

应用非线性控制

Applied Nonlinear Control

Jean-Jacques E. Slotine 著
(美) Weiping Li

麻省理工学院

程代展 等译

APPLIED NONLINEAR CONTROL

Jean-Jacques E. Slotine
Weiping Li

电子与电气工程丛书

应用非线性控制

Applied Nonlinear Control

(美) Jean-Jacques E. Slotine 著
Weiping Li

麻省理工学院

程代展 等译



机械工业出版社
China Machine Press

本书系统介绍了现代非线性系统的基本控制理论, 以及这些理论在实际非线性控制系统设计中的应用, 并提供分析非线性控制系统的工具。主要内容包括: 相平面分析、描述函数分析、反馈线性化、滑模控制以及自适应控制等。本书强调工程应用, 在每一章均配有大量例题与习题, 便于教学。

本书注重基本概念与应用, 结构清晰、可读性强, 不仅适合作为高等院校高年级本科生及研究生教材或参考书, 也可供科研人员参考。

Simplified Chinese edition copyright © 2006 by Pearson Education Asia Limited and China Machine Press.

Original English language title: Applied Nonlinear Control (ISBN 0-13-040890-5) by Jean-Jacques E. Slotine, Weiping Li, Copyright © 1991.

All rights reserved.

Published by arrangement with the original publisher, Pearson Education, Inc., publishing as Prentice Hall International Inc.

本书封面贴有 Pearson Education(培生教育出版集团)激光防伪标签, 无标签者不得销售。

版权所有, 侵权必究。

本书法律顾问 北京市展达律师事务所

本书版权登记号: 图字: 01-2004-5164

图书在版编目(CIP)数据

应用非线性控制/(美)斯洛坦(Slotine, J. E.), (美)李(Li, W.)著; 程代展等译. —北京: 机械工业出版社, 2006. 4

(电子与电气工程丛书)

书名原文: Applied Nonlinear Control

ISBN 7-111-18379-7

I. 应… II. ①斯… ②李… ③程… III. 非线性控制系统 IV. TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 004679 号

机械工业出版社(北京市西城区百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑: 姜淑欣

北京牛山世兴印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

2006 年 4 月第 1 版第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16·20.75 印张

定价: 45.00 元

凡购本书, 如有倒页、脱页、缺页, 由本社发行部调换
本社购书热线: (010)68326294

译者序

非线性系统的控制理论是系统与控制理论的一个重要组成部分，它之所以重要，是由于实际系统本质上都是非线性的，而线性只是一种近似。随着高新技术的发展，人们需要更多地考虑全局问题，并且对系统控制提出更高的精度要求，这使我们必须面对系统的非线性本质。同时，从学科发展来看，它在理论上更具有挑战性。

然而，非线性系统的控制理论也是控制理论中较艰深的一部分。它用的数学工具比较多，如拓扑学、微分动力系统及微分流形等。因此，对于许多工程师和工院校学生来讲，理解起来有一定困难，这直接影响了这些理论的应用。

本书由美国麻省理工学院 Slotine 教授和 Li 教授编写，被美国许多高等院校采用，作为系统控制专业高年级本科生及研究生的教材或参考书。

本书具有以下几个特点：

1) 强调基本概念和基本方法，而不注重理论证明。这使读者更容易了解问题的实质，掌握解决非线性控制问题的基本工具。因此，它特别适合初学者。

2) 强调工程应用，书中有大量例子，它们不仅有利于理解基本理论，而且也是对控制设计的具体应用的范例。

3) 要求的数学预备知识较少，掌握微积分、线性代数、常微分方程及初等控制知识的工院校学生即可读懂。

4) 书中配有大量的习题，包括思考、计算和仿真练习。

因此，本书不仅适于作为高等院校非线性控制课程的高年级本科生和研究生教材，也适于自学，还可以作为控制专业科研人员在非线性控制方面的参考书。

本书由中国科学院系统所程代展教授主笔翻译，参加本书翻译工作的还有郭宇骞、朱亚红、钟江华等。中国科学院系统所秦化淑教授对全书的翻译作了校阅。本书的翻译工作得到机械工业出版社华章分社编辑的指导和帮助，特此感谢。

程代展

于中国科学院系统所

前 言

近年来,功能强而价格廉的微处理器的出现,极大地推动了非线性控制理论与应用的发展。在理论方面,最主要的进步表现在反馈线性化、滑模控制和非线性自适应技术。在应用方面,许多实际的非线性控制系统,包括从数字遥控飞行器到遥控驾驶汽车等得到很大发展,并被应用于先进机器人及太空系统等。这使得非线性控制在自动控制工程中占有越来越大的比例,并成为控制工程师必不可少的一部分基础。

本书是在麻省理工学院相关课程教学基础上形成的。它既可作为高年级本科学生及研究生的教材,也可以作为现场工程师的自学参考。其目的是给出现代非线性控制的基本理论结果,同时将数学的复杂性减到最小,而且给出理论结果在实际非线性控制系统设计中的应用。虽然本书的主要目的在于给出非线性控制的近期发展,但对经典方法(如相平面分析及描述函数法等)也作了介绍,因为它们在实际中仍有其重要性。

为达到我们的基本目的,本书具有如下一些特点:

- **可读性。**为增强可读性,特别注意概念的仔细编排、结果的直观解释,以及数学工具的适当选择。要求读者应学过初等控制课程,掌握常微分方程与基本矩阵代数等数学基础知识。对于新结论,更强调其本意,而不是其数学推导。对于每个主要结论,我们力图回答以下几个关键问题:结论的直观和物理意义是什么?如何将其应用于实际问题?与其他理论的关系是什么?所有主要概念与结论都有例子加以说明。我们认为通过例子来学习和总结,对熟练应用任何理论结果都是至关重要的。
- **实践性。**选材与重点以使工程师和学生能够处理实际控制问题为目标,所选内容在一定意义上能使学生得到对解决实际问题的启示。同时,本书略过了那些更侧重于理论的问题。
- **综合性。**本书既包括经典理论的内容,如李雅普诺夫方法、描述函数法等,也包括现代控制理论,如线性反馈、自适应控制、滑模控制等。为便于阅读,在某些较难的章节标题上打了星号,读者在第一次阅读时,可略过它们,这并不影响阅读。
- **先进性。**近年来,非线性控制领域有许多新成果,特别是在非线性系统控制设计及机器人方面。本书的主要目的之一就是以清晰易懂的方式,讲述这些新的重要成果以及它们的应用。因此本书可作为这些领域的一本参考书和相关文献的指南。

本书分为两个主要部分。第2~5章给出研究非线性系统的主要的分析工具。第6~9章讨论主要的非线性控制器设计技术。每章配有习题,使学生能进一步理解。对讨论内容,书末附有详细索引与参考书目。

本书内容超过一个学期课程的教学内容,也难以在短时间内自学完成。因而本书可以根据学生或老师的实际兴趣而以不同方式使用。我们的建议是:初学应包括第3章(李雅普诺夫理论基础),4.5~4.7节(Barbalat引理与无源性方法),6.1节及6.2~6.4节的一部分(反馈线性化),第7章(滑模控制),8.1~8.3节、8.5节(线性系统与非线性系统的自适应

控制)和第9章(多输入物理系统控制)。而所有打星号(*)的章节在初读时都可略去。

许多同事、学生和朋友为本书进行过激烈的讨论并提出批评建议。Karl Hedrick 给我们热情的鼓励及许多重要的评论和建议。与 Karl Aström 及 Semyon Meerkov 的交流讨论,帮助我们确定了本书的基调与数学水平。Harry Asada、Jo Bentsman、Marika DiBenedetto、Olav Egeland、Neville Hogan、Marija Ilic、Lars Nielsen、Ken Salisbury、Sajhendra Singh、Mark Spong、David Wormley、Dana Yoerger 给了许多有意义的建议与支持。书中的插图多由 Barbara Hove 所作。Günter Niemeyer 以其经验与热心,帮助设立计算机与 Word 环境。Hyun Yang 帮忙作了大量仿真。他们3人在技术和编辑上做了大量贡献。麻省理工学院许多学生的热情和兴趣也使本书受益多多。

本书第一作者为完成本书得到了 Gordon 基金的支持。最后还要感谢 Prentice-Hall 出版社的 Time Bozik 和 Jennifer Wenzel 热情而专业的工作。

Jean-Jacques E. Slotine

Weiping Li

目 录

译者序	51
前言	
第 1 章 概论	1
1.1 为什么需要研究非线性控制	1
1.2 非线性系统的性态	2
1.3 本书的安排	8
1.4 注释与参考	9
第一部分 非线性系统分析	
第 2 章 相平面分析	13
2.1 相平面分析的概念	13
2.1.1 相图	13
2.1.2 奇异点	14
2.1.3 相平面图的对称性	16
2.2 构造相图	16
2.3 由相图确定时间	20
2.4 线性系统的相平面分析	21
2.5 非线性系统的相平面分析	23
2.6 极限环的存在	25
2.7 小结	26
2.8 注释与参考	26
2.9 习题	26
第 3 章 李雅普诺夫理论基础	28
3.1 非线性系统与平衡点	28
3.2 稳定的概念	32
3.3 线性化与局部稳定性	35
3.4 李雅普诺夫直接方法	38
3.4.1 正定函数与李雅普诺夫函数	39
3.4.2 平衡点定理	41
3.4.3 不变集理论	45
3.5 基于李雅普诺夫直接方法的系统分析	51
3.5.1 线性时不变系统的李雅普诺夫分析	51
3.5.2 Krasovskii 方法	56
3.5.3 待定梯度法	57
3.5.4 由物理概念产生的李雅普诺夫函数	59
3.5.5 性能分析	60
3.6 基于李雅普诺夫直接方法的控制设计	62
3.7 小结	63
3.8 注释与参考	64
3.9 习题	64
第 4 章 高级稳定性理论	67
4.1 非自治系统的稳定性概念	67
4.2 非自治系统的李雅普诺夫分析	70
4.2.1 非自治系统的李雅普诺夫直接方法	70
4.2.2 线性时变系统的李雅普诺夫分析	76
4.2.3 非自治系统的线性化方法	77
4.3 不稳定性定理	78
4.4 李雅普诺夫函数的存在性	80
4.5 用 Barbalat 引理作类李雅普诺夫分析	81
4.5.1 函数及其导数的渐近性质	81
4.5.2 Barbalat 引理	82
4.6 正线性系统	84
4.6.1 正实和严格正实传递函数	84
4.6.2 Kalman-Yakubovich 引理	86
4.6.3 正实传递矩阵	87
4.7 无源性形式论	88
4.7.1 块组合	88
4.7.2 线性系统的无源性	91
4.8 绝对稳定性	95
4.9 建立信号的有界性	98
4.10 解的存在性和惟一性	101

4.11 小结	102	构造	190
4.12 注释与参考	102	7.1.3 在一定代价下的完美性能	191
4.13 习题	103	7.1.4 切换控制规律的直接应用	195
第5章 描述函数分析	105	7.2 切换控制规律的连续逼近	195
5.1 描述函数基础	105	7.3 建模/性能之间的权衡	203
5.1.1 一个描述函数分析的例子	105	*7.4 多输入系统	204
5.1.2 应用范围	108	7.5 小结	206
5.1.3 基本假设	109	7.6 注释与参考	206
5.1.4 基本定义	110	7.7 习题	207
5.1.5 描述函数的计算	111	第8章 自适应控制	210
5.2 控制系统中常见的非线性特性	112	8.1 自适应控制中的基本概念	210
5.3 常见非线性特性的描述函数	114	8.1.1 为什么需要自适应控制	210
5.4 非线性系统的描述函数分析	119	8.1.2 什么是自适应控制	212
5.4.1 奈奎斯特准则及其扩展	119	8.1.3 如何设计自适应控制器	218
5.4.2 极限环的存在性	120	8.2 一阶系统的自适应控制	220
5.4.3 极限环的稳定性	122	8.3 线性系统全状态反馈自适应控制	227
5.4.4 描述函数分析的可靠性	123	8.4 线性系统输出反馈自适应控制	229
5.5 小结	124	8.4.1 具有相对阶为1的线性系统	230
5.6 注释与参考	124	8.4.2 具有高相对阶的线性系统	233
5.7 习题	124	8.5 非线性系统自适应控制	237
第二部分 非线性控制系统设计		8.6 自适应控制系统的鲁棒性	239
第6章 反馈线性化	138	*8.7 在线参数估计	242
6.1 直观概念	138	8.7.1 线性参数化模型	243
6.1.1 反馈线性化及其标准形	138	8.7.2 基于误差预测的估计方法	246
6.1.2 输入—状态线性化	142	8.7.3 梯度估计器	247
6.1.3 输入—输出线性化	144	8.7.4 标准最小二乘估计器	250
6.2 数学工具	152	8.7.5 具有指数遗忘的最小二乘法	253
6.3 单输入—单输出系统的输入—状态 线性化	157	8.7.6 有界增益遗忘	255
6.4 单输入—单输出系统的输入—输出 线性化	164	8.7.7 结论和执行问题	258
*6.5 多输入系统	178	8.8 复合自适应	259
6.6 小结	181	8.9 小结	263
6.7 注释与参考	182	8.10 注释与参考	263
6.8 习题	182	8.11 习题	264
第7章 滑模控制	186	第9章 多输入物理系统控制	266
7.1 滑动曲面	186	9.1 机器人学概述	266
7.1.1 记号简化	187	9.1.1 位置控制	267
*7.1.2 等价动态的非力波夫(Filippov)		9.1.2 轨线控制	269
		9.2 自适应机器人轨线控制	275
		9.2.1 基本算法	275
		*9.2.2 复合自适应轨线控制	280

9.3 物理概念在控制中的应用	284	9.4.2 飞行姿态控制	290
9.3.1 高频未建模动态	284	9.5 小结	295
9.3.2 守恒与耗散动态	285	9.6 注释与参考	295
9.3.3 从机器人设计得到的启发	286	9.7 习题	296
9.4 航天器控制	287	参考文献	298
9.4.1 航天器模型	288	索引	320

第1章 概 论

非线性控制研究的主题是非线性控制系统(也就是至少含有一个非线性元件的系统)的分析与设计。在分析过程中,假定一个非线性闭环系统已设计好了,我们希望确定它的性态特性。在进行设计过程中,给我们要控制的非线性装置和闭环系统性态的一些设计要求,要构造一个控制器,使该闭环系统满足期望的性态特征。当然,实际上分析与设计的结果是相关的,因为非线性系统的设计总牵涉到分析与设计的相互作用过程。

这个概论为以后各章所讨论的分析与设计方法提供背景知识。1.1节解释为什么要研究非线性控制。1.2节讨论非线性系统独有的一些特征性态。最后,1.3节给出全书结构的概貌。

1.1 为什么需要研究非线性控制

线性控制是一个成熟的理论,它有许多有效的方法,在工业应用中相当长的成功历史。因此,可能有人要问:为什么近来会有如此之多的来自航空航天控制、机器人、过程控制、1 生物医学工程等广泛领域的研究人员和设计师们对发展和应用非线性控制的方法论表现出如此强烈的兴趣?这里给出一些理由:

- **现有的控制系统的改进。**线性控制方法的一个关键假设是系统运动是小范围的,因而,线性模型是有效的。当所要求的运动范围大的时候,线性控制器效果很差,甚至不稳定,因为系统的非线性不能得到恰当的补偿。而非线性控制器则可能在大范围内直接处理非线性,这一点在机器人运动控制问题中很容易得到证实。当用一个线性控制器控制机器人的运动时,它忽略了机器人关节运动时的非线性力。当运动速度增大时,线性控制器的准确度迅速降低。因为许多相关的动态力,例如科里奥利力和向心力,是以速度平方变化的。因此,为了让机器人的工作(如抓取及放置、弧焊接和激光切割等)达到所要求的准确度,机器人的运动速度要比较慢,从而影响了生产速度。然而,一种理想的较简单的非线性控制器,通常称为计算力矩控制器,就能完全补偿机器人运动时的非线性力,从而在一个很大的工作空间及较大范围的速度下实现机器人的高精度控制。
- **硬非线性特性分析。**线性控制的另一个假定是系统的模型可以被线性化。但是,在控制系统中有许多非线性因素,它们的不连续性使其不具有线性近似。这些所谓“硬非线性特性”包括干摩擦非线性、饱和非线性、死区非线性、间隙非线性及时滞非线性,它们大量存在于控制工程中,其效应不能用线性方法获得,因此必须发展非线性分析技术来预测当这些非线性因素存在时系统的动态。由于这些非线性因素经常引起控制系统不期望的性态,如不稳定性、拟似极限环等,这些效应应当被预测出来,并被恰当地补偿掉。

- **对模型的不确定性的处理。**在设计线性控制器时，通常需要先假设系统模型的参数已知。但是在许多控制问题中，模型参数有不确定性。这可能是由于参数的慢时变（例如在飞机飞行中周围空气压力的变化）或参数的突然变化（例如当机器人突然抓起一个物体时惯性参数的变化）引起的。基于不准确或过时的模型参数值得到的线性控制器，其性能可能严重降低，甚至不稳定。非线性因素可以被有意地导入控制系统的控制器部分，从而使模型的不确定性可以容忍。有两类非线性控制器可用于此目的：鲁棒控制器与自适应控制器。
- **设计的简化。**好的非线性控制设计比相应的线性控制器更加简单直观。这个似乎不合理的结论是因为非线性控制器设计通常源于装置的物理特性。举一个简单的例子——一个垂直于平面的摆。从任意初始位置开始，摆作简谐振动并最终停止于垂直位置，尽管摆的运动可以通过其在平衡点附近的线性化进行分析，但物理上，它的稳定性与线性化系统矩阵的特征值没什么关系：是由于各种摩擦力（如铰链的摩擦）使系统的全部机械能耗尽。因此，摆停在能量最小的位置。

可能还有一些直接或间接的使用非线性控制的原因，例如费用或效益的优化。在工业应用中，特别是当将线性技术推广到具有显著非线性的先进机械控制时，可能引起不适宜、高费用以及过长的开发周期。而且控制程序的稳定性及性能保证都差，更难于转移到类似但不同用途的其他装置上去。线性控制可能要求更高质量的执行器及传感器，以产生在一定范围内的线性性能，而非线性控制可允许较便宜的具有非线性特征的组件。至于性能优化的实现，我们只要看看开关式控制器就够了，它能产生快速反应，但它显然是非线性的。

因此，非线性控制的内容是自动控制的一个重大领域。学习非线性控制系统的分析与设计的基本技术，可以明显增强控制工程师的能力，以便有效处理实际控制问题；加深对具有固有非线性特性的实际系统的理解。过去，非线性控制方法的应用受到在非线性和控制系统设计与分析中所需要的计算的复杂性所限制。但现在，由于计算机技术的发展，计算的难度大大降低，因此，对非线性控制方法的研究与应用的热情大增，尤其是大范围非线性控制设计成为热门课题。一方面，高效微处理器的出现使得非线性控制器的应用变得简单；另一方面，现代技术（如高速高精度机器人及高技能飞行器）要求控制系统有更严格的设计规定。非线性控制在控制工程中占有越来越显著的地位，这也反映了在非线性和控制研究的论文及报告在持续增加。

1.2 非线性系统的性能

物理系统本质上就是非线性的。因此，一切控制系统都是一定程度上的非线性系统。非线性控制系统可以用非线性常微分方程来描述。但是，如果控制系统的运行区域小，而且与之相关的非线性特性是光滑的，那么用线性系统，即一组线性常微分方程就可以合理的近似了。

1. 非线性特性

非线性特性可以分为本质的（自然的）和刻意的（人造的）两种。本质的非线性特性是由系统的装置及其运动所产生的。它的例子包括旋转时的向心力、接触界面间的干摩擦阻尼。通

常这些非线性特性具有不良效应,控制应当对它们作补偿。另一方面,刻意的非线性特性是由设计者人为引进的。非线性控制规律,如自适应控制规律以及开关式最优控制律就是刻意非线性特性的例子。

非线性特性也可以根据其数学性质分为连续的和不连续的。由于不连续的非线性特性不能用线性函数来逼近,它们也被称为“硬”非线性特性。硬非线性特性(如间隙、时滞或静摩擦)在控制系统中到处可见,不管大范围动态或小范围动态均如此。一个系统的小动态被看作线性的或非线性的依据是视其硬非线性特性的幅值以及其对系统实现的影响。对硬非线性特性的详细讨论将在 5.2 节给出。

2. 线性系统

线性系统研究最关心的是时不变线性控制系统(LTI),如(1.1),

$$\dot{x} = Ax \quad (1.1)$$

其中, x 是状态向量, A 是系统矩阵。LTI 具有十分简单的性质,如:

- 当 A 非奇异时,一个线性系统具有惟一的平衡点;
- 如果 A 的特征值均具有负实部,则平衡点稳定,它与初值无关;
- 线性系统的瞬态响应由系统的自然模态组成,且可得到一般解的解析表达式;
- 当存在外部输入 $u(t)$,即

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1.2)$$

线性系统的响应有一系列有趣的性质:首先,它有叠加性;其次,系统(1.1)的渐近稳定性保证当存在控制 u 时,控制系统(1.2)具有有界输入—有界输出稳定性;最后,正弦函数输入导致同频率正弦函数输出。

3. 非线性系统性态的一个例子

非线性系统的性态却要复杂得多。由于没有线性特性及其相关的叠加性,非线性系统对外部输入的响应与线性系统截然不同,请看下例。

例 1.1 水下车辆运动的一个简单模型可写为

$$\dot{v} + |v|v = u \quad (1.3)$$

其中, v 是车速, u 是控制输入(推力由螺旋桨提供),非线性 $v|v|$ 对应典型的“平方律”牵引。

假设用单位阶跃函数作为推力 u , 5 秒钟后改为负单位阶跃函数。系统的响应见图 1.1。可以看出,系统对正阶跃函数的稳态响应比其后的负阶跃函数快得多。直观地说,它反映了如下事实:“等效阻尼”系数 $|v|$ 在高速时比低速时大。

现在假定我们重复同样的实验但用振幅为 10 的大阶跃函数。可预见,对正阶跃和负阶跃的稳态时间差会更显著(见图 1.2)。而且,稳态速度 v_s 对于第一个阶跃的响应并不像在线性系统那样 10 倍于第一次实验中对第一个阶跃的响应。这可以直观地用下式描述

$$\begin{aligned} u = 1 &\Rightarrow 0 + |v_s|v_s = 1 \Rightarrow v_s = 1 \\ u = 10 &\Rightarrow 0 + |v_s|v_s = 10 \Rightarrow v_s = \sqrt{10} \approx 3.2 \end{aligned}$$

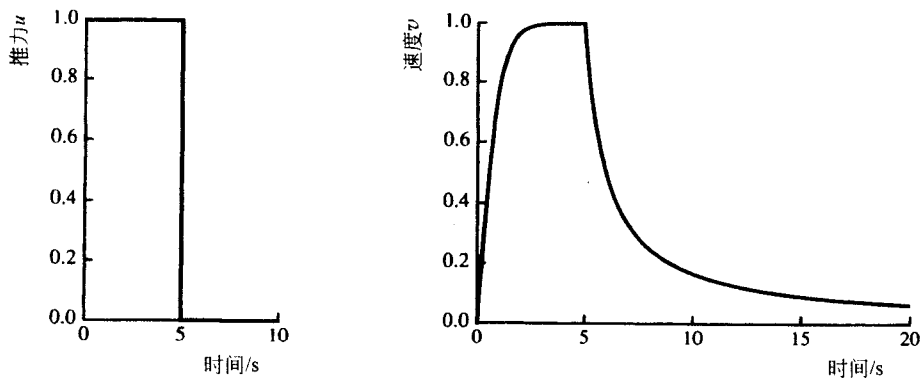


图 1.1 系统(1.3)对单位阶跃的响应

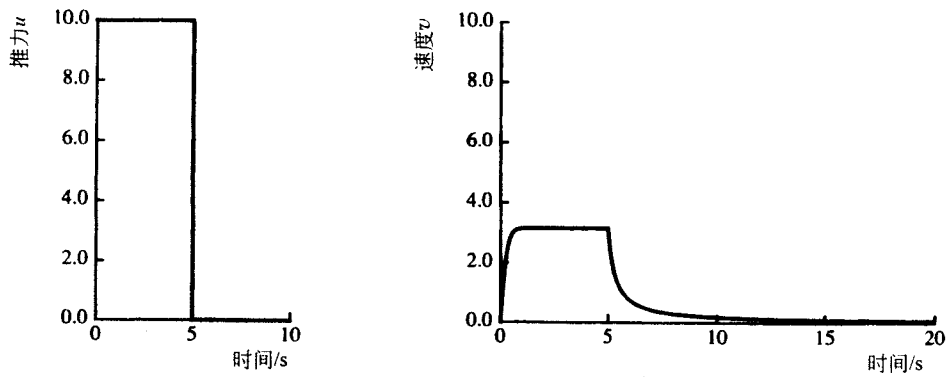


图 1.2 系统(1.3)对幅值为 10 的阶跃的响应

在讨论车辆在大区域运动且车速连续变化时,例如研究工业遥控水下车辆(R. O. V.'S),深刻理解并有效控制这个非线性动态特别重要。□

4. 一些常见的非线性系统的性态

下面我们揭示非线性系统的一些共同性质,以使我们熟悉非线性的复杂性态,并为我们

6

(1) 多平衡点

非线性系统通常有一个以上的平衡点(平衡点是系统可以停在一处,永远不动的一个点,正式定义将在后面给出)。下面的简单例子说明了这一点。

例 1.2 一阶系统

考查一阶系统

$$\dot{x} = -x + x^2 \quad (1.4)$$

其初值为 $x(0) = x_0$ 。它的线性化为

$$\dot{x} = -x \quad (1.5)$$

这个线性系统的解为 $x(t) = x_0 e^{-t}$ 。图 1.3a 给出对应不同初值时的解，显然线性化系统只有惟一平衡点 $x=0$ 。

与此相反，对等式 $dx/(-x+x^2)=dt$ 求积分，非线性系统(1.4)的实际响应为

$$x(t) = \frac{x_0 e^{-t}}{1 - x_0 + x_0 e^{-t}}$$

对于不同的初值，图 1.3b 给出相应的响应。系统具有两个平衡点 $x=0$ 及 $x=1$ ，且其解的性态强烈依赖于初值。 □

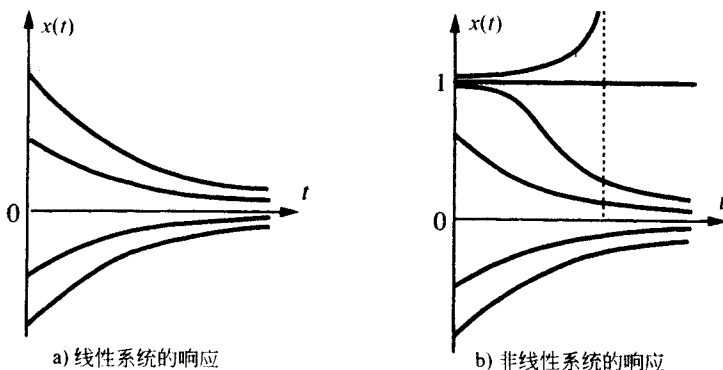


图 1.3

运动稳定性问题也可用上述例子描述。对于线性化系统，对任何初值，运动总收敛于平衡点 $x=0$ ，因此是稳定的。但现在如果考查实际的非线性系统，当初值 $x_0 < 1$ ，则轨线收敛到平衡点 $x=0$ ，而初值 $x_0 > 1$ ，则轨线将趋于无穷大(实际上，它在有限时间即趋于无穷大，这种现象称为有限时间逃逸)。这说明非线性系统的稳定性依赖于初值。

在有界外部输入的情况下，稳定性可能也依赖于输入值。这种对输入值的依赖性在所谓的双线性系统

$$\dot{x} = xu$$

中特别明显：如果 u 取 -1 ，那么状态 x 趋于 0 ，如果 $u=1$ ，那么 $|x|$ 趋于无穷。

(2) 极限环

在没有外部激励的情况下非线性系统可以表现为固定幅值及固定周期的简谐振动。这种简谐振动被称为极限环或自激震荡。这种重要的现象可以简单地用一个谐振子动态模型来描述。它首次由荷兰电气工程师 Balthasar Van der Pol(范德波尔)在 1920 年开始研究。

例 1.3 范德波尔方程

二阶非线性方程

$$m \ddot{x} + 2c(x^2 - 1) \dot{x} + kx = 0 \quad (1.6)$$

称为范德波尔方程(这里 m 、 c 及 r 为正常数)。它可以看作一个质量—弹簧—阻尼系统的模型。其阻尼系数依赖于位置 $2c(x^2 - 1)$ (或一个带有非线性电阻的 RLC 电路)。当 x 较大时阻尼为正，即阻尼消耗系统的能量。这表明了系统运动具有收敛倾向。但对小的 x 阻尼系

数为负,即阻尼向系统注入能量。因此,由于非线性阻尼随 x 变化,系统运动既不会无限增长也不会衰减到零。因此,它表现为依赖于初值的持续震荡,见图 1.4。这种所谓极限环是由阻尼器周期性地向环境释放能量及从环境吸收能量来维持的。这与保守的质量—弹簧系统不同,后者在震荡过程中与环境无能量交换。 □

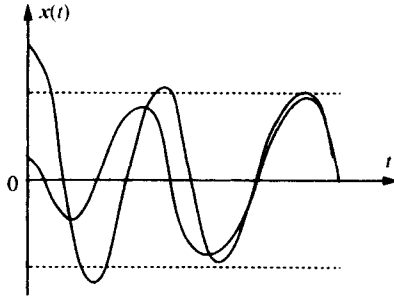


图 1.4 范德波尔振子的响应

当然,持续震荡在线性系统中也存在。例如线性系统的临界稳定状态(例如,无阻尼的质量—弹簧系统)或对正弦输入的响应。但是非线性系统的极限环与线性谐振有一些本质的区别。首先,自持的激励幅值与初值无关,见图 1.2。而线性系统临界稳定状态的谐振振幅依赖于初始值;其次,临界稳定状态的线性系统的谐振对系统参数改变十分敏感(微小的变化就可能收敛或不稳定),而极限环则不易受参数变化的影响。

极限环是非线性系统的一个重要现象。它们在自然及许多工程领域出现。飞机机翼的颤振,一个由流体动力与结构振动的相互作用形成的极限环,虽然常见,但有时是危险的。有腿机器人的跳跃是极限环的另一个例子。极限环也常在电路中出现,例如实验室的电子震荡器。从这些例子可以看出,极限环有时是自发的,而有时是人工设计的。一个工程师必须知道怎样消除自发性的极限环,反之,应该知道怎样去制造和调整有用的极限环。然而,要做到这一点就必须理解极限环的性质并熟悉操纵它们的工具。

(3) 分歧

当非线性动力系统的参数变化时,其平衡点的稳定性也会改变(线性系统也如此),且其平衡点的个数也会改变。能使系统运动本质发生变化的那些参数值称为临界值或分歧值。分歧现象即参数量变引起系统性质质变,是分歧理论研究的对象。

例如,来自香棒的(或烟囱和老式烟袋锅的)烟首先会加速上升(因为它比周围空气轻),但是当超过某个临界速度时就开始旋转。我们考查以下的系统(称为无阻尼达芬方程)

$$\ddot{x} + \alpha x + x^3 = 0$$

(阻尼的达芬方程为 $\dot{x} + c\dot{x} + \alpha x + \beta x^3 = 0$, 它可用来表示带有硬弹簧的质量—阻尼—弹簧系统)。平衡点可以看作参数 α 的函数。如图 1.5a 所示,当 α 从正变为负时,一个平衡点分为 3 个(即 $x_c = 0, \sqrt{\alpha}, -\sqrt{\alpha}$)。这描述了动态系统平衡点的变化,而 $\alpha = 0$ 则称为临界分歧点。根据其形状(见图 1.5a),这种分歧称为干草叉型分歧。

另一种分歧是随参数变化出现一族极限环,在这种情况下,一对复共轭特征根 $p_1 = \gamma +$

$j\omega$, $p_2 = \gamma - j\omega$ 从左半平面进入右半平面, 而不稳定系统轨线发散到一个极限环面。图 1.5b 给出这个典型系统当 α 改变时其状态轨线的变化(状态为 x 和 \dot{x}), 这种类型的分歧称为霍普夫分歧。

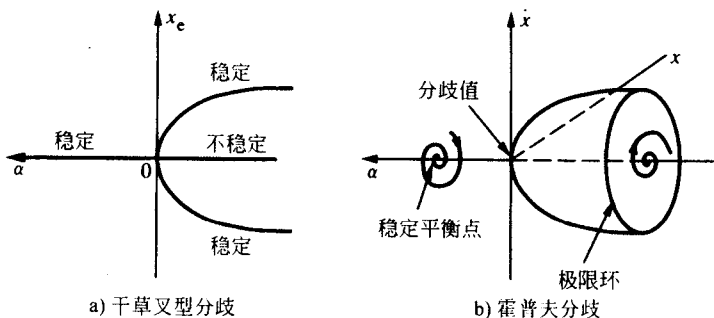


图 1.5

10

(4) 混沌

对于稳定的线性系统, 初始值的小扰动只引起输出的微小变化, 而对于非线性系统可能表现出一种称为混沌的现象, 即系统的输出对初始条件极其敏感。混沌的基本特征是系统输出不可预测性。即使我们有准确的系统模型和精密的计算机, 系统的长期响应仍然难以预测。

混沌与随机游动是不同的, 在随机游动中系统的模型或输入具有不确定性, 其结果是系统的输出的时间变化不能准确预测(只能是统计度量)。混沌系统则不同, 它所涉及的问题是确定性的, 且模型、输入及初始状态均无不确定性。

作为混沌性态的一个例子, 我们考查以下的简单非线性系统

$$\ddot{x} + 0.1 \dot{x} + x^5 = 6 \sin t$$

它可代表一个带轻微摩擦, 由正弦驱动的大弹性弯曲力学构件。图 1.6 是其对两个几乎相同的初始条件的响应: 一个是 $x(0)=2$, $\dot{x}(0)=3$ (粗线); 另一个是 $x(0)=2.01$, $\dot{x}(0)=3.01$ (细线)。由于 x^5 带来的非线性特性, 两个轨线的幅值响应在一段时间后很不相同。

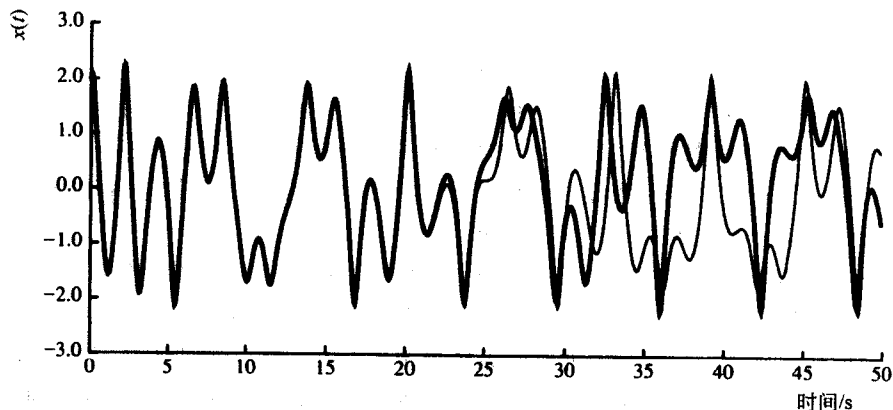


图 1.6 非线性系统的混沌性态

混沌现象在很多物理系统中可以看到。最容易见到的是流体力学中的湍流(例如香棒的烟和螺旋状的圈)。空气动力学也表现出明显的混沌性态,造成无法实现长期的天气预报。一些机械或电力系统也会有混沌颤振,包括弯曲弹性结构、带游隙或间隙的机械系统、气动弹性力学系统、铁道系统中的轮—轨动力学系统,当然还有一些反馈控制装置。

11

混沌多半在强非线性系统中产生。换言之,当初始条件或外部输入使系统在高非线性区域运行,则会增加产生混沌的可能性。混沌不会在线性系统中产生。对应于任意幅值的正弦输入,线性系统只会产生相同频率的正弦输出。相反地,对于非线性系统,由于初值及输入幅值的不同,系统输出可能是正弦的、周期的或混沌的。

研究反馈控制时,显然会关心什么时候非线性系统会产生混沌模态(以便避免它),以及一旦产生,如何克服它,这些都是目前研究的热点问题。

(5)其他性态

还有一些有趣的性态在某些系统的研究中也很重要,例如,跳跃式共鸣、次谐波的产生、非同步抑制、自由震荡的频率—幅值依存。但是,这些例子都充分说明非线性系统的性态比线性系统丰富得多,且复杂得多。

1.3 本书的安排

由于非线性系统的性态比线性系统丰富得多且复杂得多,分析起来也困难得多。这在数学上反映在两个方面:首先,非线性方程不像线性方程,一般得不到它的分析解。因此,完全了解一个非线性系统的性态是非常困难的;其次,一些重要的数学工具,如傅里叶变换和拉普拉斯变换,对非线性系统不适用。

虽然不存在预测非线性系统性态的成套工具,也没有设计非线性控制的成套程序,但我们还是有许多分析与设计非线性系统的有力工具,适用于各种特殊的非线性控制问题。本书的目的就是介绍这些不同的工具,尤其强调它们的功能、局限性以及综合使用它们的方法。

12

本书包括两大部分:第一部分(第2~5章)介绍用于研究非线性系统的主要分析工具;第二部分(第6~9章)讨论主要的非线性控制器的设计方法。在每个部分开头,都有一个简短介绍,阐述本部分讨论的要点及技术的背景。

第2章通过使用一种简单的图的方法(即所谓相平面分析方法)来研究二阶系统,帮助读者熟悉一些基本非线性系统行为。第3章介绍本书所使用的最基本的数学工具(即李雅普诺夫函数方法)及其在非线性稳定性分析中的应用。第4章研究稳定性分析的一些选定的高级主题。第5章讨论近似非线性系统的分析方法(即描述函数法),其目的是将线性频率响应的某些设计理念、性质推广到非线性系统。

第6章的基本思想是寻找使非线性系统通过代数变换变为线性系统的条件,这使得线性控制设计技术能用于非线性系统。第7章与第8章研究如何使用鲁棒与自适应的方法,减少或实质消去模型不确定性对线性及非线性系统稳定性及反馈控制器能力的影响。最后,第9章深入讨论如何应用已知的物理性质去简化和改进复杂的多输入非线性系统的控制器设计。

本书主要讨论连续时间非线性系统。虽然大多数控制系统可以数字化,但非线性物理系统本质上是连续的而且难以进行有意义的离散化。同时,只要采样率足够高,数字控制系统