

小学数学 难题解析

300例

侍海军 编著
周胜发



科学普及出版社

小学数学难题解析 300 例

侍海军 周胜发 编著

科学普及出版社

• 北 京 •

小学数学难题解析 300 例

侍海军 周胜发 编著

科学普及出版社出版

北京海淀区白石桥路 32 号 邮政编码:100081

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

北京市朝阳区京精印刷厂印刷

开本:787 毫米×1092 毫米 1/32 印张:7.875 字数:177 千字

1998 年 1 月第 1 版 1998 年 1 月第 1 次印刷

印数:1—10000 册 定价:9.50 元

ISBN 7-110-03287-6/G·1345

前 言

为发展学生的智力,提高其分析问题、解决问题的能力,开阔解题思路,培养思维独创性,唤起学生学习数学的浓厚兴趣和强烈的求知欲望,我们根据小学生的知识水平和接受能力,编写了这本《小学数学难题解析 300 例》。

本书精选了 300 例典型题目,其中应用题 140 例,几何题 129 例,其他题 31 例。对每道例题都进行了疑难分析,指出了思考途径。

本书适用于小学中、高年级学生阅读,也可作为教师教学的参考用书。

本书在编写过程中,参阅了一些资料,谨向有关作者表示谢意。

由于水平有限,书中尚有缺点错误,欢迎读者批评指正。

编 者

1997 年 5 月

内 容 提 要

参照九年义务教育数学教科书,以及小学数学教学大纲的要求,本书精选了300例典型题目,其中应用题140例,几何题129例,其他题31例。且每道题都附有详尽的疑难分析,并指出了思考途径。目的是使广大学生提高分析问题,解决问题的能力,开阔解题思路,培养思维独创性。

本书适合小学中、高年级学生阅读,也可作为教师的参考用书。

编 著 侍海军 周胜发

责任编辑	高 纺 云	王 谅 儒
封面设计	刘 小 燕	
正文设计	李 伟	
责任校对	王 勤 杰	

目 录

一、应用题(1~140 题)	(1)
二、几何题(141~269 题)	(126)
三、其他类型题(270~300 题)	(222)

一、应 用 题

1. 爸爸和儿子从东西两地同时出发,相对而行,两地相距 100 千米,爸爸每小时走 6 千米,儿子每小时走 4 千米。爸爸带了一条狗,小狗以每小时 10 千米的速度向儿子奔去,遇到儿子即回头向爸爸奔去,接着小狗又向儿子奔去,直到爸爸和儿子相遇时小狗才停住。问这只小狗共奔跑了多少千米?

【疑难分析】 解答此题的习惯思路是:着眼于“总路程=路程₁+路程₂+路程₃+…”这一关系,把狗第一次与儿子相遇跑的路,第一次与爸爸相遇跑的路;第二次与儿子相遇跑的路,第二次与爸爸相遇跑的路;……都一一求出,然后全部加起来。但小狗要跑几个来回却不知道。所以,按上面的解题思路是行不通的。

【思考途径】 着眼于狗奔跑的全程,根据“路程=速度×时间”这一基本数量关系,去寻找解题思路。因为狗的速度是已知的,只要知道狗在奔跑的全过程中一共用了多长时间就行了。不难看出,狗奔跑的总时间,与两人从出发到相遇所用的时间同样多。即: $100 \div (6+4) = 100 \div 10 = 10$ (时),因此,狗一共奔跑的路程是: $10 \times 10 = 100$ (千米)。

答:这只狗共奔跑了 100 千米。

2. 有甲乙两堆煤,已知甲堆煤的吨数是乙堆煤的 4 倍。如果从甲堆煤中运出 6 吨放到乙堆上,这时甲堆煤的吨数就是乙堆煤的 3 倍。求甲乙两堆煤原来各有多少吨?

【疑难分析】 这道题的已知条件中,两堆煤的总重量和两堆煤的重量差都没有告诉,因此无法用“和倍”或“差倍”方法来解答。同时由于两堆煤吨数又发生了变化,倍数关系也随之变化,因而一倍数也就不好确定。如果甲、乙两堆煤之间的倍数关系保持不变,就能把题目转化为“差倍”问题。

【思考途径】 假设从甲堆煤中运出 6 吨放到乙堆后,甲堆煤的重量仍是乙堆煤的 4 倍,那么甲堆煤要增加的吨数为 $(6 \times 4 + 6)$ 吨。增加的这部分煤,就是两堆煤相差的倍数: $4 - 3 = 1$ (倍),这个 1 倍数就是乙堆煤现在的吨数。用“差倍”法可求出乙堆煤现有 $(6 \times 4 + 6) \div (4 - 3) = (24 + 6) \div 1 = 30$ (吨),乙堆煤原有 $30 - 6 = 24$ (吨),甲堆煤原有 $24 \times 4 = 96$ (吨)。

答: 甲堆煤原有 96 吨,乙堆煤原有 24 吨。

3. 某织布厂第一车间 15 台织布机 4 小时织布 1200 米,第二车间 10 台织布机 5 小时织布 1500 米,第三车间 8 台织布机 5 小时织布 1800 米,这个工厂平均每台织布机每小时织布多少米?

【疑难分析】 要求每台织布机每小时织布的米数,除了知道总织布量,还要知道织完这些布所用的机器总台数和所用的总时间。现在,织布的总量和机器总台数都可以求出来,但织布的总时间却不好求出来。总时间是 $4 + 5 + 5 = 14$ (时)吗?显然不是的,这个时间应该在 4 小时和 5 小时之间,怎么求呢?我们可以先不求时间,而是通过假设来转化已知条件,把时间统一起来。

【思考途径】 假设第一车间要在 1 小时内织布 1200 米,织布机的台数就要是原来的 4 倍,即要用 $15 \times 4 = 60$ (台)织布机来织。这样,“15 台织布机 4 小时织布 1200 米”就可以转

化为“60 台织布机 1 小时织布 1200 米”。同样,“第二车间 10 台织布机 5 小时织布 1500 米”可以转化成“第二车间 $10 \times 5 = 50$ 台织布机 1 小时织布 1500 米”;“第三车间 8 台织布机 5 小时织布 1800 米”可以转化成“第三车间 $8 \times 5 = 40$ 台织布机 1 小时织布 1800 米”。这样,这个工厂 $60 + 50 + 40 = 150$ 台织布机每小时能织布 $1200 + 1500 + 1800 = 4500$ 米,所以,平均每台织布机每小时织布 $4500 \div 150 = 30$ (米)。综合算式是:

$$(1200 + 1500 + 1800) \div (15 \times 4 + 10 \times 5 + 8 \times 5) \\ = 4500 \div 150 = 30(\text{米}).$$

答:这个工厂平均每台织布机每小时织布 30 米。

4. 一个小朋友用 2.16 元钱买了一些巧克力,如果每块巧克力的价格减少 1 分钱,他就可以用这些钱多买 3 块巧克力。问这位小朋友原来买了多少块巧克力?

【疑难分析】 按照一般的思路,先求出巧克力的单价,然后用总钱数除以单价,便可求出原来买巧克力的块数。但借助题目中告诉的已知数量,却无法通过列式计算求出单价。因此,按照原来的思路是无法解的。但用分解质因数的方法,则能使这题得到巧妙解答。

【思考途径】 $2.16 \text{ 元} = 216 \text{ 分}$ 。 216 分解质因数为 $216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$ 。由两次买巧克力的总钱数不变可知,两次买巧克力的块数与巧克力的单价(以分为单位)都是 216 的约数,所以,可以把上面的六个质因数重新组合成两个数,使其分别代表单价和数量,并使表示单价的两个数相差 1。

$$216 = (3 \times 3) \times (3 \times 2 \times 2 \times 2) = 9 \times 24$$

$$\text{或 } 216 = (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3) = 8 \times 27$$

从上面可以看出,每块巧克力 9 分钱时,正好买 24 块,当

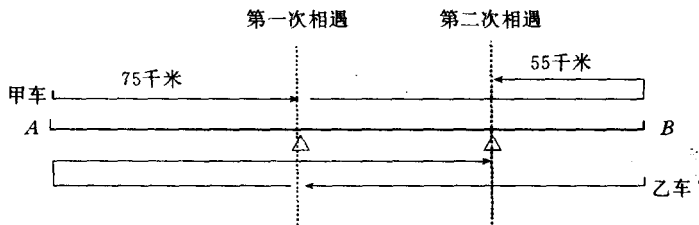
巧克力单价减少1分,即为8分时,正好买27块,比原来多买3块,符合题意。由此可知小朋友原来买了24块巧克力。

答:这位小朋友原来买了24块巧克力。

5. 甲、乙两列火车同时从A、B两地相对开出,第一次在离A地75千米处相遇,相遇后继续前进,到达目的地后又立刻返回。第二次相遇在离B地55千米处,求A、B两地相距多少千米?

【疑难分析】 此题的一般思考方法是:用两车的速度和乘以相遇时间,便可求出A、B两地的路程。而题目中既没有给出两车的速度和,又没有给出相遇时间,同时又没有办法求出这两个量。怎么办呢?如果采用画图法来分析,则问题就容易解了。

【思考途径】 根据题意画图如下:



从图上可知:甲、乙两车从出发到第一次相遇合走了一个AB的路程,其中甲走了75千米。从出发到第二次相遇,甲、乙合走了三个AB的路程,其中A走了 $75 \times 3 = 225$ (千米),在225千米中又包括甲从B地返回所走的55千米,因此225千米减去55千米便是A、B两地之间的路程。列式为:

$$75 \times 3 - 55 = 170(\text{千米}).$$

答:A、B 两地相距 170 千米。

6. 小军和小明骑自行车由同一地点出发,小军行 10 分钟,小明行 7 分钟,小军比小明多行 204.3 米。已知小军每分钟比小明多行 4.5 米。求小明每分钟行多少米?

【疑难分析】 此题中两人行驶的速度不一样,行驶的时间也不相等。因此,对题中的数量关系不太好分析。如果把有关数量分解成两部分,则能使问题得到巧妙解答。

【思考途径】 把“小军行了 10 分钟”分解成两部分:一部分是小军和小明行的同样多的时间,一部分是小军多行的时间。这样,小军一共多行的 204.3 米也相应的分成了两部分:一部分是小军和小明在同样多的时间里,小军比小明多行的路程;一部分是小军在多行的时间里多行的路程。这样,就可以找出解题思路:在小军一共多行的路程里,去掉和小明在同样多的时间里多行的路程,得到小军在多行的时间里所行的路程。然后就能求出小军每分钟行的路程。从而再求小明每分钟行的路程。

(1) 小军比小明多行的时间是: $10 - 7 = 3$ (分)

(2) 小军在多行时间内所行的路程是: $204.3 - 4.5 \times 7 = 204.3 - 31.5 = 172.8$ (米)

(3) 小军每分钟行的路程是: $172.8 \div 3 = 57.6$ (米)

(4) 小明每分钟行的路程是: $57.6 - 4.5 = 53.1$ (米)。

答:小明每分钟行 53.1 米。

7. 一本书,印刷厂排出它的全部页码要用 1851 个铅字,这本书一共有多少页?

【疑难分析】 此题数量关系隐蔽,只告诉一个已知数量,看上去好像缺少条件。但是,只要仔细分析题意,就能找出

多种解法。

【思考途径一】 用分类法解题。把排页数所用的数码情况分段考虑：

(1) 排一位数页数用数码铅字为 $1 \times 9 = 9$ (个)；

(2) 排二位数页数用数码铅字为 $2 \times 90 = 180$ (个)；

(3) 排三位数页数用数码铅字为 $3 \times 900 = 2700$ (个)。

如此类推，考虑到题目所给数码铅字的总数，估计书页数在三位数以内。先将排一、二位数页数的数码铅字个数减去，即 $1851 - 9 - 180 = 1662$ (个)。再将余下的数码铅字排三位数页数，每排一页用 3 个数码铅字，这样三位数的页数是 $1662 \div 3 = 554$ (页)。这本书共有页数为： $9 + 90 + 554 = 653$ (页)。

【思考途径二】 用假设法解题。假设这本书有 999 页。则可以推出：

(1) 最前面的 9 页(1 ~ 9 页)共用去 9 个数码铅字；

(2) 紧接着的 90 页(10 ~ 99 页)共用去 $2 \times 90 = 180$ (个)数码铅字；

(3) 再接着的 900 页(100 ~ 999 页)共用去 $3 \times 900 = 2700$ (个)数码铅字。

到这里已经用去了 $9 + 180 + 2700 = 2889$ (个)数码铅字。比实际用的 1851 个铅字，多了 $2889 - 1851 = 1038$ (个)铅字。说明这本书没有 999 页，最后多算的页码应该都是三位数，所以一共多算了 $1038 \div 3 = 346$ (页)，这本书一共有的页数是： $999 - 346 = 653$ (页)。

答：这本书一共有 653 页。

8. 甲、乙两块棉田，平均每公顷产量是 1387.5 千克，甲棉田是

5 公顷,每公顷产量是 1522.5 千克,乙棉田每公顷产量是 1275 千克,乙棉田有多少公顷?

【疑难分析】 按一般的方法思考,是先求两块田的总产量,进而求出乙棉田的总产量,然后用“总产量 $\div$ 单产量 = 数量”这一公式,求出乙棉田的公顷数。然而这道题中两块棉田的总产量没法求出,故原有思路受阻。

【思考途径】 甲棉田每公顷产量高出平均数 $1522.5 - 1387.5 = 135$ (千克),5 公顷棉田则共多出 $135 \times 5 = 675$ (千克)。同样可知:乙棉田每公顷低出平均数 $1387.5 - 1275 = 112.5$ (千克)。这样,用甲棉田多出平均数的产量,补齐乙棉田低于平均数的产量,一共可补齐的公顷数就是 $675 \div 112.5 = 6$ (公顷),这就是乙棉田的公顷数。综合算式是:

$$(1522.5 - 1387.5) \times 5 \div (1387.5 - 1275) \\ = 135 \times 5 \div 112.5 = 6(\text{公顷}).$$

答:乙棉田有 6 公顷。

9. 某水果店运来苹果的筐数是梨子筐数的 2 倍,如果梨子每天卖出 40 筐,苹果每天卖出 50 筐,几天后,梨子全部卖完,苹果还剩 90 筐?

【疑难分析】 要求“梨子几天卖完”,一般要先求梨子的总筐数是多少,然而利用题中告诉的已知数量却无法求出。同时题中告诉我们的“苹果的筐数是梨子的 2 倍”这一条件,也使这道题的数量关系变得更为复杂。怎么办呢?变换题中条件,则使题目化繁为简,数量关系明显。

【思考途径】 因为苹果筐数是梨子的 2 倍,所以,我们可以把梨子的总筐数和每天卖出的筐数都扩大 2 倍,这样梨子全部卖完的天数也不会变。因此,上面的题就变为:“某水果店

运来苹果和梨子的筐数一样多,梨子每天卖出 80 筐,苹果每天卖出 50 筐,几天以后,梨子全部卖完,苹果还剩 90 筐?”这样数量关系就十分明显了。不难看出:因为苹果和梨子一样多,而苹果每天少卖出 $80 - 50 = 30$ (筐),所以几天后,当梨子全部卖完时,苹果还剩 90 筐。从而求出所需天数是 $90 \div 30 = 3$ (天)。综合算式是:

$$\begin{aligned} & 90 \div (40 \times 2 - 50) \\ &= 90 \div (80 - 50) \\ &= 90 \div 30 = 3(\text{天}). \end{aligned}$$

答:3 天后,梨子全部卖完,苹果还剩 90 筐。

10. 运往某地两批物资,第一批 360 吨,用 6 节火车皮加上 15 辆汽车正好装完;第二批 440 吨,用 8 节火车皮加上 10 辆汽车正好装完。求每节火车皮和每辆汽车平均各装多少吨?

【疑难分析】 本题涉及到两个未知数,一般的解法是采用列方程组来解。然而小学生是不会解方程组的。如果采用“缩放法”来变换已知条件,则能使问题得到巧解。

【思考途径】 把第一批货物、车皮节数、汽车辆数都扩大 2 倍,把第二批货物及火车车皮节数、汽车辆数都扩大 3 倍,则分别得到:

第一批货物 720 吨,用 12 节火车车皮加上 30 辆汽车正好装完;

第二批货物 1320 吨,用 24 节火车车皮加上 30 辆汽车正好装完。

比较扩大后的两种情况,我们发现:货物相差 $1320 - 720 = 600$ (吨),相差的火车车皮数是 $24 - 12 = 12$ (节),于是每

节车皮装货物的吨数是： $600 \div 12 = 50$ (吨)，每辆汽车装货物的吨数就不难计算了。

$$\begin{aligned}& (440 \times 3 - 360 \times 2) \div (8 \times 3 - 6 \times 2) \\&= (1320 - 720) \div (24 - 12) \\&= 600 \div 12 = 50(\text{吨}) \\& (360 - 50 \times 6) \div 15 \\&= (360 - 300) \div 15 \\&= 60 \div 15 = 4(\text{吨}).\end{aligned}$$

答：每节火车皮装货 50 吨，每辆汽车装货 4 吨。

11. 某校 240 名师生外出参观，恰好坐满大、小汽车共 9 辆，每辆大汽车坐 40 人，每辆小汽车坐 10 人，问大、小汽车各有几辆？

【疑难分析】 要求“大、小汽车各有几辆？”一般要求“大、小汽车各坐的总人数”。而借助已知条件，不好求出这个总人数，因此，原有的思路受阻。如果借助转化法，则能使问题得到巧妙解答。

【思考途径】 (1) 把小汽车转化为大汽车。假设 9 辆都是大车，则共坐的人数是 $40 \times 9 = 360$ (人)。这与实际只有师生 240 人相矛盾，原因是把小车看成了大车，所以才多出 $360 - 240 = 120$ (人)，而每辆小车比每辆大车少坐 $40 - 10 = 30$ (人)，在多出的 120 人中，有多少个 30 人，就是小车的辆数，即： $120 \div 30 = 4$ (辆)。大车的辆数就是 $9 - 4 = 5$ (辆)。

(2) 把大车转化为小车。假设 9 辆都是小车，则共坐的人数是 $10 \times 9 = 90$ (人)。总共少坐的人数是 $240 - 90 = 150$ (人)，每辆车少坐的人数是 $40 - 10 = 30$ (人)，大车的辆数是 $150 \div 30 = 5$ (辆)，小车的辆数是 $9 - 5 = 4$ (辆)。

答：大汽车有 5 辆，小汽车有 4 辆。

12. 一袋糖，平均分给 9 个小朋友多 8 块，平均分给 10 个小朋友少 1 块，平均分给 12 个小朋友多 11 块。这袋糖至少有多少块？

【疑难分析】 把“这袋糖”平均分时，不是多了几块，就是少几块，而且“多的块数”与“少的块数”又是交叉出现的。因此更使原题的数量关系变得复杂。假如在不改变题意的条件下，借助已知条件的变化，把题目变变，那么就能巧妙地解这题。

【思考途径】 把“平均分给 9 个小朋友多 8 块”变换为“平均分给 9 个小朋友少 1 块”；把“平均分给 12 个小朋友多 11 块”变换为“平均分给 12 个小朋友少 1 块”。这样，原题就变成“一袋糖果，平均分给 9 个小朋友，10 个小朋友和 12 个小朋友都少 1 块，这袋糖至少有多少块？”对这一题则很好解答。“求这袋糖至少有多少块”，就是求比 9、10 和 12 的最小公倍数少 1 的数是多少。9、10 和 12 的最小公倍数是 360，这袋糖至少有的块数是 $360 - 1 = 359$ (块)。

答：这袋糖至少有 359 块。

13. 抗日战争中一支敌后武工队，为了更灵活地打击敌人，把 68 人分成 14 个战斗小组。这些小组有的 3 人，有的 5 人，有的 7 人，而 3 人与 5 人组的组数相等，问三种战斗小组各有几组？

【疑难分析】 此题中有三个不相等的量，即 3 人组，5 人组和 7 人组。如果用列方程来解，则要列成方程组。而小学生是不会解方程组的。如果采用假设法，则能使问题得到顺利解决。