 已知 x_1, x_2 是二次方程 $x^2 + x - 3 = 0$ 的两个根, 那么 $x_1^3 - 4x_2^2 + 19$ 的值是_____.

【分析】 因为已知条件是一元二次方程的两个根, 由此联想相关的根的定义与根与系数的关系, 降次求解待求式的值.

【解答】 由方程根的定义, 得 $x_1^2 + x_1 - 3 = 0, x_2^2 + x_2 - 3 = 0$,

变形得 $x_1^2 = -x_1 + 3, x_2^2 = -x_2 + 3$.

由根与系数关系, 得 $x_1 + x_2 = -1$.

$$\begin{aligned} \therefore x_1^3 - 4x_2^2 + 19 &= x_1 \cdot (-x_1 + 3) - 4(-x_2 + 3) + 19 \\ &= -x_1^2 + 3x_1 + 4x_2 + 7 \\ &= -(-x_1 + 3) + 3x_1 + 4x_2 + 7 \\ &= 4(x_1 + x_2) + 4 \\ &= 4 \times (-1) + 4 = 0. \end{aligned}$$

【例3】 若分式 $\frac{x^2 + 2x - 3}{x + 3}$ 的值为零, 则 x 的值为_____.

【解析】 按题意列出方程组:

$$\begin{cases} x^2 + 2x - 3 = 0, \\ x + 3 \neq 0. \end{cases} \quad \text{解之得 } x = 1.$$

【例4】 已知实数 a, b, c 满足 $a = 6 - b, c^2 = ab - 9$. 求证: $a = b$.

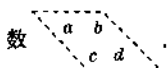
【解析】 $\because a + b = 6, ab = c^2 + 9$, 则 a, b 是方程 $t^2 - 6t + 9 + c^2 = 0$ 的两实数根. 变形得 $(t - 3)^2 + c^2 = 0$, 则 $t = 3, c = 0$, 故 $a = b = t = 3$, 得证.

【点评】 本题还可这样考虑: a, b 是方程 $t^2 - 6t + 9 + c^2 = 0$ 的两实数根, 则 $\Delta = 36 - 4(9 + c^2) \geq 0$, 即 $-4c^2 \geq 0$, 亦即 $c^2 \leq 0$.

$\therefore c = 0$. 即 $\Delta = 0$, 则 a, b 是方程的两等根. 即 $a = b$.

(II) 用方程确定代数关系

【例5】 如图是 2006 年 1 月份的日历, 现用平行四边形框出四个



日	一	二	三	四	五	六
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

请用一个等式表示 a, b, c, d 之间的关系:_____.

任意框出这样的四个数, 都具有这样的关系吗? 为什么呢?