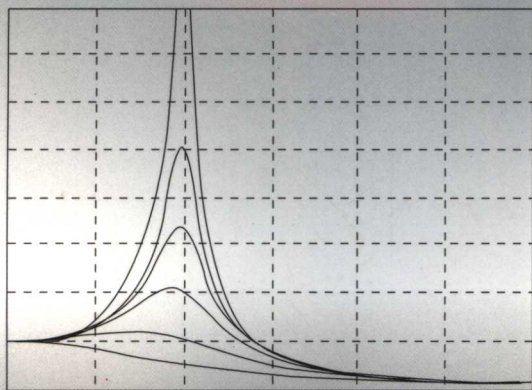


振动理论 与隔振技术

Vibration Theory and Vibration Isolation

朱石坚 楼京俊 何其伟 翁雪涛 编著



国防工业出版社
National Defense Industry Press

振动理论与隔振技术

Vibration Theory and Vibration Isolation

朱石坚 楼京俊 何其伟 翁雪涛 编著

国防工业出版社

·北京·

内 容 简 介

本书简明系统地阐述了振动理论及其在隔振技术中的应用。振动理论包括离散线性系统振动、连续线性系统振动、随机振动、非线性系统振动的基本概念、理论和方法。本书还给出了解决各种典型隔振问题的一般方法,内容包括隔振系统的动态特性、隔振效果的影响因素、隔振效果的评估和隔振系统的设计准则。全书取材精炼、内容新颖、注重理论与应用相结合。

本书可供隔振设计和应用隔振技术和方法的工程师,特别是那些从事隔振技术咨询的工程技术人员使用,也可作为有关专业机械振动课程的研究生、本科生教材。

图书在版编目(CIP)数据

振动理论与隔振技术 / 朱石坚等编著. —北京: 国防工业出版社, 2006. 6

ISBN 7-118-04468-7

I. 振... II. 朱... III. ①机械振动—振动理论
②机械振动—技术 IV. TH113.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 021607 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100044)

国防工业出版社印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 850 × 1168 1/32 印张 11% 字数 298 千字

2006 年 6 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—3000 册 定价 28.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店: (010)68428422

发行邮购: (010)68414474

发行传真: (010)68411535

发行业务: (010)68472764

前 言

本书系统地介绍了振动理论及其在隔振技术中的应用,旨在总结作者多年来在振动理论教学、隔振和其它振动控制系统设计分析等方面的经验。

近年来,隔振技术日益受到人们的重视,究其原因,主要有两个方面:一方面,我们周围的振源强度在不断加大,例如,机械运转速度不断增加、越野汽车和四缸内燃机数量剧增、切削刀头不断改进使得机床能进行更重型的切割等;另一方面,工程中对振级的限制越来越严格。这主要是由于工程中所要求的精度越来越高、测量仪器的灵敏度显著提高、一些更容易被激振的轻型结构(但具有一定强度)被广泛应用,人们对固定结构、交通工具等的高舒适性要求给厂家带来越来越大的竞争压力等。为了解决这些相互矛盾的问题,人们需要不断改进振动防护方法。

隔振是振动防护中使用得最为广泛的一种方法。该方法通过一个包含了特殊装置的辅助系统将振源和被保护物体隔离开来。这种特殊装置称为隔振器或隔振座架。隔振的作用是减小振源和被隔振物体之间的动态耦合,从而减少不良振动传递给被保护物体或从物体传出。减少这种动态耦合的同时也会产生一些“负面”影响,例如,增加振源和被保护物体之间的相对位移,增加安装的尺寸、质量和成本等。在柔性隔振器上安装一些相互连接着的部件时,会增加它们之间的对中难度,这通常具有危害性。因此,在许多情况下,需要采用一种多参数优化方法来获得合适的隔振效果并满足其它约束条件。

尽管隔振问题在有关振动的教科书中大都作了最基本的叙述,在一些振动手册中也有详细的讨论。但由于被隔振物体、支承

结构、激励力和隔振器等都具有非常复杂的动态特性,教科书和手册中所介绍的经典隔振原理通常不能满足实际工程需要。在实际工程中,尚需要对隔振系统进行更深入的研究,如隔振系统的动态耦合、阻尼、基础的柔性和隔振器中的波效应等因素对隔振效果的影响。如果不对这些问题进行深入探讨,就不可能对工程中的隔振系统进行优化。在一些学术期刊、会议论文集和专利中有大量的关于振动隔离的资料,但这些资料的全面收集与整理对于实际工程设计者来说相当困难,对一般使用者,那几乎是不可能的。为此,本书对隔振问题进行了全面的论述。为了使本书自成体系,还对振动理论进行了详细介绍。

本书分为两大部分。第一部分(第1章~第4章)为振动理论基础,主要讨论离散线性振动系统、连续线性振动系统、随机激励下的振动以及非线性系统的振动。第二部分(第5章~第8章)全面论述了隔振问题,包括隔振系统的动态过程分析、隔振效果的影响因素、隔振效果的评估和隔振系统设计准则。

本书可作为航空、海洋、机械、土建、交通、能源等工程领域的本科生或研究生教材,也可供从事振动咨询的工程技术人员、振动工程的设计者和隔振装置的制造商参考。

编 者

2006年1月21日

目 录

第 1 章 离散线性振动系统	1
1.1 单自由度系统	1
1.1.1 系统运动微分方程	1
1.1.2 系统的自由振动响应	2
1.1.3 系统的强迫振动响应	7
1.2 多自由度系统.....	20
1.2.1 系统运动的微分方程组.....	20
1.2.2 无阻尼系统的自由振动特征值问题.....	21
1.2.3 等比例黏滞阻尼系统的自由振动响应.....	25
1.2.4 等比例黏滞阻尼系统的强迫振动响应.....	29
1.2.5 一般黏滞阻尼系统.....	30
参考文献	35
第 2 章 连续线性振动系统	36
2.1 二阶系统的振动.....	37
2.1.1 弦的横向振动.....	37
2.1.2 杆的纵向振动.....	45
2.1.3 轴的扭转振动.....	50
2.2 四阶系统的振动.....	52
2.2.1 梁的弯曲振动.....	52
2.2.2 矩形板的弯曲振动.....	64
参考文献	66

第 3 章 随机激励下的振动	67
3.1 引言	67
3.2 随机过程的基本概念	68
3.2.1 总体平均与平稳随机过程	69
3.2.2 时间平均与各态历经随机过程	70
3.2.3 随机过程的统计参数	71
3.2.4 平稳过程的谱分析	72
3.2.5 几种典型的随机过程	75
3.3 平稳过程通过线性系统的分析	79
3.4 单自由度线性系统对于平稳随机过程的响应	82
3.4.1 单自由度线性系统对随机激励的响应	82
3.4.2 单自由度线性系统对多个随机激励的响应	85
3.5 多自由度线性系统对于随机激励的响应	87
3.5.1 两个自由度系统的激励与响应之间的联合 性质	87
3.5.2 多自由度系统对随机激励的响应	89
3.6 连续结构对随机激励的响应	96
参考文献	98
第 4 章 非线性系统的振动	99
4.1 非线性振动系统的运动微分方程	100
4.1.1 自治系统	100
4.1.2 非自治系统	102
4.2 非线性振动的定性分析方法	103
4.2.1 相平面、相轨迹	103
4.2.2 奇点分析	105
4.2.3 单自由度保守系统的定性分析	112
4.2.4 极限环	114

4.3	非线性振动的定量分析方法	116
4.3.1	林滋泰德-鹿开莱方法	116
4.3.2	平均法	118
4.3.3	多尺度法	120
4.4	单自由度系统的强迫振动	121
4.4.1	主共振	121
4.4.2	非共振硬激励	126
4.4.3	超谐波共振	127
4.4.4	次谐波共振	129
4.5	参数激励系统的振动	131
4.6	混沌振动	136
4.6.1	混沌的概念	136
4.6.2	混沌的几何特征	138
4.6.3	混沌的数值识别	139
4.6.4	混沌的应用	144
	参考文献	145
第5章	隔振系统动态特性	147
5.1	概述	147
5.2	单自由度隔振系统的动态特性	149
5.2.1	具有黏性阻尼的隔振器	151
5.2.2	具有内(迟滞)阻尼的隔振器	154
5.2.3	带有黏性阻尼器的“松弛”隔振系统	160
5.2.4	具有运动转换器的单自由度系统	163
5.3	两自由度隔振系统的动态特性	170
5.3.1	有阻尼两自由度系统的一般形式	170
5.3.2	具有中间质量块的隔振器	179
5.4	三自由度(平面)隔振系统	183

5.4.1	平面隔振系统的动态特性	183
5.4.2	平面隔振系统的自然频率	187
5.4.3	隔振器倾斜放置的平面隔振系统	191
5.4.4	会聚式等频系统	195
5.5	随机激励下的隔振系统	198
5.5.1	定义	198
5.5.2	随机振动在动态系统中的传播	200
5.6	脉冲激励作用下的隔振系统	203
	参考文献	209
第 6 章	隔振效果影响因素	211
6.1	基础柔性对隔振效果的影响	212
6.1.1	把基础简化成具有一个自由度的集中参数 系统	214
6.1.2	基础为弹性体的传递率问题	220
6.2	被隔振设备的弹性对隔振效果的影响	228
6.3	隔振器中的波效应	234
6.3.1	理论分析	234
6.3.2	实验结果	241
6.4	阻尼对隔振效果的影响	243
6.4.1	阻尼在隔振中的作用	243
6.4.2	隔振器中阻尼产生的热	245
6.5	隔振系统的动态耦合对隔振效果的影响	246
6.5.1	隔振器的弹性特征	246
6.5.2	隔振系统的弹性耦合与解耦	250
6.6	隔振系统中的非线性	261
	参考文献	266
第 7 章	隔振效果评估指标	269

7.1	力传递率	269
7.2	插入损失	272
7.3	振级落差	273
7.4	各评估指标之间的关系	275
7.5	功率流	280 [*]
7.5.1	功率流的一般表达式	282
7.5.2	通过隔振器的功率流	284
7.5.3	功率流与隔振效果评估	286
	参考文献	292
第8章	隔振系统设计准则	293
8.1	振动敏感物体的隔振	294
8.1.1	周围环境的振动	296
8.1.2	振动传递模型	299
8.1.3	隔振设计准则	302
8.1.4	精密设备隔振中的附加问题	308
8.2	对本身是振源的物体的隔振	317
8.2.1	产生单频激励的物体	317
8.2.2	产生多频激励力的物体	322
8.2.3	产生保守冲击激励的物体	325
8.2.4	产生惯性冲击激励的物体	328
8.3	通用机械设备的隔振	335
8.3.1	安装条件对动态稳定性的影响	335
8.3.2	通用机械设备的振级	338
8.3.3	隔振对轴承载荷的影响	340
8.3.4	隔振对空气噪声的影响	343
8.4	交通工具上的发动机和机器的安装	344
	参考文献	352

第 1 章 离散线性振动系统

1.1 单自由度系统

1.1.1 系统运动微分方程

一个典型的单自由度线性振动系统如图 1-1 所示,图中 m 代表质块的质量, k 代表线性弹簧刚度, c 代表阻尼器的黏滞阻尼系数, $F(t)$ 是作用在质块 m 上的激励力, $x(t)$ 表示质块 m 在激励力 $F(t)$ 作用下的位移。

所谓线性弹簧是指弹簧的反作用力与弹簧的相对变形成正比,如果弹簧的自由长度为 l_0 ,在外力 F 的作用下它的长度变为 l ,则弹簧的反作用力 $F_f = -k(l - l_0)$,其中,比例系数 k 就称为线性弹簧的刚度系数,简称为线性弹簧的刚度。

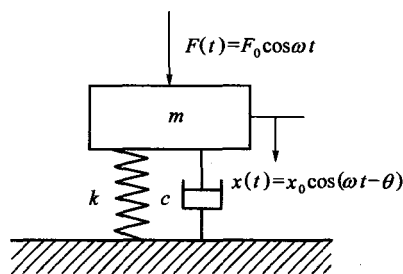


图 1-1 单自由度振动系统

F_f 的大小与 F 的大小相等,负号表示 F_f 的方向与 F 的方向相反。一般螺旋金属弹簧在小变形时可认为是线性弹簧。

黏滞阻尼是一种其阻尼力与阻尼器两端的相对速度成正比的阻尼,如果阻尼器两端的相对速度为 $\dot{x}(t)$,则阻尼力为 $F_c = -c\dot{x}(t)$,其中,比例系数 c 称为黏滞阻尼系数。负号表示 F_c 的方向与相对速度 $\dot{x}(t)$ 的方向相反。一般的钢弹簧在小变形范围内可认为是在变形方向上具有刚度为 k 的线性弹簧和黏滞阻尼系数

为 c 的阻尼器的组合线性支承元件。

根据达朗贝尔原理,可得图 1-1 所示的单自由度线性系统的运动微分方程为

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (1-1)$$

式(1-1)的初始条件记为

$$x_0 = x(t) \big|_{t=0}, \quad v_0 = \dot{x}(t) \big|_{t=0} \quad (1-2)$$

以上研究的是线性弹簧,实际应用中还有扭转弹簧^[1]。当扭转弹簧的弹性反力矩 M 与其相对角位移 θ 成正比时称为线性扭转弹簧,此时有 $M = k\theta$ 。工程实际中,支承元件可能是由弹性元件的串、并联组合而成。

对图 1-2 所示的串联弹簧系统,其等效刚度为

$$k_{\text{eq}} = \left(\sum_{j=1}^n \frac{1}{k_j} \right)^{-1} \quad (1-3)$$

对图 1-3 所示的并联弹簧系统,其等效刚度为

$$k_{\text{eq}} = \sum_{j=1}^n k_j \quad (1-4)$$

黏滞阻尼是一种线性阻尼,除了与相对线速度成正比的黏滞阻尼外,还有与相对角速度成正比的黏滞阻尼,其阻尼力矩 $M_d = -c\dot{\theta}$,其中, $\dot{\theta}$ 是相对角速度。

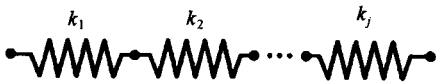


图 1-2 串联弹簧系统

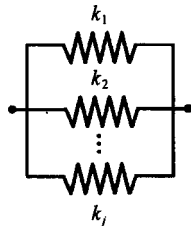


图 1-3 并联弹簧系统

1.1.2 系统的自由振动响应

由式(1-1)和式(1-2)不难得出图 1-1 所示的单自由度线

性系统作自由振动时的初值问题为^[2]

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0; \quad x_0 = x(t) \Big|_{t=0}; \quad v_0 = \dot{x}(t) \Big|_{t=0} \quad (1-5)$$

根据常微分方程理论,令 $x(t) = Ae^{st}$, 并将其代入式(1-5)中的第一式,得系统的特征方程为

$$ms^2 + cs + k = 0 \quad (1-6)$$

记

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad \xi = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{c}{2\sqrt{mk}} \quad (1-7)$$

则特征方程变为

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad (1-8)$$

由式(1-8),可以求出系统的两个特征根为

$$s_{1,2} = (-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n \quad (1-9)$$

由式(1-9)知,系统的两个特征根取决于 ω_n 和 ξ ,但其性态取决于 ξ 的取值范围,现就 ξ 的不同取值范围来讨论。

(1) $\xi = 0$, 即系统无阻尼

由式(1-7)的第二式知,如果 $c = 0$, 则 $\xi = 0$, 即系统无阻尼。此时,系统的两个特征根为

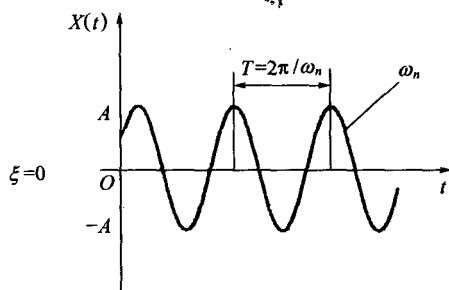
$$s_{1,2} = \pm i\omega_n \quad (1-10)$$

式中: $i = \sqrt{-1}$, 下同。于是,无阻尼系统的通解为

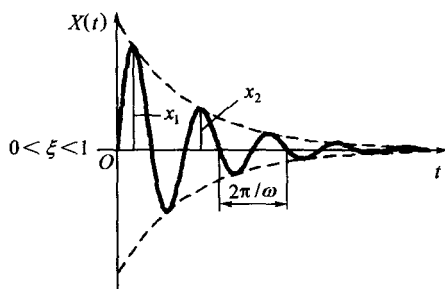
$$x(t) = A_1 e^{i\omega_n t} + A_2 e^{-i\omega_n t} = X \cos(\omega_n t - \psi) \quad (1-11)$$

式中: X 称为振幅; ψ 称为初相; ω_n 称为无阻尼系统的固有圆频率。由式(1-7)的第一式知, ω_n 是由系统参数 k 和 m 决定的,而与初始条件无关。如果 k 的单位取 N/m , m 的单位取 kg , 则 ω_n 的单位为 rad/s 。 ω_n 与工程实际中通常讲的固有频率 f_n 的关系为 $f_n = (1/2\pi)\omega_n$, 此时 f_n 的单位为 $1/s$, 称为 Hz , 它表示系统每秒钟的振动次数。 f_n 的倒数称为系统的基本周期, 用 T 表示, $T = 1/f_n$,

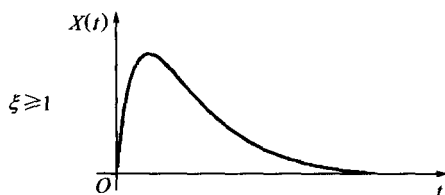
T 的单位是 s , 它表示系统每振动一次, 即完成一次循环所需的时间。式(1-11)表示的是一等幅振荡, 如图 1-4(a)所示。



(a)



(b)



(c)

图 1-4 响应曲线

振幅 X 和初相位 ψ 与系统参数无关, 它们是由初始条件唯一确定的。满足式(1-5)所给出的初始条件的解为

$$X = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega_n}\right)^2}; \quad \psi = \arctan \frac{v_0}{\omega_n x_0} \quad (1-12)$$

(2) $\xi < 1$, 即小阻尼情形

此时, 系统的两个特征根为共轭复根 $s_{1,2} = (-\xi \pm i \sqrt{1-\xi^2})\omega_n$ 。

如果记

$$\omega_d = \sqrt{1-\xi^2}\omega_n \quad (1-13)$$

则

$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm i\omega_d \quad (1-14)$$

于是系统的通解为

$$\begin{aligned} x(t) &= X_1 e^{(-\xi\omega_n + i\omega_d)t} + X_2 e^{(-\xi\omega_n - i\omega_d)t} \\ &= X e^{-\xi\omega_n t} \cos(\omega_d t - \psi) \end{aligned} \quad (1-15)$$

式中: ω_d 称为有阻尼系统的固有圆频率, 它由系统参数 k, m, c 确定, 显然 $\omega_d < \omega_n$ 。 X, ψ 分别表示系统的最大振幅和初相位, 由系统的初始条件确定。不难看出, 式(1-15)表示的是一振幅按指数规律衰减的减幅振荡, 变化情况示于图 1-4(b)。

满足式(1-15)所给出的初始条件的解为

$$X = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0 + \xi\omega_n x_0}{\omega_d}\right)^2}; \quad \psi = \arctan \frac{v_0 + \xi\omega_n x_0}{x_0 \omega_d} \quad (1-16)$$

由式(1-15)不难看出, 若有阻尼系统自由振动时的周期记为 $T_d = 2\pi/\omega_d$, 则

$$\frac{x(t)}{x(t+T_d)} = e^{\xi\omega_n T_d} = e^{\frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \quad (1-17)$$

两边取自然对数, 得

$$\ln \frac{x(t)}{x(t+T_d)} = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (1-18)$$

定义系统的对数衰减率为 $\delta = \ln[x(t)/x(t+T_d)]$, 则得

$$\delta = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (1-19)$$

因此系统的阻尼比

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}} \quad (1-20)$$

当 $\xi \ll 1$ 时, 由式(1-19)得

$$\xi \approx \frac{\delta}{2\pi} \quad (1-21)$$

由上面的分析可知, 只要测量出了系统在作自由振动时相隔周期 T_d 的响应幅值比, 即只要测出了 δ , 就可以方便地求出系统的阻尼比 ξ 。在实际测量过程中, 一般测量相隔 n 个周期的两幅值, 记它们之比的对数为 δ_n , 则用 $\xi \approx \delta_n / (n \times 2\pi)$ 求 ξ , 这样就可以提高测量精度。

(3) $\xi > 1$, 即过阻尼情形

当 $\xi > 1$ 时, 式(1-19)右边的括号中为实数, 即两特征根为实数

$$s_{1,2} = (-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n \quad (1-22)$$

显然两特征根均为负实数, 此时通解为

$$x(t) = X_1 e^{s_1 t} + X_2 e^{s_2 t} \quad (1-23)$$

上式表示的运动不是振荡运动, 因此当 $\xi > 1$ 时, 系统不可能产生振动, 其运动性态如图 1-4(c) 所示。

(4) 当 $\xi = 1$ 时, 即临界阻尼情形

当 $\xi = 1$ 时, 系统的两特征根均为负实数, 且为重根

$$s_{1,2} = -\omega_n \quad (1-24)$$

此时系统的通解为

$$x(t) = (X_1 + X_2 t) e^{-\omega_n t} \quad (1-25)$$

上式表示的运动也不是振荡运动, 系统不可能发生振动, 其运动性态示于图 1-4(c)。进一步分析可知, 系统偏离平衡位置后, 它将以最快的速度回复到平衡位置。

1.1.3 系统的强迫振动响应

系统的激励力有谐波的、周期性的和非周期性的,本节首先讨论系统在谐波激励下的响应。之所以先讨论在谐波激励下的响应,是因为谐波激励是最简单的激励,任何周期激励总可以展开成傅里叶(Fourier)级数,即展开成一系列谐波激励的叠加。而对任意非周期性激励作 Fourier 变换,可知它们就是 Fourier 级数的极限形式。我们所讨论的系统是线性的,满足叠加原理。因此,只要将系统在谐波激励下的响应讨论清楚了,那么,系统在周期性激励下的和非周期性激励下的响应就可应用叠加原理方便地求出。

1. 系统在谐波激励下的响应

将激励力记为: $F(t) = F\cos\omega t = kA\cos\omega t = kf(t)$,显然此时 $f(t)$ 具有位移的量纲,且 $A = F/k$ 表示恒力 F 作用在系统上时所引起的系统的静位移。

根据式(1-1)和式(1-7),系统的运动微分方程可改写为

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2x(t) = \omega_n^2f(t) = \omega_n^2A\cos\omega t \quad (1-26)$$

设上式的解为

$$x(t) = X\cos(\omega t - \varphi) \quad (1-27)$$

将式(1-27)代入式(1-26),得

$$\begin{aligned} & X[(\omega_n^2 - \omega^2)\cos\varphi + 2\xi\omega_n\omega\sin\varphi]\cos\omega t + \\ & X[(\omega_n^2 - \omega^2)\sin\varphi - 2\xi\omega_n\omega\cos\varphi]\sin\omega t \\ & = \omega_n^2A\cos\omega t \end{aligned} \quad (1-28)$$

由于式(1-28)对任意时刻 t 都应成立,因此等式两边 $\cos\omega t$ 、 $\sin\omega t$ 对应项的系数应相等,于是得

$$\left. \begin{aligned} X[(\omega_n^2 - \omega^2)\cos\varphi + 2\xi\omega_n\omega\sin\varphi] &= \omega_n^2A \\ X[(\omega_n^2 - \omega^2)\sin\varphi - 2\xi\omega_n\omega\cos\varphi] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-29)$$