教育改变人生
JIAOYU GAIBIAN RENSHENG
江西教育出版社

高等专科学校工程类用教材

高等数学

第二册

主　编：程贤锋

副主编：易　敏　鲁三芽

江西教育出版社
www.jxeph.com/gaoshu.hfml

高 等 数 学

主　　编　　程贤锋

副主编　　易　　敏　　鲁三芽

江 西 教 育 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学. 第2册/程贤锋编. —南昌:江西教育出版社,2006.2

ISBN 7—5392—4592—1

Ⅰ.高... Ⅱ.程... Ⅲ.高等数学—高等学校—教材 Ⅳ.013

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第011643号

高等数学

第二册

GAO DENG SHU XUE

程贤锋 编

江西教育出版社出版发行

江西科佳图书印装有限责任公司印刷 新华书店经销

2006年2月第1版 2006年2月第1次印刷

开本:850毫米×1168毫米 1/32 印张:8.625

字数:230千字 印数:1—5000册

ISBN 7—5392—4592—1/G·4283 定价:17.00元

地址:南昌市抚河北路61号

邮政编码:330008 电话:6710427

URL:http://www.jxeph.com

E_mail:jxeph@public.nc.jx.cn

前　言

进入21世纪,高职高专院校的高等数学教学面临着如何使教材适应科学技术的迅猛发展、社会对人才素质要求的不断提高以及高等教育大众化的新问题。

本教材仍是按照原国家教委制定的《高等学校工程专科高等数学课程教学基本要求》编写的,努力贯彻"以应用为目的,以必需、够用为度"的原则;讲清概念,减少论证,使学生掌握基本的概念、理论和计算技能,并初步具备用高等数学方法去解决实际问题的能力。

在本书编写过程中,我们继承了传统高等数学教材中的优点,同时,我们也作了一些新的尝试,主要有如下几点:

1. 本书的编写引进了模块式教育理论,在第一册中主要编入了一元微积分的内容,第二册部分编入了多元微积分的内容,第三册编入了线性代数、概率与数理统计以及拉氏变换的内容,可根据专业要求进行选学。

2. 加入了一些比较新颖的应用题,目的是使传统教材带有一点时代气息。

3. 考虑到理工类学生应当懂一点经济管理方面的知识,因此,书中插入了一些简单的边际分析等经济应用题。

4. 本书可以作为高职高专工程类专业的教学用书,也可作为教学参考用书。

在全书的编写过程中,陆伟锋博士提出了许多宝贵意见,饶三平、凌和良、杨晓伟和吕凤虎老师为本书的校稿作了大量工作,在此一并表示感谢。

由于我们水平有限,书中谬误之处难免存在,请使用本书的老师、学生和读者们不吝指教。

编者

2005年12月

目　　录

第七章　向量代数与空间解析几何

第一节　向量概念及向量的线性运算

一、向量的概念

人们在日常生活和生产实践中常遇到两类量，一类如温度、距离、体积、质量等，这种只有大小没有方向的量称为数量，也称为纯量或标量．另一类如力、位移、速度、加速度等，它们不但有大小而且有方向，这种具有大小和方向的量称为**向量**，也称为**矢量**．如何来表示向量呢?在几何上，可用空间的一个带有方向的线段即有向线段来表示，在选定长度单位后，这个有向线段的长度表示向量的大小，它的方向表示向量的方向．

如图 7－1 所示，以 A 为起点，B 为终点的向量记作 $\overrightarrow{AB}$. 为简便起见，常用一个粗体字母表示向量，如$\overrightarrow{AB}$ 也可以记作 $\boldsymbol{a}$.

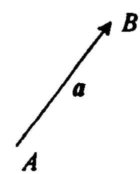

图 7－1

向量的大小叫做向量的模或长度，记作 $|\overrightarrow{AB}|$ 或 $|\boldsymbol{a}|$. 起点与终点重合的向量，即长度等于零的向量称为**零向量**，记作 $\mathbf{0}$.

两个向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$，如果它们的方向相同模相等，则称这两个向量相等，记作 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$. 根据这个规定，一个向量和它经过平行移动（方向不变，起终点位置改变）所得的向量是相等的，这种向量称为**自由向量**．以后我们所讨论的向量，只考虑其大小和方向，因此用有向线段表示向量时，其起点位置可以任意取．这样在讨论向量的几何运算

时将更加方便．

记两向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 之间的夹角为 θ（如图7－2），我们规定 $0 \leqslant \theta \leqslant \pi$. 特别地，当 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同向时，$\theta = 0$；当 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 反向时，$\theta = \pi$.

向量与数量的根本区别在于前者有方向，后者没有方向．向量的大小和方向是组成向量的不可分割的部分，因此，在讨论向量的运算时，必须把它的大小和方向统一起来考虑．

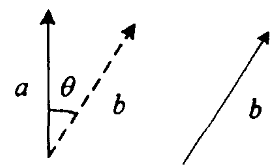

图7－2

下面我们介绍向量的线性运算．向量的线性运算包括向量的加法、减法和数乘．

二、向量的加法

由力学知识，作用在一质点上的两个力 f_1 与 f_2，它们的合力 f 可按平行四边形法则求得，如图7－3，对于速度也有同样的结论．一般地两向量的加法可定义如下．

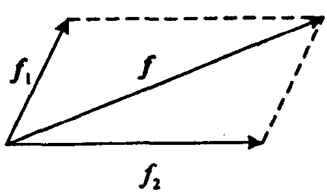

图7－3

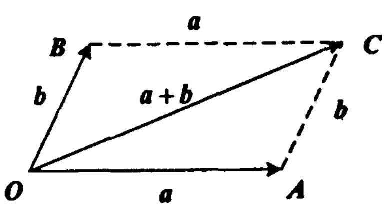

图7－4

定义1 设有两向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$，作 $\overrightarrow{OA} = \boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB} = \boldsymbol{b}$，以这两个向量为两边作平行四边形，其对角线向量 $\overrightarrow{OC}$（如图7－4）称为向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和，记作 $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$.

这种求和法则叫做平行四边形法则．因为

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AC}$$

所以

$$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}.$$

由此可得，两向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和，可以向量 $\boldsymbol{a}$ 的终点作为向量 $\boldsymbol{b}$ 的起点，从 $\boldsymbol{a}$ 的起点到 $\boldsymbol{b}$ 的终点所作的向量即为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和向量．这种方法称为**三角形法则**．

三个向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$ 相加，只需用三角形法则（或平行四边形法则），先作出 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，然后再将 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 相加，作出 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$．如图 7－5 所示，只要把三个向量中前一个向量的终点作为次一个向量的起点，再从最初的向量的起点到第三个向量的终点所作的向量，就是它们的和，这种方法可推广到三个以上的向量相加．如图 7－6.

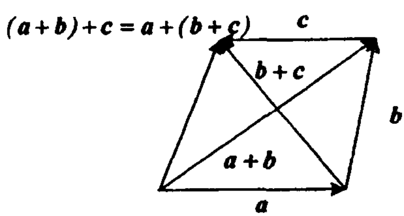

图 7－5

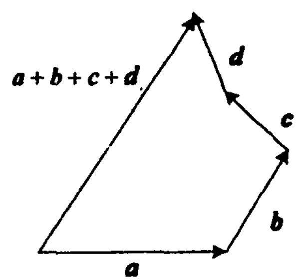

图 7－6

据定义 1，由图 7－4 及图 7－5 可以得出，向量的加法服从交换律和结合律．

1° **交换律**　$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$；

2° **结合律**　$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$.

三、向量的减法

如同数的减法是加法的逆运算一样，向量的减法也是加法的逆运算，向量的减法定义如下：

定义 2　已知向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$，若向量 $\boldsymbol{c}$ 满足 $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}$，则向量 $\boldsymbol{c}$ 称为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，记作 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.

从某一点 O 为共同起点引向量 $\boldsymbol{a}=\overrightarrow{OP}$，$\boldsymbol{b}=\overrightarrow{OQ}$，如图 7－7 所示．

由定义 $\boldsymbol{b}+\overrightarrow{QP}=\boldsymbol{a}$，所以，$\boldsymbol{c}=\overrightarrow{QP}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$. 于是，我们得到向量

$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 的作图法：过空间同一点引向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$，则以减向量 $\boldsymbol{b}$ 的终点为起点，以被减向量 $\boldsymbol{a}$ 的终点为终点的向量就是 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差.

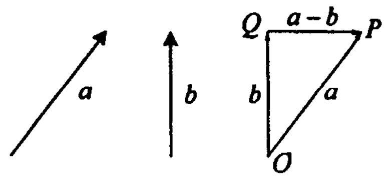

图 7－7

四、数与向量的乘法

在力学中，如果有三个大小和方向都相同的力 f 作用于同一质点，那么其合力 $F=3f$。仿此，我们定义数与向量的乘法如下：

定义3 数 m 与向量 $\boldsymbol{a}$ 的乘积是一个向量，记为 $m\boldsymbol{a}$，它按下面规定所确定：

$m\boldsymbol{a}$ 的模是 $\boldsymbol{a}$ 的模的 $|m|$ 倍，即 $|m\boldsymbol{a}|=|m||\boldsymbol{a}|$；

当 $m>0$ 时，$m\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的方向相同；

当 $m<0$ 时，$m\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的方向相反；

当 $m=0$ 时，$0\cdot\boldsymbol{a}=0$ 为零向量.

由定义可知：$1\cdot\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}$； $(-1)\cdot\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{a}$.

当 m 为正整数时，$\underbrace{m\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{a}+\cdots+\boldsymbol{a}}_{m个}$，即 m 个相同的向量 $\boldsymbol{a}$ 相加. 从几何上看，当 $m>0$ 时，$m\boldsymbol{a}$ 表示其大小是 $\boldsymbol{a}$ 的大小的 m 倍，方向不变，当 $m<0$ 时，$m\boldsymbol{a}$ 表示其大小是 $\boldsymbol{a}$ 的大小的 $|m|$ 倍，方向相反，如图 7－8 所示.

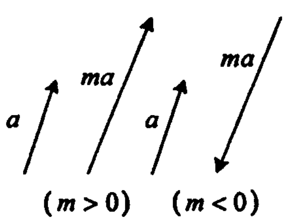

图 7－8

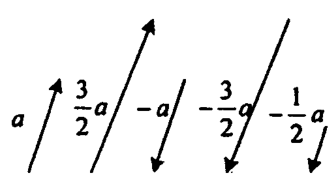

图 7－9

在图 7－9 中画的向量为$\boldsymbol{a}, \frac{3}{2}\boldsymbol{a}, -\boldsymbol{a}, -\frac{3}{2}\boldsymbol{a}, -\frac{1}{2}\boldsymbol{a}$. 由加法和减法定义，我们可得

$$\boldsymbol{a} + (-\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{0}, \boldsymbol{a} + (-\boldsymbol{b}) = \boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}.$$

如图 7－10 所示.

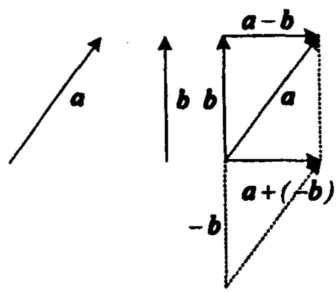

图 7－10

数量与向量的乘法满足以下运算规律

1° 分配律 $(m+n)\boldsymbol{a} = m\boldsymbol{a} + n\boldsymbol{a}$;

$n(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) = n\boldsymbol{a} + n\boldsymbol{b}$.

2° 结合律 $m(n\boldsymbol{a}) = (mn)\boldsymbol{a}$.

读者可以从如图 7－11 所示，看出分配律、结合律的几何表示（设 $m>0, n>0$）.

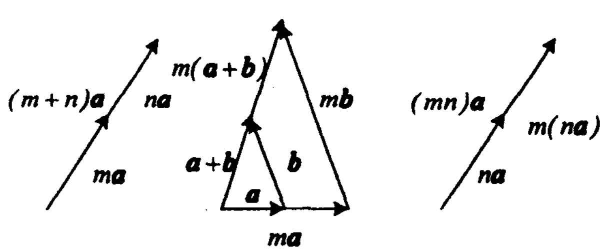

图 7－11

模为 1 的向量叫做**单位向量**，设 $\boldsymbol{a}$ 为非零向量，我们把与 $\boldsymbol{a}$ 同方向的单位向量叫做 $\boldsymbol{a}$ 的单位向量，并记为 $\boldsymbol{a}^{\circ}$，如图 7－12 所示.

由数量与向量的乘积定义有

$$\boldsymbol{a}=|\boldsymbol{a}|\cdot\boldsymbol{a}^0,\boldsymbol{a}^0=\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|},$$

这样，与某向量同方向的单位向量，可以由该向量除以其模得到.

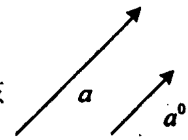

图 7－12

五、向量的线性组合与向量的分解

以上所定义的两向量的加法、减法以及数量与向量的乘法运算称为向量的线性运算．这类运算还可以推广到两个以上向量的情形.

设 $m_1,m_2,\cdots,m_n$ 为 n 个实数，则表达式

$$m_1\boldsymbol{a}_1+m_2\boldsymbol{a}_2+\cdots+m_n\boldsymbol{a}_n$$

叫做向量 $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\cdots,\boldsymbol{a}_n$ 的**线性组合**，其结果是一个向量.

在实际问题中我们常常遇到线性组合的反问题，即有时需要把一个向量分解成 n 个向量之和，也称**向量的分解**.

先来看看最简单的情形，互相平行的向量称为**共线向量**，共线向量经过平行移动它们会落在同一直线上，所以可以用落在一直线上的向量来表示，设 $\boldsymbol{a}$ 为一非零向量，那么与 $\boldsymbol{a}$ 共线的向量 $\boldsymbol{b}$ 都可以表示成 m 与 $\boldsymbol{a}$ 的乘积，即：$\boldsymbol{b}=m\boldsymbol{a}$，其中 $m=\pm\frac{|\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}|}$. 当 $\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 同向时取正号，反向时取负号，这时我们称 $\boldsymbol{b}$ 可用 $\boldsymbol{a}$ 线性表示.

其次，空间中平行于同一平面的向量称为**共面向量**，它们经平行移动后可以落在同一平面上

显然，任意两个向量共面，但并不是空间的任意三个向量都共面．假定向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 共面，而 $\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 不共线，则向量 $\boldsymbol{a}$ 可以用 $\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 线性组合来表示，称为**线性表示**.

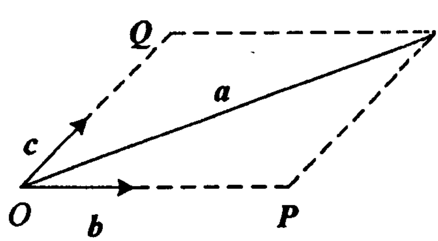

图 7－13

事实上，将向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 起点移到同一点 O，过 $\boldsymbol{a}$ 的终点分别作平

行于向量$\boldsymbol{b}$和$\boldsymbol{c}$的直线，设它们分别交$\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{c}$所在直线于P,Q. 如图7－13所示，则有

$$\boldsymbol{a} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ} = m_1\boldsymbol{b} + \mathrm{m}_2\boldsymbol{c}.$$

这称为与$\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{c}$共面的向量$\boldsymbol{a}$关于$\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{c}$的分解，此时向量$\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{c}$可称为该平面上的一组基. 一般若记

$$\boldsymbol{b} = \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{c} = \boldsymbol{e}_2,$$

则

$$\boldsymbol{a} = m_1\boldsymbol{e}_1 + m_1\boldsymbol{e}_2.$$

从以上我们可以看到：当$\boldsymbol{e}_1$,$\boldsymbol{e}_2$不共线时，则与$\boldsymbol{e}_1$,$\boldsymbol{e}_2$共面的任一向量$\boldsymbol{x}$均可分解成$\boldsymbol{e}_1$,$\boldsymbol{e}_2$的线性组合，即

$$\boldsymbol{x} = \mathrm{m}_1\boldsymbol{e}_1 + m_2\boldsymbol{e}_2.$$

下面我们设$\boldsymbol{e}_1$,$\boldsymbol{e}_2$,$\boldsymbol{e}_3$是空间不共面的三个向量，则空间中任一向量$\boldsymbol{x}$都可以分解成$\boldsymbol{e}_1$,$\boldsymbol{e}_2$,$\boldsymbol{e}_3$的线性组合.

事实上，把以上四个向量移到同一点O，由$\boldsymbol{x}$的终点分别作$\boldsymbol{e}_1$,$\boldsymbol{e}_2$;$\boldsymbol{e}_2$,$\boldsymbol{e}_3$;$\boldsymbol{e}_3$,$\boldsymbol{e}_1$所在平面的平行平面，设它们分别交向量$\boldsymbol{e}_1$,$\boldsymbol{e}_2$,$\boldsymbol{e}_3$所在直线P,Q,R. 如图7－14所示. 则

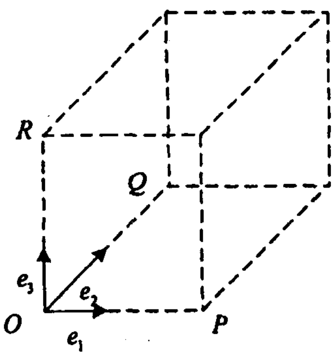

图7－14

$$\boldsymbol{x} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{OR} = m_1\boldsymbol{e}_1 + m_2\boldsymbol{e}_2 + m_3\boldsymbol{e}_3.$$

这是向量$\boldsymbol{x}$关于$\boldsymbol{e}_1$,$\boldsymbol{e}_2$,$\boldsymbol{e}_3$的分解，即$\boldsymbol{x}$可由$\boldsymbol{e}_1$,$\boldsymbol{e}_2$,$\boldsymbol{e}_3$线性表示，此时向量$\boldsymbol{e}_1$,$\boldsymbol{e}_2$,$\boldsymbol{e}_3$称为空间的一组基. 有关向量线性表示和分解的理论在《线性代数》课程中将有详实的研究和讨论.

习题7－1

1. 判断题：

(1) 向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的模相等,当向量 $\boldsymbol{a}$ 旋转 $\frac{\pi}{4}$ 后恰与向量 $\boldsymbol{b}$ 重合,则 $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b}$;

(2) 如果向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}| > |\boldsymbol{b}|$,则 $\boldsymbol{a} > \boldsymbol{b}$.

2. 设 $\boldsymbol{m} = 2\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}, \boldsymbol{n} = -\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{b} - 2\boldsymbol{c}$,试用 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 表示 $3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$.

3. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$,求作向量 $2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}, \boldsymbol{b} - \frac{1}{2}\boldsymbol{a}, \frac{1}{3}\boldsymbol{b} + \boldsymbol{a}$.

4. 把 $\triangle ABC$ 的边 BC 五等分,设分点依次为 D_1,D_2,D_3,D_4,再把各分点与点 A 连接,试以 $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{c}, \overrightarrow{BC} = \boldsymbol{a}$ 表示向量 $\overrightarrow{D_1A}, \overrightarrow{D_2A}, \overrightarrow{D_3A}, \overrightarrow{D_4A}$.

第二节　空间直角坐标系与向量的坐标表达式

本节将建立空间的点及向量与有序数组的对应关系,以引进研究向量的代数方法,从而建立代数方法与几何方法的联系.

一、空间直角坐标系

在平面解析几何中,我们建立了平面直角坐标系,从而利用有序数组(即点的坐标 (x,y))来确定平面上点的位置.仿此,我们建立空间直角坐标系如下:

从空间某一点 O 引三条互相垂直的垂线 Ox、Oy、Oz. 并取定长度单位和方向(如图 7－15),这样就建立了空间直角坐标系. 其中 O 点称为坐标原点,数轴 Ox、Oy、Oz 称为坐标轴,每两个坐标轴所在的平面 Oxy、Oyz、Ozx 叫做坐标平面,简称坐标面.

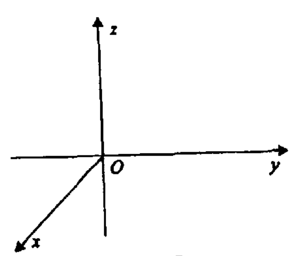

图 7－15

空间直角坐标系坐标轴的正向按右手法则规定:即伸出右手掌,

四指指向 Ox 轴方向，握拳从 Ox 轴正向转过 $\frac{\pi}{2}$ 即为 Oy 轴正向，这时大拇指伸出的方向为 Oz 轴正向．同时，三个坐标平面 Oxy、Oyz、Ozx 将空间分成八个部分，每个部分称为卦限，共八个卦限．例如，$x>0$，$y>0$，$z>0$ 部分为第一卦限，其余卦限的编号如图 7－16 所示．

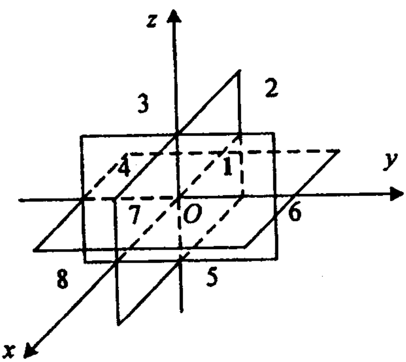

图 7－16

有了空间直角坐标系后，就可以用一组有序实数组 (x,y,z) 来确定空间点的位置，设 M 为空间任意一点，如图 7－17，过 M 分别作

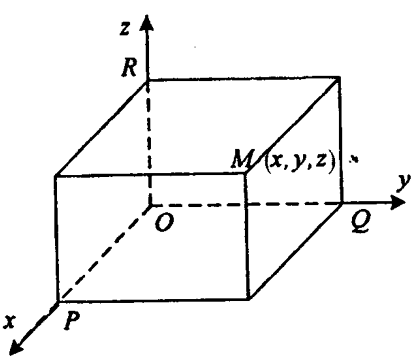

图 7－17

垂直于 Ox 轴、Oy 轴、Oz 轴的平面，它们与 Ox 轴、Oy 轴、Oz 轴分别交于 P、Q、R 三点，这三个点在各自数轴上的坐标分别为 x,y,z. 这样 M

就确定了一有序数组(x,y,z). 反之,若给定一有序实数组(x,y,z),可以分别在三个坐标轴上找到相应的点,过这三个点分别作垂直于坐标轴的平面,这三张平面的交点就是由数 x,y,z 所确定的点.

因此,空间直角坐标系建立后,空间的点 M 与一有序数组(x,y,z) 之间建立了一一对应关系,即有 $M\leftrightarrow(x,y,z)$,我们称有序数组(x,y,z) 为点 M 的直角坐标,其中 x 称为点 M 的横坐标,y 称为点 M 的纵坐标,z 称为点 M 的竖坐标,这时点 M 可记作 $M(x,y,z)$.

根据点的直角坐标的定义,我们有 x 轴上的点,其纵坐标 $y=0$,竖坐标 $z=0$,于是坐标是$(x,0,0)$;同理 y 轴上的点的坐标是$(0,y,0)$;z 轴上的点的坐标是$(0,0,z)$;原点 O 的坐标是$(0,0,0)$.

Oxy 平面上的点,竖坐标 $z=0$,于是坐标为$(x,y,0)$;同理 Oyz 平面上点的坐标为$(0,y,z)$;Ozx 平面上点的坐标为$(x,0,z)$.

设点 $M(x,y,z)$ 为空间一点,则 M 关于坐标平面 Oxy 的对称点为 $P(x,y,-z)$;M 关于 Ox 轴的对称点为 $Q(x,-y,-z)$;M 关于原点的对称点为 $R(-x,-y,-z)$.

二、空间两点间的距离

在平面直角坐标系中,任意两点 $M_1(x_1,y_1)$,$M_2(x_2,y_2)$ 之间的距离,可由以下公式

$$|M_1M_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

得到. 在空间直角坐标系中,利用点的坐标,可以计算空间任意两点之间的距离.

设 $M_1(x_1,y_1,z_1)$,$M_2(x_2,y_2,z_2)$ 是空间两已知点. 过 M_1,M_2 各作三张平面分别垂直于三个坐标轴,如图7-18所示. 在直角三角形 M_1PM_2 中,有

$$(M_1M_2)^2=(M_1P)^2+(PM_2)^2=(M'_1M'_2)^2+(PM_2)^2.$$

又因为 $$(M'_1M'_2)^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2,$$

于是,便得空间两点间的距离公式

$$|M_1M_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}.$$

三、向量在直角坐标系中的分解式

前面已讨论的向量的各种运算，只能在图形上表示，称为几何运算，用起来不方便，也不便于计算，需要将几何运算化为代数运算，以便于计算．在第一节中我们曾得到：空间中的任一向量可以用空间的一组基分解．利用这一点，下面我们将空间任一向量沿直角坐标系的坐标轴的方向来分解．

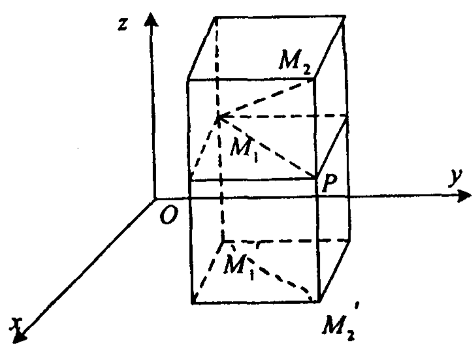

图 7－18

设空间直角坐标系 $Oxyz$ 中有一向量 $\boldsymbol{a}$，将 $\boldsymbol{a}$ 平行移动，使其起点与坐标原点重合，终点 M 的坐标为(a_1, a_2, a_3)，过 M 点作三坐标轴的垂直平面，分别与三坐标轴的交点为 P、Q、R，如图 7 － 19.

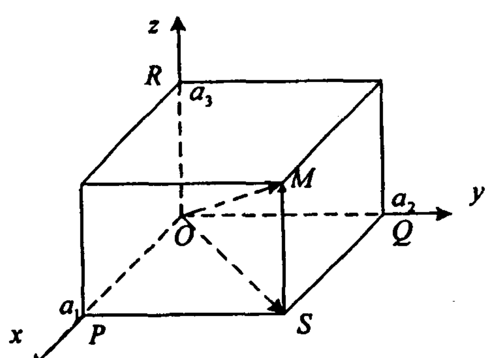

图 7－19