

梯度折射率介质内 热辐射传递的数值模拟

刘林华 谈和平 著



科学出版社

www.sciencep.com

梯度折射率介质内热辐射 传递的数值模拟

刘林华 谈和平 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书系统地归纳、整理和总结了作者近年来在梯度折射率介质内热辐射传递问题方面的理论研究工作;详细介绍了梯度折射率介质内热辐射传递的特点、梯度折射率介质内辐射传递方程的推导和变换,以及梯度折射率介质内辐射传递问题的各种数值模拟方法,如光线踪迹法、有限体积法、离散坐标法、有限元法和无网格法等。

本书可供工程热物理、红外技术物理、光学工程等相关领域从事热辐射模拟和热光学分析与应用的科研人员、工程技术人员,以及高等院校相关专业的研究生和高年级本科生参考。

图书在版编目(CIP)数据

梯度折射率介质内热辐射传递的数值模拟/刘林华,谈和平著. —北京:科学出版社,2006

ISBN 7-03-017216-7

I. 梯… II. ①刘…②谈… III. 梯度-折射率-介质-辐射热传递-数值模拟-研究 IV. ①O435.1②TK124

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 045927 号

责任编辑:田士勇 耿建业 王国华/责任校对:朱光光

责任印制:安春生/封面设计:陈 敬

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2006 年 6 月第 一 版 开本:A5(890×1240)

2006 年 6 月第一次印刷 印张:5 1/8

印数:1—2 500 字数:141 000

定价:20.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈路通〉)

序

辐射是宇宙空间和自然界的基本现象之一,阳光与太阳能就是借辐射传输到地面的。不同的工程技术领域也常遇到有关辐射传输的问题。任何辐射源发出的射线,如热辐射的热射线和发光源发射的可见光光线,从一种介质空间进入另一种介质空间时都会出现人们熟知的射线折射现象。折射率、发射率、吸收系数等都是物质的辐射特性。

传统的热辐射分析通常不考虑介质组分、密度和温度分布不均匀引起介质折射率变化的梯度效应。高技术的开发与应用和高效功能性新材料如半透明材料的制成和供应,推动了考虑介质折射率场分布的热辐射传递以及与导热、对流复合的传热分析和数值模拟研究,使其成为一个新型研究热点。该书作者及其所在单位——哈尔滨工业大学能源学院,20多年来一直在专门从事热辐射基础性的系列研究,并于20世纪90年代后期,结合国情需要,在国内开创了半透明介质和材料内折射率非常量时的热辐射传递数值模拟的专项研究,先后得到国家自然科学基金重点项目、国家杰出青年科学基金、国家自然科学基金面上项目、国家教育部博士点基金的资助,随着研究的不断深化,取得了系统化的新研究成果。

该书是刘林华教授及其主要合作者——哈尔滨工业大学能源学院谈和平教授以最近四年内在 *International Journal of Heat and Mass Transfer*、*Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*、*Journal of Thermophysics and Heat Transfer* 和 *Numerical Heat Transfer* 等国际知名期刊上陆续发表的20篇最新成果为基础,综合其研究领悟与心得而写成。我有幸得以先睹为快,深感内容新颖,结构严谨,特色明显。

在本书即将付印之际,谨为之做些简略介绍,供读者参考,算是对该书前言的补充。相信该书出版发行后,会有助于开阔热辐射研究工作者和相关研究生的视野,启发和促进技术的自主开发创新。

中国科学院院士、清华大学教授



2006年5月于北京清华园

前 言

介质的组分、密度、温度的非均匀性会导致介质折射率的连续、非均匀分布,产生折射率梯度。在强激光传输、空间光学系统、测量技术等工程领域常出现伴随热效应的梯度折射率现象。梯度折射率介质内光线将发生弯曲而改变传播方向,辐射传输计算进一步复杂化。虽然人们早就知道梯度折射率的存在,但对非均匀折射率介质内热辐射传递现象的了解却非常缺乏。近年来,随着科学研究的深入,梯度折射率介质内辐射传递在许多现象与过程中的重要作用逐渐受到重视。同时,利用辐射传递的梯度折射率效应发展的一些新兴技术开始出现。梯度折射率引起辐射传递非线性光学行为的重要性正在许多科学与技术领域显现出来。国际上对梯度折射率介质的热辐射传递研究刚开始不久,主要针对一维梯度折射率问题,对多维、非线性梯度折射率介质内辐射传递问题直到最近几年才开始研究。

光在介质中的传输通常包括以下五大要素:频率、相位、振幅(能量)、传播方向、偏振方向。为解决光在介质中传输的振幅(能量)变化问题,首先要解决传播方向问题。梯度折射率介质中热辐射传输问题与光学中考虑的梯度折射率光传输问题的主要区别为:热辐射传输问题中着重考虑振幅(能量)的变化及其与传输方向的耦合。

长期以来,红外传输研究不考虑介质内折射率的非均匀连续变化,其传递模型和分析方法建立在热射线沿直线传播的基础上。当介质的折射率不随位置变化时,光线的轨迹为直线,光线的轨迹容易跟踪,辐射传递方程中的对轨迹弧长的导数可简便地转换为对坐标的导数。此时,辐射传递方程求解方法大致可分为以下两类:① 基于射线跟踪的方法,如蒙特卡罗法、区域法、离散传递法;② 基于传递方程离散的方法,如离散坐标法、有限体积法、有限元法、球形谐波法等。

当介质的折射率随位置变化时,光线的轨迹为曲线,并由费马原理确定。在直角坐标系下,描述光线轨迹的光线方程为一偏微分方程组。每条射线的跟踪均需要求解这组偏微分方程。除了一维和折射率线性分布

问题外,基于射线跟踪的方法极为困难,同时辐射传递方程中的对轨迹弧长的导数项增加了两项角向分布项。因此,多维、复杂梯度折射率下,目前普遍采用的基于热射线沿直线传播基础上的辐射传递计算模型和分析方法原则上不能适用。为适应基于梯度折射率效应的各种新技术的发展需要,急需研究新的辐射模拟方法来分析计算半透明梯度折射率介质内热辐射的传递,并对折射率梯度导致的特殊热辐射效应进行合理解释。解决这一问题研究的关键在于:① 找到适当的数学变换,将辐射光线传播过程中对轨迹的导数转换为对坐标和传播方向的导数;② 确定数学变换后方程特性及其数值解的适应性。

围绕上述两个关键问题,作者所在课题组通过近四年的努力,取得了一些突破性的研究进展。目前我们已建立起较为完整的梯度折射率介质内热辐射传递的理论和分析计算体系,并开始着手开展与梯度折射率有关的应用技术研究。本书是在通过归纳、整理和总结我们已发表和即将发表的研究论文的基础上完成的一本学术专著。希望本书的出版能对与梯度折射率有关的热辐射和热光学领域的理论和应用技术研究起到积极的促进作用。

本书分为6章。第1章介绍了费马原理和光线方程及其数值解法;第2章讨论了梯度折射率介质内热辐射模拟的光线踪迹法;第3章通过适当的数学变换将辐射传递方程中对轨迹的导数转换为对坐标和传播方向的导数,并导出了直角坐标系、柱坐标系和球坐标系下三维梯度折射率介质内的辐射传递方程;第4章给出了梯度折射率介质内辐射传递方程数值求解的有限体积法和离散坐标法;第5章建立了梯度折射率介质内辐射传递方程数值求解的有限元法;第6章中将无网格法引入辐射换热问题中,讨论了梯度折射率介质内辐射传递方程数值求解的无网格局部彼得罗夫-伽辽金法和最小二乘配点无网格法。

我们在梯度折射率介质内热辐射传递方面的研究工作先后得到国家自然科学基金重点项目(50336010)、国家杰出青年科学基金(50425619)、国家自然科学基金面上项目(50576018)、国家教育部博士点基金(20030213024)的资助。本书的出版得到传热学界的前辈——清华大学王补宣院士和西安交通大学陶文铨院士的热情推荐,王补宣院士在百忙中热情地为本书作序。书稿完成后,哈尔滨工业大学辐射换热课题组的研究生赵军明、张琳、谭建宇、楚双霞、易洪亮通读了初稿,校正了部分文

字输入错误。作者在此对来自各方面的支持和帮助表示衷心的感谢。

书中主要介绍梯度折射率介质内热辐射传递的理论和数值计算方法。由于所著述的是一个新的研究领域,书中难免有不足和不当之处,作者热切希望读者和同行专家提出宝贵的批评意见与建议,以便有机会再版时扩充和修订。我们的电子信箱分别是 lhliu@hit.edu.cn 和 tanheping@hit.edu.cn。

刘林华 谈和平

2006 年 2 月于哈尔滨工业大学

主要符号表

英文字母符号

A	单元表面积, m^2
D_{ij}	辐射分配因子
e_i	第 i 个体积单元表面单位外法向量
i	x 方向单位向量
I	辐射强度, $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{sr})$
I_b	黑体辐射强度, $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{sr})$
j	y 方向单位向量
k	z 方向单位向量
k_c	导热系数, $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$
L	长度、平板厚度, m
n	折射率
n_w	壁面单位外法向矢量
N_{aux}	辅助点数
N_{col}	配点数
N_{MLS}	移动最小二乘近似所用的离散节点数
N_θ	天顶角离散数目
N_φ	圆周角离散数目
p	单项式基
q_w	壁面辐射热流, W/m^2
r	径向坐标
$\mathbf{r}$	空间方位向量
R	半径, m
s	沿光线的轨迹坐标, 弧长, m
T	温度, K
T_g	介质温度, K
T_w	壁面温度, K

v	残差加权积分权函数
ΔV	控制体体积, m^3
w^m	离散坐标 m 方向的权
w^{MLS}	移动最小二乘近似所用的权函数
x, y, z	坐标轴

希腊字母符号

α	折射率导数, $\frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial x}$, $1/\text{m}$
α_{MLS}	无量纲尺度参数
α_{GQ}	无量纲尺度参数
β	折射率导数, $\frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial y}$, $1/\text{m}$
γ	折射率导数, $\frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial z}$, $1/\text{m}$
ϵ	发射率
η	方向余弦
θ	天顶角, rad
$\Delta\theta$	天顶角步长, rad
κ_a	吸收系数, $1/\text{m}$
κ_s	散射系数, $1/\text{m}$
μ	方向余弦
ξ	方向余弦
ρ	反射率
σ	斯蒂芬-玻耳兹曼常量, $5.67 \times 10^8 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$
τ	光学厚度变量
τ_L	光学厚度, $\tau_L = (\kappa_a + \kappa_s)L$
φ	圆周角, rad
$\Delta\varphi$	圆周角步长, rad
ϕ	移动最小二乘近似的形函数
Φ	散射相函数
$\bar{\Phi}$	平均散射相函数
Ψ	无因次辐射热流

ω	散射反照率, $\omega = \kappa_s / (\kappa_a + \kappa_s)$
Ω	立体角, sr
$\boldsymbol{\Omega}$	辐射方向向量, $\boldsymbol{\Omega} = i\mu + j\eta + k\xi$
$\Delta\Omega$	控制立体角, sr
∇	空间微分算子, $\nabla = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z}$

目 录

序

前言

主要符号表

第 1 章 光线方程	1
1.1 辐射传递方程的一般形式	1
1.2 费马原理与光线方程	3
1.3 三种正交坐标系中的光线方程	4
1.3.1 直角坐标系中光线方程的表达式	4
1.3.2 柱坐标系中光线方程的表达式	5
1.3.3 球坐标系中光线方程的表达式	7
1.4 光线方程的数值解法	9
1.5 小结	11
参考文献	11
第 2 章 梯度折射率介质内热辐射模拟的光线踪迹法	13
2.1 一维梯度折射率介质内热辐射模拟的光线踪迹法	14
2.1.1 蒙特卡罗弯曲光线踪迹法	14
2.1.2 离散弯曲光线踪迹法	17
2.1.3 蒙特卡罗离散弯曲光线踪迹法	20
2.2 三种光线踪迹法的比较	22
2.2.1 弯曲光线跟踪	23
2.2.2 离散弯曲光线跟踪	24
2.2.3 多层逼近	25
2.2.4 结果比较及收敛性分析	27
2.3 多维梯度折射率内热辐射模拟的蒙特卡罗光线踪迹法	28
2.3.1 光线轨迹的解析解	29
2.3.2 基于辐射分配因子的蒙特卡罗光线踪迹法	30
2.3.3 计算结果及其分析	32

2.4	半透明梯度折射率平板的表观发射率	38
2.5	脉冲激光照射下半透明梯度折射率介质内的瞬态温度响应	43
2.5.1	物理模型	43
2.5.2	求解方法	45
2.5.3	结果与讨论	48
2.6	小结	51
	参考文献	51
第3章	梯度折射率介质内辐射传递方程	55
3.1	直角坐标系下的辐射传递方程	55
3.2	柱坐标系下的辐射传递方程	59
3.3	球坐标系下的辐射传递方程	63
3.4	小结	67
	参考文献	67
第4章	辐射传递方程求解的有限体积法与离散坐标法	69
4.1	有限体积法	69
4.1.1	方程的离散	70
4.1.2	算法验证	73
4.2	离散坐标法	80
4.2.1	方程的离散	81
4.2.2	算法验证	85
4.3	小结	88
	参考文献	88
第5章	辐射传递方程求解的有限元法	91
5.1	加权余量法	91
5.1.1	伽辽金加权余量法	92
5.1.2	最小二乘加权余量法	92
5.2	有限元法的基本思想和计算步骤	93
5.3	伽辽金有限元法	94
5.3.1	一维半透明平板内辐射传递问题	95
5.3.2	一维半透明球内辐射传递问题	99
5.3.3	多维辐射传递问题	105

5.4 最小二乘有限元法	109
5.5 小结	113
参考文献.....	113
第6章 辐射传递方程求解的无网格法.....	116
6.1 紧支试函数加权余量法	116
6.2 形函数的构造方法	117
6.3 无网格局部彼得罗夫-伽辽金法.....	120
6.4 上风格式	127
6.5 最小二乘配点无网格法	132
6.6 辐射与导热耦合换热数值模拟的无网格法	137
6.7 小结	144
参考文献.....	145

第 1 章 光线方程

介质的组分、密度、温度的非均匀性会导致介质折射率的连续、非均匀分布,产生折射率梯度。介质折射率连续变化时,梯度折射率介质内光线将发生弯曲而改变传播方向。描述光线轨迹的方程称为光线方程。光线方程不仅是光线跟踪的基础,同时也是对辐射传递方程进行变换的基础。本章首先介绍费马原理以及由费马原理导出的光线方程,并给出三种常用的坐标系中光线方程的具体表达形式,然后介绍一种光线方程的数值求解方法。

1.1 辐射传递方程的一般形式

由于对材料结构特性或温度的依赖性,折射率 n 可能是空间位置的函数。半透明梯度折射率介质内,沿辐射传播路径不仅介质的吸收、发射和散射会导致辐射强度的变化,折射率的变化也将引起辐射强度的改变。沿辐射传播路径 s , 辐射强度 I 的改变量为

$$dI = \frac{\partial I}{\partial s} ds + \frac{\partial I}{\partial n} \frac{dn}{ds} ds \quad (1-1)$$

式中: dI 表示沿辐射传播路径辐射强度的改变量; $(\partial I / \partial s) ds$ 表示折射率为常数时由辐射传播路径上介质的吸收、发射和散射引起的辐射强度的变化; $(\partial I / \partial n) dn$ 表示辐射传播路径上仅由折射率变化引起的辐射强度的改变。其中, $\partial I / \partial s$ 可表示为^[1~3]

$$\begin{aligned} \frac{\partial I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega})}{\partial s} = & -(\kappa_a + \kappa_s) I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) + n^2 \kappa_a I_b(\mathbf{r}) \\ & + \frac{\kappa_s}{4\pi} \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}') \Phi(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}') d\boldsymbol{\Omega}' \end{aligned} \quad (1-2)$$

式中: $I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega})$ 是辐射强度,它是空间位置 $\mathbf{r}$ 和方向 $\boldsymbol{\Omega}$ 的函数; s 是光线轨迹的弧长; $I_b(\mathbf{r})$ 是在介质温度下的黑体辐射强度; n 是介质的折射率,它与空间的位置有关; κ_a 和 κ_s 分别是介质的吸收和散射系数; $\Phi(\boldsymbol{\Omega}', \boldsymbol{\Omega})$ 是从入射方向 $\boldsymbol{\Omega}'$ 到出射方向 $\boldsymbol{\Omega}$ 的散射相函数。

由 Snell 定律,可导得如下关系式:

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{I}{n^2} \right) = 0 \quad (1-3)$$

即

$$\frac{\partial I}{\partial n} = \frac{2I}{n} \quad (1-4)$$

将式(1-4)代入方程(1-1),得

$$\frac{dI}{ds} = \frac{\partial I}{\partial s} + \frac{2I}{n} \frac{dn}{ds} \quad (1-5)$$

由方程(1-5),并利用以下恒等式:

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{I}{n^2} \right) \equiv \frac{1}{n^2} \frac{dI}{ds} - \frac{2I}{n^3} \frac{dn}{ds} \quad (1-6)$$

可得

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{I}{n^2} \right) = \frac{1}{n^2} \frac{\partial I}{\partial s} \quad (1-7)$$

将方程(1-2)代入式(1-7),即可得到稳态、梯度折射率、吸收、发射、散射、半透明介质内的辐射传递方程的一般形式为

$$\begin{aligned} n^2 \frac{d}{ds} \left[\frac{I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega})}{n^2} \right] = & -(\kappa_a + \kappa_s) I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) + n^2 \kappa_a I_b \\ & + \frac{\kappa_s}{4\pi} \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}') \Phi(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}') d\boldsymbol{\Omega}' \end{aligned} \quad (1-8)$$

无散射情况下,半透明梯度折射率介质内辐射传递方程的可以简化为^[4~6]

$$n^2 \frac{d}{ds} \left[\frac{I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega})}{n^2} \right] + \kappa_a I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = n^2 \kappa_a I_b(\mathbf{r}) \quad (1-9)$$

方程(1-8)在形式上与均匀折射率介质内的辐射传递方程相似。然而,由于光线在梯度折射率介质内沿曲线传播,因此梯度折射率介质内辐射传递问题的求解比均匀折射率介质内辐射传递问题的求解困难得多。

沿光线轨迹的弧长,方程(1-8)可改写为

$$\frac{d}{ds} \left[\frac{I(s, \boldsymbol{\Omega})}{n^2} \right] + (\kappa_a + \kappa_s) \frac{I(s, \boldsymbol{\Omega})}{n^2} = S(s) \quad (1-10)$$

其中 $S(s)$ 为源项,即

$$S(s) = \kappa_a I_b(s) + \frac{\kappa_s}{4\pi} \int_{4\pi} \frac{I(s, \boldsymbol{\Omega}')}{n^2} \Phi(\boldsymbol{\Omega}', \boldsymbol{\Omega}) d\boldsymbol{\Omega}' \quad (1-11)$$

辐射传递方程(1-10)解的积分形式为

$$\frac{I(s, \Omega)}{n^2} = \frac{I(s_0, \Omega)}{n_0^2} \exp \left[- \int_{s_0}^s (\kappa_a + \kappa_s) ds \right] + \int_{s_0}^s S(s') \exp \left[- \int_{s'}^s (\kappa_a + \kappa_s) ds \right] ds' \quad (1-12)$$

式中: n_0 是 s_0 处的折射率。由方程(1-12)可以看出, 由于光线沿曲线传播, 因此光线弯曲轨迹的求解是梯度折射率介质内辐射传递方程求解的关键。

1.2 费马原理与光线方程

在梯度折射率介质中, 折射率是空间坐标的函数, 即 $n(x, y, z)$ 。费马原理通常也称为最短光程原理^[6]。这一原理认为: 一条实际光线在任何两点之间的光程

$$L = \int_{s_0}^s n(x, y, z) ds \quad (1-13)$$

比连接这两点的任何其他曲线的光程都要短^[7, 8]。式中 s 是曲线的弧长。

在直角坐标系中, 令

$$x'_s = \frac{dx}{ds} \quad (1-14a)$$

$$y'_s = \frac{dy}{ds} \quad (1-14b)$$

$$z'_s = \frac{dz}{ds} \quad (1-14c)$$

式(1-14)分别平方后相加, 有

$$x_s'^2 + y_s'^2 + z_s'^2 = 1 \quad (1-15)$$

再令^[8]

$$F(s, x, y, z, x'_s, y'_s, z'_s) = n(x, y, z) (x_s'^2 + y_s'^2 + z_s'^2)^{1/2} \quad (1-16)$$

方程(1-13)等价于

$$L = \int_{s_0}^s F(s, x, y, z, x'_s, y'_s, z'_s) ds \quad (1-17)$$

该泛函极值的欧拉方程组为

$$\frac{dF}{dx} - \frac{d}{ds} \left(\frac{dF}{dx_s} \right) = 0 \quad (1-18a)$$

$$\frac{dF}{dy} - \frac{d}{ds} \left(\frac{dF}{dy_s} \right) = 0 \quad (1-18b)$$

$$\frac{dF}{dz} - \frac{d}{ds} \left(\frac{dF}{dz_s} \right) = 0 \quad (1-18c)$$

将式(1-16)代入式(1-18),展开即可得光线方程:

$$\frac{\partial n}{\partial x} - \frac{d}{ds} \left(n \frac{dx}{ds} \right) = 0 \quad (1-19a)$$

$$\frac{\partial n}{\partial y} - \frac{d}{ds} \left(n \frac{dy}{ds} \right) = 0 \quad (1-19b)$$

$$\frac{\partial n}{\partial z} - \frac{d}{ds} \left(n \frac{dz}{ds} \right) = 0 \quad (1-19c)$$

式(1-19)可写成矢量形式,即

$$\frac{d}{ds} \left(n \frac{dr}{ds} \right) = \text{grad } n \quad (1-20)$$

其中 r 为矢径,即

$$r = ix + jy + kz \quad (1-21)$$

1.3 三种正交坐标系中的光线方程

1.3.1 直角坐标系中光线方程的表达式

在光线跟踪和对辐射传递方程进行变换中,常用光线在当地局部坐标系中方向余弦的变化来表示光线的弯曲效应。如图 1-1 所示,在直角

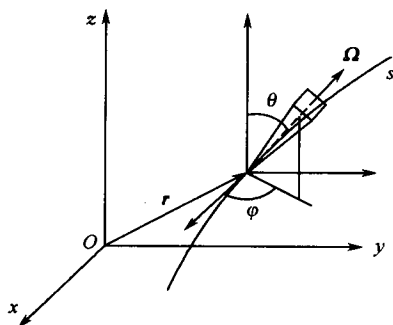


图 1-1 直角坐标系中弯曲光线轨迹

坐标系中,局部坐标系可由参考坐标系平移得到。光线轨迹的微分为

$$dr = idx + jdy + kdz \quad (1-22)$$

由光线传播方向的方向余弦定义:

$$\mu = dx/ds \quad (1-23a)$$

$$\eta = dy/ds \quad (1-23b)$$

$$\xi = dz/ds \quad (1-23c)$$