AOSAI

奥赛王牌精解

WANGPAIJINGJIE

五年级数学

主编：郭金玲
作者：周卫红

团结出版社

前言

在当今这个“知本时代”，没有一个家长不重视对孩子的“心智潜能”的开发，家长们希望通过家庭教育、学校教育、课外教育、特长教育等多种途径，使自己的孩子在获得知识、能力的同时，更要获得“创新”的本领。因为所有人都深知“创新”是“知本时代”的核心能力。

在这种情况下，很多家长选择了让孩子学习“奥林匹克”数学，这决不是偶然的。“奥林匹克”数学在我国开展了近二十年，实践证明，学习“奥数”可以很好地开发孩子思维的广度、深度，开拓他们的创新能力。一批又一批的优秀少年，通过学习“奥数”走上成材之路。

“奥林匹克”数学之所以有这样的神奇功效，是因为它能对孩子进行数学应用、数学智能、数学思想、数学策略、数学兴趣等多方面的培养和训练，从而启迪孩子的智慧，激发孩子的潜能。

正如我国国家“奥林匹克”数学集训队资深教练——周沛耕先生所说，一个孩子要想学好“奥林匹克”数学，要有三个必要条件：

1. 家长对孩子培养的战略意义明确，积极支持配合。
2. 孩子对数学有兴趣，学有余力。
3. 选择好的教材与好的教师。

前两个条件对大多数家庭和孩子来说都具备，第三个条件成了关键的制约因素，而好的教材既便于学生掌握、利用，又利于有志于此的教师提高自己。

为此，我们组织了北京市一批常年工作在“奥林匹克”数学教练岗位上的优秀教师，来编写这套教材。他们经过多年的教学实践，积累了丰富的教学经验，综合了多套教材的长处，融会了自己的聪明才智，对于很多教学内容形成了有个人特色的专用讲义，这些讲义有三个共同特点：

1. 例题选择非常有代表性，坡度安排合理。
2. 例题讲解方法巧妙，深入浅出，便于孩子理解，启发孩子智慧。
3. 习题选编新颖、灵活，有挑战性、创新性。

现在这些老师把他们多年的劳动成果集结成册，奉献给您。我们相信这套凝聚了许多优秀教练员创新劳动的教材，一定会给您的孩子和您带来许多益处。在编写、审校过程中尽管我们本着近乎苛求的态度题题推敲、层层把关，书中亦难免有纰漏之处，还望广大读者指正。

《奥赛王牌精解》编委会

2004年8月

目录

CONTENTS

上册

第一讲　小数的巧算……………………………………………… 1
第二讲　估算整数部分………………………………………… 5
第三讲　小数的意义及小数应用题…………………………… 9
第四讲　循环和周期……………………………………………14
第五讲　列方程解应用题………………………………………19
第六讲　平均数…………………………………………………25
第七讲　平面图形的问题………………………………………31
第八讲　长方体和正方体(一)………………………………… 38
第九讲　长方体和正方体(二)………………………………… 44

下册

第一讲　分数的意义和性质……………………………………50
第二讲　分数的加法和减法……………………………………56
第三讲　数的整除………………………………………………62
第四讲　奇数和偶数……………………………………………68
第五讲　质数、合数、分解质因数……………………………74
第六讲　最大公约数和最小公倍数……………………………78
第七讲　经典数学名题选编……………………………………83
第八讲　综合练习(一)………………………………………… 87
第九讲　综合练习(二)…………………………………………89

参考答案　…………………………………………………………89

上　册

第一讲 | 小数的巧算

算经十书

生活中经常需要我们在购物的时候进行口算，掌握一些小数速算与巧算的诀窍，能使我们的速算能力越来越强。

如：1. 小伟买一个西瓜用去 14.98 元，付了 20 元，应找回多少元？

可以把 14.98 元看成 15 元，$20-15=5$（元），再加上多算的 0.02 元，应找回 5.02 元。

2. 某旅馆买肥皂 150 块、牙膏 151 支，每块肥皂 1.32 元，每支牙膏 1.68 元，共要付多少元？

可以这样算：把一块肥皂和 1 支牙膏作为 1 份，有这样的 150 份，每份 3 元，应收 450 元，再加上一支牙膏 1.68 元，共付 451.68 元。

像这种速算的方法还有很多，我们总结出一些速算的规律和技巧，能使我们的计算越来越简捷。

单元点睛

小数的巧算，一方面要灵活运用整数四则运算中的方法，同时还要运用小数本身的特点：如小数的意义、小数的性质、小数点位置移动引起小数大小变化、小数的分类等知识。

典型题解

例 1　计算 $3.6\times41.4+53.9\times6.4$

这样思考

通过观察题中的数据特点，可以发现：3.6 与 6.4 可以凑成 10，但题目的结构特点不能直接运用乘法分配律，我们可以进行

这样思考

转化，把 53.9 拆成 41.4 与 12.5 的和，从而进行简算。

解答 $3.6\times41.4+53.9\times6.4$

$=3.6\times41.4+(41.4+12.5)\times6.4$

$=3.6\times41.4+41.1\times6.4+12.5\times6.4$

$=(3.6+6.4)\times41.4+12.5\times8\times0.8$

$=414+80=494$

解答此题的关键是：根据题目特点把一个数进行有目的的拆分，从而创造条件进行简算。

例2 计算 $3.25\times5.8+67.5\times0.58$

这样思考

通过观察可以发现：第一个乘式中有因数 5.8，第二个乘式中有因数 0.58。我们既可以把 5.8 缩小 10 倍变成 0.58，也可以把 0.58 扩大 10 倍变成 5.8，这样就使两个因数变成相同的数。这里要注意：要使积不变，一个因数扩大（或缩小）10 倍，另一个因数就要缩小（或扩大）相同的倍数。

解答 $3.25\times5.8+67.5\times0.58$

$=3.25\times5.8+6.75\times5.8$

$=(3.25+6.75)\times5.8$

$=10\times5.8=58$

想一想 这道题还可以怎样计算。

例3 计算 $5800\div12.5\div2.5\div3.2$

这样思考

如果按照运算一步一步地进行计算会使过程变的很繁琐。通过全面观察题目，可以利用运算性质改变运算顺序，使运算变得简便。

$= 5800 \div (12.5 \times 2.5 \times 3.2)$

$= 5800000 \div (125 \times 25 \times 32)$

$= 5800000 \div (125 \times 25 \times 4 \times 8)$

$= 5800000 \div 100000$

$= 58$

在解答此题的过程中，综合运用了运算性质，乘法结合律，商不变的性质等知识，使计算变的简便。

例4 计算 $0.9 + 9.9 + 99.9 + 999.9 + 9999.9 + 99999.9 + 999999.9 + 9999999.9$

这样思考：

题目中的 8 个加数均加上 0.1 就成为 1、10、100、1000、……、10000000，因此，可以采用凑整的方法，把 8 个数都看作整数，再从总和中减去 8 个 0.1。

解答 $0.9 + 9.9 + 99.9 + 999.9 + 9999.9 + 99999.9 + 999999.9 + 9999999.9$

$= 1 + 10 + 100 + 1000 + 10000 + 100000 + 1000000 + 10000000 - 0.1 \times 8$

$= 11111111 - 0.8$

$= 11111110.2$

例5 比较下面两个积的大小

$A = 6.54321 \times 1.23456$

$B = 6.54322 \times 1.23455$

这样思考：

如果通过计算出乘积进行大小比较，非常麻烦。我们只需把算式进行适当调整，把 A 和 B 改成两个数的和，使其中的一个加数相同，再比较另一个加数的大小。进而确定 A 和 B 的大小。

解答 $A=6.54321\times1.23455+6.54321\times0.00001$

$B=6.54321\times1.23455+1.23455\times0.00001$

因为 $6.54321\times0.00001>1.23455\times0.00001$

所以 $A>B$

想一想 解答此题的关键是什么？这道题还可以怎样计算。

挑战自我

1. 计算 $2.98\times6.63+4.63\times2.98$

2. 计算 $527\times2.8+47.3\times28$

3. 计算 $0.279\times468+0.657\times279-1.25\times27.9$

4. 计算 $4.7\times2.8+3.6\times9.4$

5. 计算 $199.9\times19.98-199.8\times19.97$

6. 计算 $1\div32\div0.05\div0.25\div0.5$

7. 计算 $526.37-4.62-26.37-5.38$

8. 计算 $(33442-334.42)\div(66884-668.84)$

9. 比较下面两个积的大小：

   $A=8.76543\times3.45678$

   $B=8.76544\times3.45677$

10. $4.83\times0.59+0.41\times1.59-0.324\times5.9$

第二讲 估算整数部分

算经十书

在我们的日常生活中，有时不需要知道准确数值，只要知道大概是多少就可以了，这种方法叫做估算。比如明明家买一辆汽车，花了10.35万元，也就是大概花了10万元。妈妈去超市购物，粗略计算一下，只要拿出50元钱就够了。

一个小数，比如10.35，分为整数部分和小数部分。生活中经常需要精确到整数部分就可以了。本讲我们学习：如何在不求出具体数的前提下，确定得数的整数部分。

单元点睛

在小数计算中，得数的整数部分经常只与这些数的整数部分、十分位、百分位上的数计算结果有关。一般采用凑整、放缩、只求部分数，通过排列规律确定结果的整数部分等方法。

典型题解

例1 设 $A=0.8+0.88+0.888+\cdots\cdots+\underbrace{0.88\cdots8}_{10个8}$，求 A 的整数部分。

这样思考：

这道题数字排列的特点是：从十分位起依次多一个8，二个8，……，九个8，十个8。如果把这十个数加起来，可以计算出结果，从而确定出整数部分是多少。但这样计算起来很麻烦，也没有必要。事实上和的整数部分只与十个数的个位、十分位、百分位上各数的和有关，与百分位以下各位上的数的和没有什么关系。因此，我们可以利用简便的方法求出和的整数部分。

解答 $0.8\times10+0.08\times9$

$=8+0.72$

$=8.72$

答：A 的整数部分是 8。

解答此题的关键是：忽略百分位以下的数。

例2 设 $A=0.9+0.99+0.999+\cdots\cdots+\underbrace{0.999\cdots\cdots9}_{10个9}$，求 A 的整数部分。

此道题也可以像例 1 那样，忽略百分位以下的数，求出和确定整数部分。另外，这道题的数字都是 9，特点明显，可以采用凑整的方法求出整数部分。

解答 $A=0.9+0.99+0.999+\cdots\cdots+\underbrace{0.999\cdots\cdots9}_{10个9}$

$=(1-0.1)+(1-0.01)+(1-0.001)+\cdots\cdots+\underbrace{1-0.00\cdots\cdots01}_{10个0}$

$=10-0.\underbrace{11\cdots\cdots1}_{10个1}$

答：A 的整数部分是 9。

解答此题的方法是：凑整。想一想：用例 1 的方法如何求出 A 的整数部分。

例3 设 $A=20\div(0.50+0.51+0.52+\cdots\cdots+0.59)$，求 A 的整数部分。

这道题的除数是 0.50、0.51、……、0.59 共 10 个数的和，我们可以利用等差数列求和公式求出除数，进而求出商的整数部分，但这种方法比较麻烦。我们可以把除数分别看作是 10 个 0.50 和 10 个 0.60，商在两者之间，这样可以很快地确定出商的整数部分，这种方法叫做放缩法。

解答　$20\div(0.6\times10)<商<20\div(0.50\times10)$

$3.3<商<4$

答：A 的整数部分是 3。

例4　设 $A=0.9999\times9999$，求 A 的整数部分。

这样思考：

这道题中的两个因数都接近整数，0.9999 比 1 少 0.0001，9999 比 10000 少 1，根据凑整的方法，再结合运用乘法分配律，就可求出 A 的整数部分。

解答　方法 1：
$$\begin{aligned}A&=0.9999\times(10000-1)\\&=0.9999\times10000-0.9999\times1\\&=9999-0.9999\end{aligned}$$

所以 A 的整数部分是 9998。

方法 2：
$$\begin{aligned}A&=(1-0.0001)\times9999\\&=1\times9999-0.9999\\&=9999-0.9999\end{aligned}$$

所以 A 的整数部分是 9998。

解答此题的关键是：根据凑整原则，结合运用乘法分配律，从而简捷地求出 A 的整数部分。

例5　六一儿童节，李老师去书店买《作文大全》，定价每本 4.8 元，李老师带的钱正好可以买 100 本，这天正好书店开展庆"六一"打折优惠活动，由于每本书的价格便宜了，结果就多买了一些书。你知道每本书便宜多少元吗？现在一共买了多少本书？

这样思考：

此道题看起来好像缺少条件，不能解答。其实这是一道开放题，答案不惟一。我们可以用一个关系式表示题目中的数量关系。设每本降价 x 元。则：$4.8\times100\div(4.8-x)=$ 可买的本数，而降价的钱数应小于 4.8 而大于 0，可买的本数应为整数。根据这些条件可以解决问题。

解答　$4.8\times100\div(4.8-x)=$可买的本数：

如买 120 本，则每本优惠 0.8 元；

如买 150 本，则每本优惠 1.6 元；

如买 160 本，则每本优惠 1.8 元；

如买 200 本，则每本优惠 2.4 元；

此题的特点是答案不惟一，根据题目要求得到各种答案的开放题，是我们经常会遇到的，解答这类题的关键是：动脑筋，寻找规律，从而得到多个答案，想一想这道题还有哪些解法。

挑战自我

1. 设 $A=0.4+0.44+0.444+\cdots\cdots+0.\underbrace{444\cdots\cdots4}_{20个4}$，求 A 的整数部分。

2. 求 $A=8.8+8.98+8.998+\cdots\cdots+8.9999999998$ 的整数部分。

3. 设 $A=16\div(0.40+0.41+0.42+\cdots\cdots+0.59)$，求 A 的整数部分。

4. 设 $A=0.89\times5+0.88\times5+0.87\times5+\cdots\cdots+0.80\times5$，求 A 的整数部分。

5. 求 $A=(4+12\div9)+(3+13\div15)+(2+4\div7)$的整数部分。

6. $A=0.99999\times99999$，求 A 的整数部分。

7. 设 $A=2.09+2.009+2.0009+\cdots\cdots+2.\underbrace{00\cdots\cdots0}_{10个0}9$，求 A 的整数部分。

8. 设 $A=1+1\div2+1\div3+1\div4+1\div5+\cdots\cdots+1\div16$，求 A 的整数部分。

9. 用记号$[a]$表示 a 的整数部分，如$[8.25]=8$。求$[13\div[\pi]\times4]$。$(\pi=3.14)$

10. $A=10\div60+11\div61+12\div62+\cdots\cdots+20\div70$，求 A 的整数部分。

第三讲 小数的意义及小数应用题

算经十书

有一天，巴黎机场一个小商店的会计在结账时发现：实际的现金比账上的数目少 15.3 法郎（法郎：为法国货币单位）。但是，当天值班的售货员是个工作极其负责的人，收错钱的可能性不大。那么，发生现金和账目不一致的另一种原因是：记账时，点错了一笔钱的小数点。如果确定是因为点错了小数点而少了 15.3 法郎，应当是把哪个数的小数点点错了呢？学了这一讲，你就会顺利解答这一问题。

单元点睛

解决本讲的问题，需要综合利用小数的意义、小数的数位顺序表、小数的性质、小数点位置移动引起小数大小的变化、小数的分类、小数的近似值以及应用题的分析方法。

典型题解

例 1 大小两数的差是 7.02，较小数的小数点向右移动一位就等于较大的数，求这两个数。

这样思考：

根据比较小数的小数点向右移动一位就等于较大数，可知较大数是较小数的 10 倍。又知道大小两数的差是 7.02，根据“和差应用题”的解题思路，即可求出大数和小数。

解答 $7.02 \div (10-1) = 0.78$

$0.78 \times 10 = 7.8$

答：大数为 7.8，小数为 0.78。

解答此题的关键是：综合运用小数点位置移动引起小数大小的变化以及和差问题的解题思路。

例2 已知两数的差、商都等于1.4,求甲、乙两数的和是多少?

这样思考:

根据题目中的条件可知:甲数是乙数的1.4倍,甲数比乙数多(1.4－1)倍,甲、乙两数的和是乙数的(1.4＋1)倍。

解答 $1.4\div(1.4-1)\times(1.4+1)=8.4$

答:甲、乙两数的和是8.4。

解答此题的关键是:熟练掌握和、差、积、商各部分之间的关系。

例3 一个小数去掉小数部分后得到一个整数,这个整数加上原来的小数乘以4的积,和是21.2,求原来这个数是多少?

这样思考:

我们可以用□表示小数的整数部分,用△表示它的小数部分。根据题目的条件。我们可以用一个算式表示其数量关系:□＋(□×△)×4＝21.2。根据乘法分配律,我们可以对算式进行变形:5×□＋4×△＝21.2。根据这个算式,我们可以推算出所求的小数。

解答 用□表示小数的整数部分,用△表示它的小数部分。根据题意,列算式为:5×□＋4×△＝21.2。因为△是小数部分,所以"4×△"小于4,这样"5×□"就大于"21.2－4",即"5×□"＞17.2,"5×□"又是5的倍数,所以,□＝4。△＝(21.2－5×4)÷4＝0.3。因此,这个小数是4.3。

答:原来这个数是4.3。

解答此题的关键是:从"小数部分小于1"这个隐蔽条件出发,推理出5×□＞17.2,进一步有根有据地确定□＝4。

例4 小明买了面值为0.8元和0.6元的两种邮票共用去10.6

元，小明买了两种邮票各多少张？

这样思考：

根据已知条件，我们可以列出数量关系式：0.6×张数+0.8×张数=10.6(元)。由于邮票的张数应该是整数，可假设0.6元的邮票是1张、2张、3张……去试求0.8元的张数是不是整数。我们可以用列表的方法得出所有答案。

解答 根据题意，列出数量关系式为：0.6×张数+0.8×张数=10.6(元)。列表求出所有答案为：

0.6元张数	0.8元张数	总钱数
3	11	10.6(元)
7	8	10.6(元)
11	5	10.6(元)
15	2	10.6(元)

解答此题的关键是：根据邮票的张数必须是整数的特点，先根据题意列出数量关系式，再用假设和列表的方法求出所有答案。

例5 小强有若干张卡片，其中一部分卡片上写着1.11，另一部分上写着1.1，已知它们的和恰好是43.21，请你猜一猜小强写有1.1和1.11的卡片各有多少张？

这样思考：

我们可以从数据43.21，1.11的特点出发，由于两个数据的百分位均为1，所以可以肯定写有1.11卡片的张数只能是1，11，21，31，进一步通过试算可以找到答案。我们也可以假设小强手里的卡片都是写有数字1.1的，通过余数找到答案。

解答 方法一

根据43.21，1.11的数据特点，百分位上的数字都是1，可以确定写有1.11卡片的张数只能是1、11、21、31张，通过试算，写有1.11卡片的张数是31张时，写有1.1的卡片是8张，满足条件。即：31×1.11

$+8\times1.1=43.21$。

方法二：假设卡片上的数字都是 1.1，

则 $43.21\div1.1=39\cdots\cdots0.31$

余 0.31，说明有一部分卡片上的数字是 1.11，$1.11-1.1=0.01$，一张差 0.1，$0.31\div0.01=31$，所以 31 张的卡片上写着 1.11，$39-31=8$，有 8 张卡片上写着 1.1。

答：小强写着 1.1 的卡片有 8 张，写着 1.11 的卡片有 31 张。

解答此题的过程中，分别运用了假设法和通过观察数据特点进行有目的试算的方法。这两种方法在解答问题的过程中经常用到。

挑战自我

1. 一个三位小数四舍五入后成为 6.80，原来的三位小数可能是几？

2. 一个小数去掉小数部分后得到一个整数，用原来的小数乘以 5 的积再加上这个整数，和是 80，原来的小数是几？

3. 甲、乙两数的和是 43.648，如果把甲数的小数点向右移动一位就等于乙数，甲、乙二数各是多少？

4. 甲数减去乙数等于 36.63，甲数的小数点向左移动两位就等于乙数，甲、乙二数各是多少？

5. 两个带小数相乘，乘积四舍五入后是 39.1，这两个数都只有一位小数，两个数的个位数都是 6。那么这两数的乘积四舍五入前是几？

6. 小马虎做题时把被除数 88.8 看成 8.88，结果所得的商比正确的商少了 3.33，那么正确的商是多少？

7. 黑板上有 7 个正整数，请同学们计算它们的平均数（得数保留两位小数），芳芳的计算结果是 14.73，老师说，除了最后一位数字外其他都对了。正确的答案是多少？

8 某人买了两件物品，他将其中一件物品标价的小数点看错了位置，结果他付给营业员 14.07 元，售货员告诉他应付 43.32 元，求两件物品的标价分别是多少元？

9 五(3)班决定组织同学们去游泳，游泳池的票价为：男孩票每张 5.5 元，女孩票每张 4.5 元(团体票不优惠)。现在班费中只有 200 元，请你算一算这 200 元钱最多可供多少名男、女生游泳。

10 在循环小数 $0.\dot{1}23456\dot{7}$ 中，移动表示循环节的小圆点，使得新的循环小数的第 100 位数字是 5，新的循环小数是几？

第四讲 循环和周期

算经十书

暑假里，芳芳和莉莉约好，7 月 22 日一起回学校看望班主任李老师。回到家里，忽然想起，李老师曾经说过，每到双休日，他们都要利用一天回父母家看望老人，另外一天全家去郊游。芳芳和莉莉却怎么也想不起来 7 月 22 日是不是星期六和星期日，她们只记得 7 月份有 4 个星期天，5 个星期六。7 月 22 日到底是星期几呢？芳芳和莉莉能去李老师家吗？

单元点睛

客观世界中，存在着一些事物、数和图形的变化是周而复始，循环出现的，我们把其中具有这种规律性的问题称之为周期问题。周期在我们生活中应用是非常广泛的。如每年有 12 个月，时间是 12 个月一循环，则周期是 12；每周有 7 天，时间是 7 天一循环，则周期是 7；尤其在循环小数的知识中，循环节数字的位数就是循环的一个周期。例如：1.891891……中的 891 就是循环的一个周期。

要想正确解答这类问题，首先要发现问题的周期性，然后从问题中确定周期，进而解决问题。

典型题解

例 1 2004 年元旦是星期四，问 2005 年的 8 月 1 日是星期几？

这样思考

首先我们可以确定此题为周期问题。由于每星期共七天，呈循环状态，因此只要算出 2004 年 1 月 1 日到 2005 年 8 月 1 日共有多少天，然后被 7 去除，用所得余数就能判定 2005 年 8 月 1 日是星期几。