经全国中小学教材审定委员会
2005年初审通过

普通高中课程标准实验教科书

数学

选修4-4

坐标系与参数方程

人民教育出版社 课程教材研究所
中学数学教材实验研究组 编著

人民教育出版社

B版

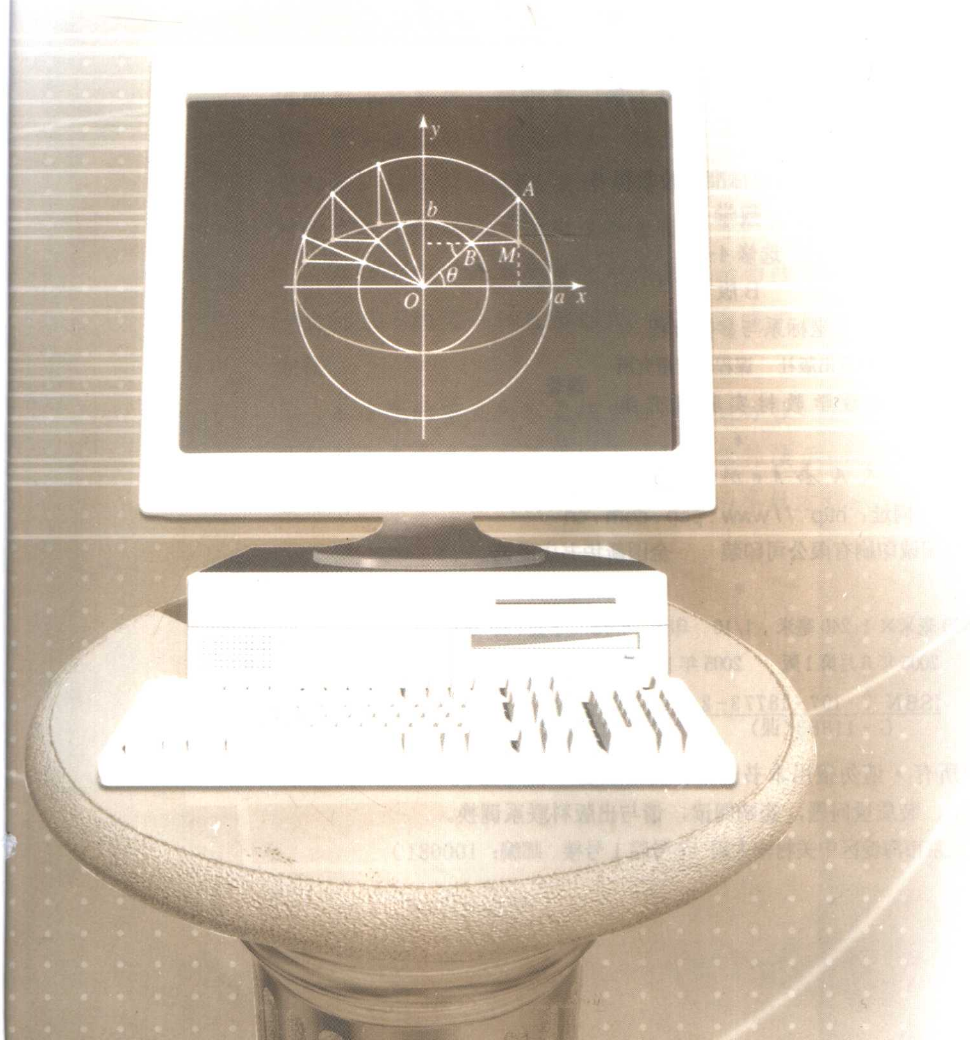
普通高中课程标准实验教科书

数学

选修 4-4

坐标系与参数方程

人民教育出版社　课程教材研究所
中学数学教材实验研究组　编著



人民教育出版社

B版

主　　编　　高存明

编　　者　　张润琦

责任编辑　　张　华　李华英

美术编辑　　李宏庆　王　喆

封面设计　　李宏庆

普通高中课程标准实验教科书

数学

选修 4-4

B 版

坐标系与参数方程

人民教育出版社　课程教材研究所
中学数学教材实验研究组　编著

*

人民教育出版社出版发行

网址：http://www.pep.com.cn

北京瑞诚印刷有限公司印装　　全国新华书店经销

*

开本：890 毫米× 1 240 毫米　1/16　印张：4.75　字数：89 000

2005 年 6 月第 1 版　2005 年 12 月第 3 次印刷

ISBN 7-107-18773-2
G・11863(课)　定价：5.65 元

如发现印、装质量问题，影响阅读，请与出版科联系调换。
（联系地址：北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼　邮编：100081）

本册导引

我国“神舟五号”载人飞船在2003年10月15日发射成功并进入预定的椭圆轨道，其近地点为200 km，远地点为350 km. 同学们想一想，如何由这两个数据求出轨道曲线的重要参数呢？当你学习和研究了本书的第一章后，用极坐标方法此问题就可以迎刃而解.

在听天气预报时，常有热带风暴的预告. 其中要预告风暴当时所在地的经纬度. 如何通过经度和纬度两个数去了解风暴所处的位置呢？当你学习了空间点的球坐标后，就会精确地理解经纬度的含义.

当你晚上行走时，或许会碰上这样一个热爱生活的骑车人，他在车轮的辐条上安装了一个彩色小灯泡. 当他骑车前行时，小灯泡就划出了一条漂亮的彩色曲线. 而这种曲线竟有十分广泛的应用. 你想知道描述这种曲线的数学形式吗？只要读本书的第二章.

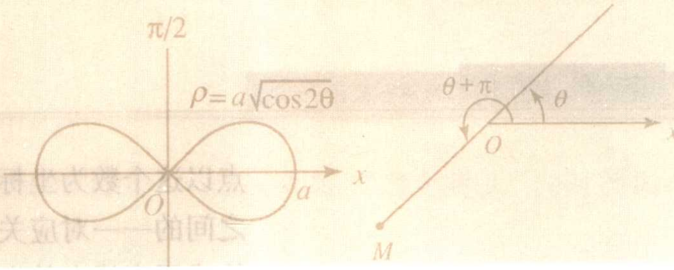
同学们在数学2中学习了解析几何的基本知识，在选修课中学习了圆锥曲线的性质及表示该曲线的直角坐标方程，这些都是平面解析几何的基本内容. 本专题是坐标系与参数方程，它也是解析几何的一个重要内容.

坐标系是解析几何的基础. 在坐标系中，可以用有序数组确定点的位置，进而用方程刻画几何图形. 为了便于用代数的方法刻画几何图形或描述自然现象，需要建立不同的坐标系. 极坐标系是在平面上建立的不同于直角坐标系的坐标系；柱坐标系和球坐标系是在空间中建立的不同于直角坐标系的坐标系. 对于有些几何图形，选用这类坐标系可以使建立的相应方程更简单.

参数方程是以参变量为中介来表示曲线上点的坐标的方程，它是曲线在同一坐标系下的又一种表示形式. 某些曲线用参数方程表示比用普通方程表示更方便.

本专题的重点内容是极坐标和参数方程，它是学习高等数学的必备数学基础知识. 在本专题中还借助于计算机软件演示一些常见曲线的产生过程，指出它们的应用，对重要曲线推导出相应的参数方程.

目　录



第一章 坐标系

在生产实践中，随着活动范围的扩大和对精度要求的提高，特别是适应描写和掌握运动规律的要求，人们就需要比较精确地刻画一个物体的位置. 刻画一个物体位置的方法就是选取几个物体作参考，按一定的方法来标明这一物体与它们的相互位置关系. 在有了一定的度量单位后，相互位置关系通常是用数来表示的. 例如，由于航海的需要而产生的地理坐标（经纬度）. 又如，为了掌握天体运行的规律或标明天体的位置而产生的各种天文坐标. 在日常生活中我们也常常按这样的方法来确定某个地点的位置. 这就是数学上引入各种坐标的实际背景.

直角坐标系是最自然、最常用的一种坐标系，但它并不是用数来刻画点的位置的唯一方法，用哪种方法最方便要按具体情况而定. 例如，描述射击目标可以用目标的方向角和距离这两个数，这就是点的极坐标形式.

本章主要讨论平面上的极坐标系，给出一些常见曲线的极坐标方程. 通过具体问题，说明极坐标方法及它的应用过程. 还要介绍空间中的柱坐标系和球坐标系.

1.1 直角坐标系，平面上的伸缩变换

1.1.1 直角坐标系

（1）直线上点的坐标

在直线上取定一点 O，取定一个方向，再取一个长度单位. 于是对于直线上任一点 P（设 P 点不同于 O 点），可以按下面的方法来标明它的位置：

先按长度单位量出线段 OP 的长度，$|OP|=x$. 按照从 O 到 P 的方向与选定的方向相同或相反，分别以正数 $+x$ 或负数 $-x$ 来标明 P 点的位置. 这个数就称为 P 点的坐标. 而 O 点的坐标为 0. 反之，给定任一实数，直线上有唯一的

点以这个数为坐标．于是就给出了直线上的点与全体实数之间的一一对应关系．点 O，长度单位和选定的方向三者就构成了直线上的坐标系，简称数轴．

（2）平面直角坐标系

在平面上取两条互相垂直并选定了方向的直线，一条称为 x 轴，一条称为 y 轴，交点 O 称为原点．取定长度单位，则平面上任一点 M 的位置可用下面的方法确定：

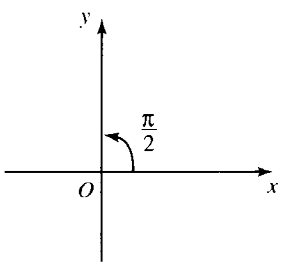


图1-1

由点 M 向 x 轴和 y 轴分别作垂线，点 P 和点 Q 分别是它们的垂足，即 P 为点 M 在 x 轴上的投影点，Q 为点 M 在 y 轴上的投影点．设 x 为点 P 在 x 轴上的坐标，y 为点 Q 在 y 轴上的坐标，则点 M 的位置可以用有序数组 (x, y) 来表示．如此取定的两条互相垂直的且有方向的直线和长度单位构成平面上的一个直角坐标系，记为 xOy，有序数组 (x, y) 为点 M 的坐标．

在平面上建立了直角坐标系后，平面上的点就与全体有顺序的实数对之间建立了一一对应关系．也就是说，在给定坐标系下，平面上的任一点唯一地确定一对有序实数．反之，任意给定一对有序实数，它也唯一地确定平面上的一个点．

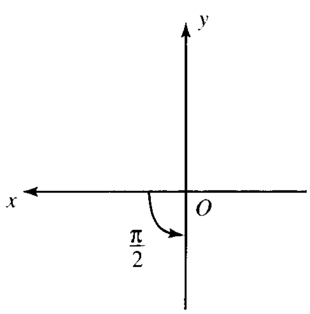


图1-2

平面直角坐标系按 x 轴和 y 轴的选取方向可以分成两大类：把 x 轴按逆时针方向绕原点 O 转 $\frac{\pi}{2}$，而与 y 轴重合时，如果它们的方向一致，则称这样的坐标系为右手系（如图 1-1 所示）．否则，称为左手系（如图 1-2 所示）．以后我们一般都用右手系．

（3）空间直角坐标系

过空间中一个定点 O，作三条互相垂直且有相同长度单位的数轴，就构成了空间直角坐标系．点 O 称为坐标原点，三条数轴分别称为 x 轴、y 轴、z 轴．取定了空间直角坐标系，就可以建立空间的点与三个有序实数之间的对应关系．设 M 为空间中的一个点，它在三条坐标轴上的投影点分别为 P、Q、R，若三个点在数轴上的相应坐标分别为 x，y，z，则有序数组 (x, y, z) 就称为点 M 的坐标．反之，任意给定一个有序数组 (x, y, z)，在空间中有唯一的一个点以 (x, y, z) 为坐标．这样，在空间中的点和有序数组 (x, y, z) 之间建立了一一对应关系（如图 1-3 所示）．

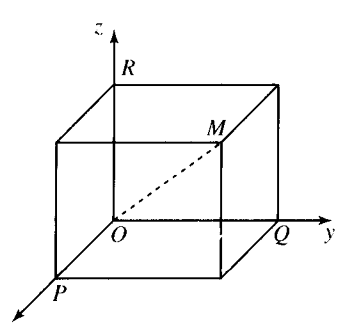


图1-3

练习

设立方体的一个顶点为原点，三条棱分别在三条坐标轴的正半轴上. 已知棱长为3，求八个顶点的坐标.

1.1.2 平面上的伸缩变换

在图 1-4 中，作出正弦函数 $y=\sin x$ 的图象. 设点 $P(x, y)$为正弦曲线 $y=\sin x$ 上的任意一点，如果保持横坐标不变，把纵坐标变为原来的 3 倍，则点 $P(x, y)$变为平面上新的点 $Q(X, Y)$，其中坐标间的关系式为

$$\begin{cases} X=x, \\ Y=3y. \end{cases} \tag{1-1}$$

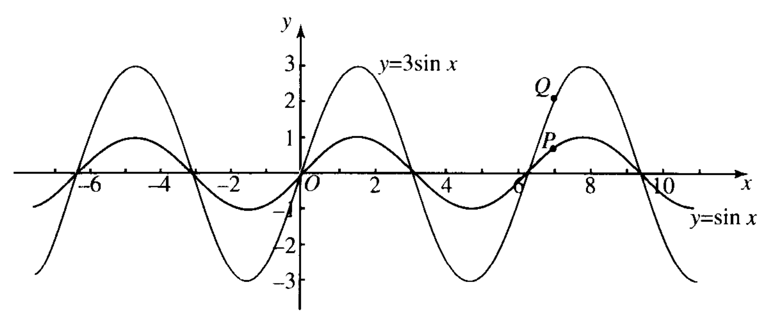


图 1-4

坐标变换公式(1-1)适用于正弦曲线 $y=\sin x$ 上的所有点，因此原来的正弦曲线变为新的曲线

$$\frac{Y}{3}=\sin X,$$

即 $$Y=3\sin X.$$

此曲线把原来正弦曲线的“振幅”增大到它的 3 倍，即振幅为 3. 坐标变换公式(1-1)表示平面上的一种伸缩变换.

如图 1-5 所示，设 $P(x, y)$为正弦曲线 $y=\sin x$ 上的任意一点，如果保持纵坐标不变，把横坐标变为原来的$\frac{1}{2}$，则点 $P(x, y)$变为平面上新的点 $Q(X, Y)$，坐标变换公式为

$$\begin{cases} X=\frac{1}{2}x, \\ Y=y. \end{cases}$$

它也表示平面上的一种伸缩变换. 它把原来的正弦曲线变为新的曲线

$$Y=\sin 2X.$$

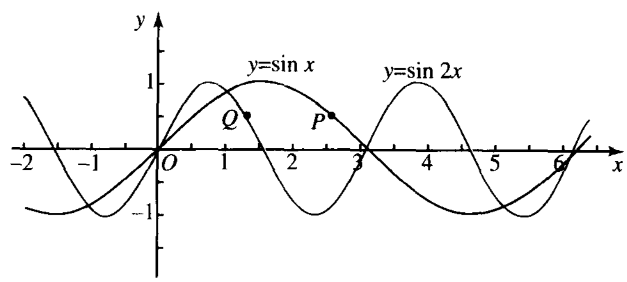


图 1-5

此曲线把原来正弦曲线的"周期"缩小为它的$\frac{1}{2}$，即周期为 π.

如图 1-6 所示，设 $P(x, y)$为正弦曲线 $y=\sin x$ 上的任意一点，按下面坐标变换公式把点 $P(x, y)$变为平面上新的点 $Q(X, Y)$：

$$\begin{cases} X=\frac{1}{2}x, \\ Y=3y. \end{cases}$$

平面上的这一坐标变换把正弦曲线 $y=\sin x$ 变为新的曲线

$$\frac{Y}{3}=\sin 2X,$$

即
$$Y=3\sin 2X.$$

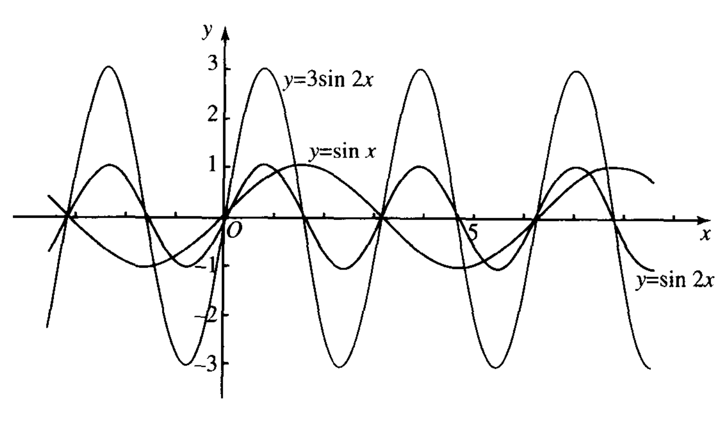


图 1-6

此曲线把正弦曲线 $y=\sin x$ 的振幅增大到 3，同时周期变为 π.

此变换可看作上述两个变换的“复合”：先保持 y 不变，把横坐标变为原来的$\frac{1}{2}$；在此基础上，再把纵坐标变为原来的 3 倍.

把上述坐标变换一般化，有

$$\begin{cases} X=ax, \\ Y=by. \end{cases} \tag{1-2}$$

其中 $a>0$，$b>0$. 式(1-2)是平面上伸缩变换的坐标表达式.

平面上伸缩变换的一个典型实例是圆在平行压缩（或拉伸）下变为椭圆，如图 1-7 所示.

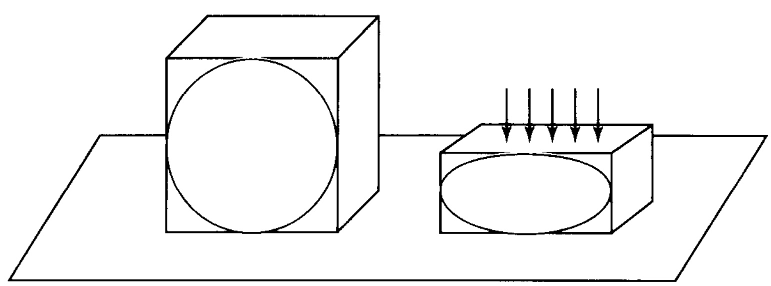


图 1-7

有一圆形的弹性物体，圆的方程为

$$x^2+y^2=a^2.$$

设物体受均匀的平行于 y 轴的外力 $\boldsymbol{F}$ 的压缩，而保持 x 轴上的直径不动（如图 1-8 所示）. $P(x,y)$为圆上一点，在压缩后变到点$M(X,Y)$. 由于力 $\boldsymbol{F}$ 平行于 y 轴，因此 $Y=ky$ $(0<k<1)$，而$X=x$. 把 $x=X$，$y=\frac{Y}{k}$代入上面圆的方程，得

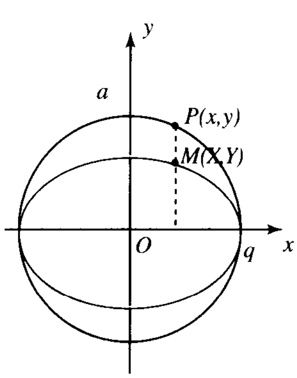


图 1-8

$$X^2+\frac{Y^2}{k^2}=a^2,$$

即

$$\frac{X^2}{a^2}+\frac{Y^2}{(ak)^2}=1.$$

这是椭圆的方程. 这表明，圆被压缩后变为椭圆.

练习

1. 把圆 $x^2+y^2=4$ 沿 x 轴方向均匀压缩为椭圆 $X^2+\frac{Y^2}{4}=1$，写出坐标变换公式.

2. 设平面上伸缩变换的坐标表达式为

$$\begin{cases}X=3x,\\Y=2y.\end{cases}$$

求圆 $x^2+y^2=4$ 在此伸缩变换下的方程.

习题 1-1

1. 证明：以点 $A(4,\ 1,\ 9)$，$B(10,\ -1,\ 6)$，$C(2,\ 4,\ 3)$为顶点的三角形是等腰三角形.
2. 在 z 轴上求一点，使它到点 $A(-4,\ 1,\ 7)$与到点 $B(3,\ 5,\ -2)$的距离相等.
3. 伸缩变换的坐标表达式为$\begin{cases}X=x,\\Y=4y.\end{cases}$ 曲线 C 在此变换下变为椭圆 $X^2+\frac{Y^2}{16}=1$. 求曲线 C 的方程.

1.2 极坐标系

直角坐标系是最常用的坐标系，但它并不是用数来刻画点的位置的唯一方法. 用哪种方法最方便，要对具体问题作具体分析.

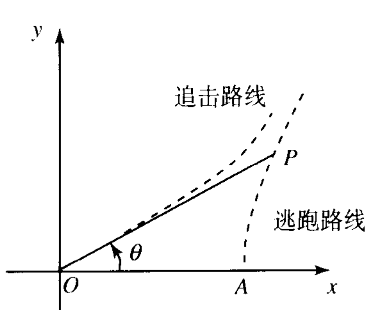


图 1-9

如图 1-9 所示. 缉私观测站位于点 O 处，看到位于点 A 处的走私船正在逃跑. 现停泊于点 O 处的缉私船追击走私船，随时需要观测站提供走私船所在的位置 P. 对船舶来说，最方便的数据不是走私船所在点的直角坐标$(x,\ y)$，而是它的方位角，即夹角 θ. 在航空和航海中的情况都是这样.

当用炮兵指挥仪指示射击目标时，输出的是目标的方位，即方向和距离. 在日常生活中，我们也经常用距离和

角度指示位置．用距离和方向刻画点的位置，这是建立极坐标系的基本思路．

1.2.1 平面上点的极坐标

在平面上取一个定点 O，由 O 点出发的一条射线 Ox，一个长度单位及计算角度的正方向（通常取逆时针方向），合称为一个极坐标系．O 点称为极点，Ox 称为极轴．平面上任一点 M 的位置可以由线段 OM 的长度 ρ 和从 Ox 到 OM 的角度 θ 来刻画（如图 1-10 所示）．这两个数组成的有序数对$(\rho,\ \theta)$称为点 M 的极坐标．ρ 称为**极径**，θ 称为**极角**．

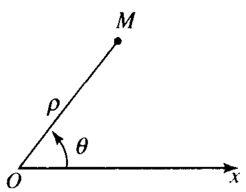


图 1-10

例 1 在极坐标系中，画出点 $A\left(1,\ \dfrac{\pi}{4}\right)$，$B\left(2,\ \dfrac{3}{2}\pi\right)$，$C\left(3,\ -\dfrac{\pi}{4}\right)$，$D\left(4,\ \dfrac{9}{4}\pi\right)$．

解：如图 1-11 所示．

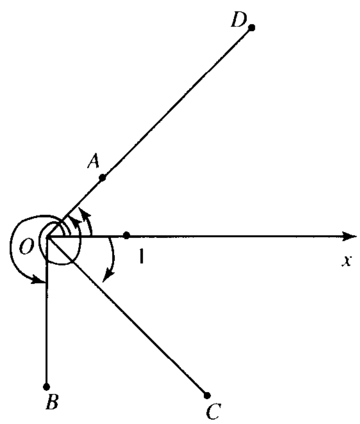


图 1-11

例 2 设点 $A\left(2,\ \dfrac{\pi}{3}\right)$，直线 l 为过极点且垂直于极轴的直线，分别求点 A 关于极轴，直线 l，极点的对称点的极坐标（限定 $\rho>0$，$-\pi<\theta\leqslant\pi$）．

解：如图 1-12 所示．

关于极轴的对称点为 $B\left(2,\ -\dfrac{\pi}{3}\right)$．

关于直线 l 的对称点为 $C\left(2,\ \dfrac{2}{3}\pi\right)$．

关于极点 O 的对称点为 $D\left(2,\ -\dfrac{2}{3}\pi\right)$．

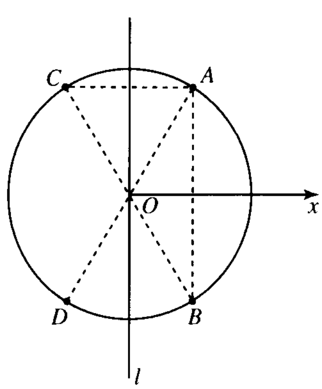


图 1-12

四个点 A，B，C，D 都在以极点为圆心，2 为半径的圆上．

由此例可得关于对称点的一般结论：点$(\rho,\ \theta)$关于极轴的对称点是$(\rho,\ -\theta)$，关于直线 l 的对称点是$(\rho,\ \pi-\theta)$，关于极点 O 的对称点是$(\rho,\ \pi+\theta)$．

在极坐标$(\rho,\ \theta)$中，一般限定 $\rho\geqslant 0$．当 $\rho=0$ 时，就与极点重合，此时 θ 不确定．给定点的极坐标$(\rho,\ \theta)$，就唯一地确定了平面上的一个点．但是，平面上的一个点的极坐标并不是唯一的，它有无穷多种表示形式．因为$(\rho,\ \theta)$和$(\rho,\ \theta+2k\pi)$代表同一个点，其中 k 为整数．由此可见，平面上的点与它的极坐标不是一一对应关系．这是极坐标与

直角坐标的不同之处．如果限定 $\rho\geqslant 0$，$0\leqslant\theta<2\pi$，则除极点外，平面上的点就与它的极坐标构成一一对应关系．

我们也可以允许 $\rho<0$，此时极坐标$(\rho,\ \theta)$对应的点 M 的位置按下面规则确定：点 M 在与极轴成 θ 角的射线的反向延长线上，它到极点 O 的距离为 $|\rho|$，即规定当 $\rho<0$ 时，点 $M(\rho,\ \theta)$就是点 $M(-\rho,\ \theta+\pi)$（如图 1-13 所示）．

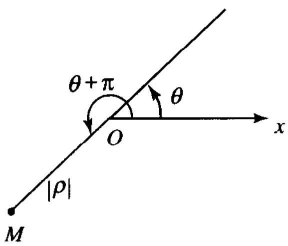


图 1-13

应该指出，在通常情况下总认为 $\rho\geqslant 0$，只在事先说明的条件下，才允许取 $\rho<0$．

极坐标的应用范围极为广泛，如在力学中对行星运动的研究和机械中凸轮的设计、波的传播、温度分布等问题．

思考与讨论

在极坐标系中，ρ 恒为 1 的点的集合构成什么曲线？θ 恒为 $\frac{\pi}{4}$ 的点的集合构成什么图形？

练习

1. 在极坐标系中作出下列各点：

$A\left(2,\ \frac{\pi}{6}\right)$，$B\left(6,\ -\frac{\pi}{6}\right)$，$C\left(1,\ \frac{2}{3}\pi\right)$，$D\left(3,\ -\frac{3}{4}\pi\right)$，$E(4,\ \pi)$，$F(5,\ 0)$．

2. 在极坐标系中作出下列各点：

$A\left(5,\ \frac{\pi}{3}\right)$，$B\left(5,\ -\frac{\pi}{3}\right)$，$C\left(5,\ \frac{4}{3}\pi\right)$，$D\left(5,\ \frac{2}{3}\pi\right)$，$E\left(-5,\ \frac{\pi}{3}\right)$，$F\left(5,\ \frac{5}{3}\pi\right)$，$G\left(-5,\ -\frac{\pi}{3}\right)$．

3. 在第 2 题所画出的图上观察各点的相互位置关系，并思考下面各点的相互位置关系：

$A(\rho,\ \theta)$，$B(\rho,\ -\theta)$，$C(\rho,\ \theta+\pi)$，$D(\rho,\ \pi-\theta)$，$E(-\rho,\ \theta)$，$F(-\rho,\ -\theta)$．

1.2.2 极坐标与直角坐标的关系

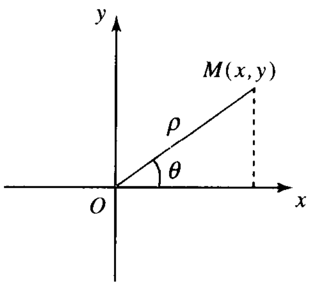


图 1-14

极坐标系和直角坐标系是平面上的两种不同的坐标系. 平面上的点可以表示为极坐标，也可以表示为直角坐标，以后在讨论问题时经常要作这两种坐标的变换.

设在平面上取定了一个极坐标系，以极轴作为直角坐标系的 x 轴的正半轴，以 $\theta=\frac{\pi}{2}$ 的射线作为 y 轴的正半轴，以极点为坐标原点，长度单位不变，建立一个直角坐标系(如图 1-14 所示).

设 M 为平面上的一点，它的直角坐标为(x, y)，极坐标为(ρ, θ). 由图 1-14 可知下面的关系式成立：

$$\begin{cases} x=\rho\cos\theta, \\ y=\rho\sin\theta; \end{cases} \tag{1-3}$$

或

$$\begin{cases} \rho^2=x^2+y^2, \\ \tan\theta=\dfrac{y}{x}\ (x\neq 0). \end{cases} \tag{1-4}$$

顺便指出，上式对 $\rho<0$ 也成立.

在本书中，若不特别说明，则极坐标和直角坐标的变换都指公式(1-3)、(1-4).

例 3 把点 M 的极坐标$\left(2, \frac{2}{3}\pi\right)$化为直角坐标形式.

解：用坐标变换公式(1-3)，得

$$\begin{cases} x=2\cos\dfrac{2}{3}\pi=-1, \\ y=2\sin\dfrac{2}{3}\pi=\sqrt{3}. \end{cases}$$

即点 M 的直角坐标为$(-1, \sqrt{3})$.

例 4 把点 M 的直角坐标$(1, -1)$化为极坐标形式(限定$\rho\geqslant 0$，$-\pi<\theta\leqslant\pi$).

解：由坐标变换公式(1-4)，得

$$\rho=\sqrt{1^2+(-1)^2}=\sqrt{2},$$

$$\tan\theta=\frac{-1}{1}=-1,\ \theta=-\frac{\pi}{4}\ (\theta\text{ 为第四象限角}).$$

即点 M 的极坐标为$\left(\sqrt{2}, -\frac{\pi}{4}\right)$.

例 5 在直角坐标系中，以点(x_0, y_0)为极点，以 x 轴

正向为极轴方向建立极坐标系，如图 1-15 所示. 写出平面上点的直角坐标和极坐标的变换公式（假定长度单位不变）.

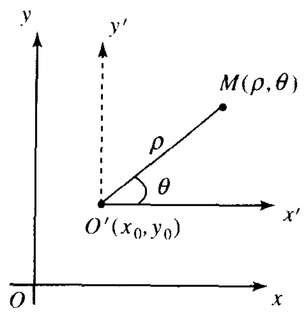


图 1-15

解：由直角坐标的平移公式

$$\begin{cases} x'=x-x_0, \\ y'=y-y_0. \end{cases}$$

结合坐标变换公式(1-3)和(1-4)，可得

$$\begin{cases} x-x_0=\rho\cos\theta, \\ y-y_0=\rho\sin\theta, \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} x=x_0+\rho\cos\theta, \\ y=y_0+\rho\sin\theta. \end{cases} \tag{1-5}$$

类似得

$$\begin{cases} \rho^2=(x-x_0)^2+(y-y_0)^2, \\ \tan\theta=\dfrac{y-y_0}{x-x_0}. \end{cases}$$

思考与讨论

利用直角坐标和极坐标的变换公式(1-3)和(1-4)，可以把曲线的直角坐标方程化为极坐标形式. 试把圆的普通方程 $x^2+y^2=1$ 化为极坐标形式，把直线 $y=x$ 化为极坐标形式.

结合 1.2.1 节的“思考与讨论”，分析二者的异同点.

练习

1. 把点 M 的极坐标 $\left(5,\ \dfrac{5}{6}\pi\right)$ 化为直角坐标形式.
2. 把点 M 的直角坐标 $(\sqrt{3},\ -1)$ 按下面的要求化为极坐标形式：
   (1) 在极坐标中，限定 $\rho\geqslant 0$，$0\leqslant\theta<2\pi$；
   (2) 在极坐标中，限定 $\rho<0$，$0\leqslant\theta<2\pi$.

习题 1-2

1. 在极坐标系中作下列各点，并说明每组中各点的位置关系：

(1) $A(2,\ 0)$，$B\left(2,\ \frac{\pi}{6}\right)$，$C\left(2,\ \frac{\pi}{4}\right)$，$D\left(2,\ \frac{\pi}{2}\right)$，

$E\left(2,\ \frac{5}{4}\pi\right)$，$F\left(2,\ \frac{3}{2}\pi\right)$，$G\left(2,\ \frac{11}{6}\pi\right)$；

(2) $A\left(0,\ \frac{\pi}{4}\right)$，$B\left(1,\ \frac{\pi}{4}\right)$，$C\left(-1,\ \frac{\pi}{4}\right)$，$D\left(2,\ \frac{5}{4}\pi\right)$，

$E\left(3,\ \frac{5}{4}\pi\right)$，$F\left(-3,\ \frac{5}{4}\pi\right)$，$G\left(-10,\ \frac{\pi}{4}\right)$.

2. 在极坐标系中作下列各点，并说明每组中两点的位置关系：

(1) $\left(1,\ \frac{\pi}{6}\right)$，$\left(1,\ -\frac{\pi}{6}\right)$；　　(2) $\left(2,\ \frac{\pi}{6}\right)$，$\left(2,\ \frac{11}{6}\pi\right)$；

(3) $\left(2,\ \frac{\pi}{3}\right)$，$\left(2,\ \frac{2}{3}\pi\right)$；　　(4) $\left(4,\ \frac{\pi}{3}\right)$，$\left(-4,\ -\frac{\pi}{3}\right)$；

(5) $\left(3,\ \frac{\pi}{4}\right)$，$\left(3,\ \frac{5}{4}\pi\right)$；　　(6) $\left(5,\ \frac{\pi}{4}\right)$，$\left(-5,\ \frac{\pi}{4}\right)$.

3. 把下列各点的直角坐标化为极坐标（限定 $\rho>0$，$0\leqslant\theta<2\pi$）：
$A(-1,\ 1)$，$B(0,\ -2)$，$C(3,\ 4)$，$D(-3,\ -4)$.

4. 把下列各点的极坐标化为直角坐标：
$A\left(2,\ -\frac{\pi}{6}\right)$，$B\left(2,\ \frac{3}{2}\pi\right)$，$C\left(2,\ \frac{5}{4}\pi\right)$，$D\left(-2,\ \frac{\pi}{6}\right)$.

1.3 曲线的极坐标方程

在数学 2 中我们学习过直线和圆的方程，在选修系列 1 或系列 2 中学习了圆锥曲线与方程. 现在可以回顾这些曲线与方程，给出曲线的直角坐标方程的定义.

在给定的平面直角坐标系下，如果二元方程

$$F(x,\ y)=0,$$

满足下面两个条件，则称它为曲线 C 的方程：

(1) 曲线 C 上任一点的坐标 $(x,\ y)$ 都满足方程；

(2) 所有适合方程的 $(x,\ y)$ 所对应的点都在曲线 C 上.

实际上，曲线 C 是坐标 $(x,\ y)$ 满足方程 $F(x,\ y)=0$ 的所有点的集合. 以后我们把直角坐标方程常称为曲线的