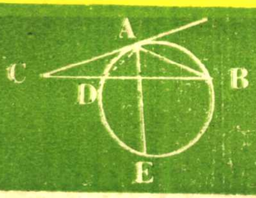
ZHONGXUE SHUXUE FANGFA YU DANYUAN ZONGHF CESHI XUNLIAN

初中数学：范例与试题分册

中学数学方法与单元、综合测试训练



《中学数学教学》编辑部　编

中国科学技术大学出版社

中学数学方法与单元、综合测试训练

（初中数学：范例与试题分册）

《中学数学教学》编辑部　编

中国科学技术大学出版社

1 9 8 9 · 合肥

中学数学方法与单元、综合测试训练

（初中数学：范例与试题分册）

《中学数学教学》编辑部 编

责任编辑：江凯　封面设计：傅 强

中国科学技术大学出版社出版

（安徽省合肥市金寨路96号）

安徽教育学院印刷厂印刷

安徽省新华书店发行

规格：787×1092/32　印张：7.5　字数：160千

1989年12月第1版　1989年12月第1次印刷

印数：1—11000册

ISBN 7-312-00158-0/O·71　定价：2.50元

前　言

从1984年起，应中学师生的要求，《中学数学教学》编辑部利用期刊编、读、作者往来之便，向国内一些具有丰富教学经验的中学教师广泛征文，并多次编发了紧扣教学大纲、以中学数学主要内容与方法的测试训练为核心的教学参考资料，深受中学师生的欢迎与好评。经不断听取教师意见，集中各地新鲜经验与教学实践资料，我们组织编写了这套《中学数学方法与单元、综合测试训练》，供中学师生参考。

这套书以新教学大纲为依据，分为《高中数学：范例与试题分册》、《高中数学：题解分册》和《初中数学：范例与试题分册》、《初中数学：题解分册》四个分册。《范例与试题分册》的第一部分参照中学数学教材的章分划单元，每个单元包括以下部分：一、本单元教学目标研究。突出大纲要求熟练掌握与灵活运用的诸知识点。二、范例与方法。选编了能反映本单元主要内容、方法与技能技巧的一些典型范例，并配以注释说明，力求达到总结方法、开拓思路、纵横沟通、激活思维的效果。三、单元测试训练题。精编求新，每单元提供一组或多组用以检测是否达到教学要求的测试题选。其第二部分是综合测试训练题。收集与选编了1989年各地有关高考和中考的优秀试题，并组编成若干套综合测试题，力求题型综合、新颖、重点突出、覆盖面广，具有一定检测启迪价值。这套书的《题解分册》除给出了《范例与试

题分册》中全部试题的答案外，并逐题（包括选择题与填空题）作了解题思路、方法与关键步骤的解法提示。

这套书是集中近年来各地关于测试评估探索方面成果和经验集体创作的。参加本分册撰稿、编审与提供选题、套题的有：贾汉凯、黄毓抛、郑光先、郭世平、黄全福、陈新昌、袁晓东、杨秀琴、葛金虎、朱广发、邓兰英、范仁平、丁善贤、程小权、殷嘉言、项庆寿、刘有文、张大权、刘立德、梅声应、齐玉环、赵启中、唐绍武、徐汉英、莫仲伯、汪慎训、汪信言、南山、李庚南、徐望东、马积祥、滕永康、陈德春、陈建忠、颜孙长宗等同志。贾敏芬同志为本书制图。在此一并向他们表示感谢。

限于编者水平，不当之处，欢迎读者批评指正。

《中学数学教学》编辑部

1989年7月

目 次

代 数

平面几何

综合测试训练题

代　数

第一单元　实数

一、教学目标研究

在初中阶段，数的概念经过两次扩展后，已扩大到实数范围。实数是初中数学的重要内容之一，它是学习其它数学知识的基础，在生产实践中有着广泛的应用。实数的有关概念、实数的基本性质和实数的运算是本单元的主要内容，应很好掌握。

本单元的重点是实数的运算，要求能熟练掌握实数的运算性质、运算顺序，灵活运用运算律简化运算过程，培养正确、迅速、合理的计算能力。

实数的概念和性质是进行实数运算的基础，要求深刻理解实数的有关概念和性质，以及与实数有关的一些概念，如：相反数、倒数、绝对值、数轴等，并能正确运用这些知识解有关的数学题；掌握实数的分类，非负实数的性质，灵活解有关的数学题。

二、范例与方法

例 1　下面各数中，哪些属于自然数？哪些属于非负实数？哪些属于无理数？并用数轴上的点来表示这些实数，再按从小到大的顺序用“<”号将它们连结起来。

$\sqrt{15}$，$\cos 90^\circ$，$(-0.125)^{-\frac{1}{3}}$，$-\lg 10^{-2}$，$0.\dot{6}$，$-\pi$，22/7。

解　$\because \sqrt{15}\approx 3.87$，$\cos 90^\circ = 0$，$(-0.125)^{-\frac{1}{3}} = -2$，$-\lg 10^{-2} = 2$，$-\pi \approx -3.14$，$0.\dot{6} = 6/9$，22/7，$\therefore -\lg 10^{-2}$是自然数，$\sqrt{15}$，$\cos 90^\circ$，$-\lg 10^{-2}$，$0.\dot{6}$，22/7是非负实数，$\sqrt{15}$，$-\pi$是无理数。

这些实数在数轴上表示如图1.1所示

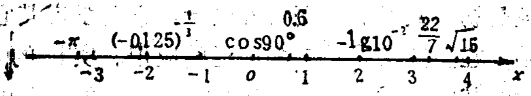


图1.1

根据上面的图示可得它们的大小顺序是：

$$-\pi < (-0.125)^{-\frac{1}{3}} < \cos 90^\circ < 0.\dot{6} < -\lg 10^{-2} < 22/7 < \sqrt{15}.$$

注　（1）进行实数的分类、大小比较，以及在数轴上表示各个实数等，均须对原数进行必要的计算，无理数一般用近似数来表示。

（2）在数轴上，右边的点所表示的实数，总是大于左边的点所表示的实数。利用数轴上的点的位置关系比较实数的大小，这是比较各数大小的常用方法之一。

例 2　实数 a，b，c 在数轴上的对应点如图1.2所示：

化简$\sqrt{a^2}-|a+b|+|c-a|+\sqrt{b^2+2bc+c^2}$。

解 $\because a<0$，$\therefore \sqrt{a^2}=|a|=-a$，$\because a<0$，$b<0$，

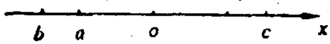


图1.2

$\therefore\ a+b<0$，$\therefore |a+b|=-(a+b)$，$\because c>0$，$a<0$，
$\therefore\ c-a>0$，$\therefore |c-a|=c-a$，$\because b<0$，$c>0$，且
$|b|>|c|$，$\therefore\ b+c<0$，$\sqrt{b^2+2bc+c^2}=|b+c|$
$=-(b+c)$，故原式$=|a|-|a+b|+|c-a|+|b+c|$
$=-a+(a+b)+(c-a)-(b+c)=-a$。

注 （1）若题中含有根式，则可利用根式的性质$\sqrt[n]{a^n}=|a|$（n为偶数），把根式转化为绝对值。

（2）绝对值的意义是一个非负数，绝对值的化简关键是要弄清绝对值的概念：

$$|a|=\begin{cases}a, & (a>0),\\ 0, & (a=0),\\ -a, & (a<0)。\end{cases}$$

例3 已知 $\dfrac{|16-a^2|+(a-2b)^2+\sqrt{4c+a}}{\sqrt{a+4}}=0$，求$(a^b+b^a)^c$的值。

解 由已知式知 分子$=0$，而分母$\neq 0$，即

$|16-a^2|+(a-2b)^2+\sqrt{4c+a}=0$，

根据非负实数的性质得

$$\begin{cases}16-a^2=0,\\ a-2b=0,\\ 4c+a=0,\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\pm 4,\\ b=\pm 2,\\ c=\mp 1。\end{cases}$$

要使已知式有意义，则$a+4>0 \Rightarrow a>-4$，故$a=-4$舍去，$\therefore\ a=4,\ b=2,\ c=-1,\ \therefore\ (a^b+b^a)^c=(4^2+2^4)^{-1}=1/32$。

注 （1）仅有一个等式，要求出两个以上的未知量，一般应考虑到非负数及其性质；

（2）应注意未知量的取值范围，舍去不合要求的。

例4 已知a、b是两个实数，a的相反数是$2-\sqrt{2}$。b的相反数是$\sqrt{2}-\sqrt[3]{-8}$，求$a+b$、$a-b$、$|a|-|b|$的值。并比较它们的大小。

解 由题设知 $a=-(2-\sqrt{2})=-2+\sqrt{2}$，$b=-(\sqrt{2}-\sqrt[3]{-8})=-2-\sqrt{2}$，$\therefore\ a+b=-2+\sqrt{2}-2-\sqrt{2}=-4$，$a-b=-2+\sqrt{2}+2+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，$|a|-|b|=|-2+\sqrt{2}|-|-2-\sqrt{2}|=2-\sqrt{2}-2-\sqrt{2}$

$$=-2\sqrt{2}，而-4<-2\sqrt{2}<2\sqrt{2}$$

$\therefore\ a+b<|a|-|b|<a-b$。

例5 已知$2.5<|x|\leqslant 6$，求整数x。

解法1 利用数轴求x，如图1.3所示。根据数轴所示

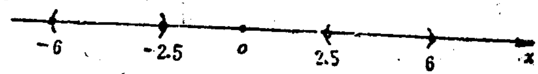


图1.3

可得整数x为-6，-5，-4，-3，3，4，5，6。

解法2 利用讨论求x，

当$x\geqslant 0$时，原式化为$2.5<x\leqslant 6$，其整数解为3，4，5，6；

当$x<0$时，原式化为$2.5<-x\leqslant 6$，即

$-2.5>x\geqslant-6$，这时它的整数解为 -6，-5，-4，-3。故整数 x 为：

-6，-5，-4，-3，3，4，5，6。

注 （1）根据绝对值的几何意义，我们很容易把简单的绝对值方程（或不等式）的解（解的集合）在数轴（图1.4）上表示出来：

① $|x|=a\ (a>0)$，可表为图：

∴ $x=\pm a$；

② $|x|>a\ (a>0)$，可表为图：

∴ $x>a$ 或 $x<-a$；

③ $|x|<a\ (a>0)$，可表为图：

∴ $-a<x<a$。

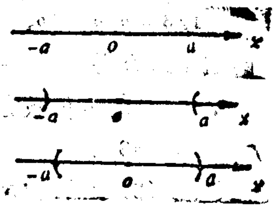


图1.4

（2）解与绝对值有关的问题，图解法和讨论法都是十分有效的方法。

例6 已知代数式 $x+y\sqrt{3}$ 的平方数是 $19-8\sqrt{3}$，求有理数 x 和 y。

解法1 根据题意得 $(x+y\sqrt{3})^2=19-8\sqrt{3}$，

∴ $x+y\sqrt{3}=\pm\sqrt{19-8\sqrt{3}}=\pm\sqrt{16-2\sqrt{48}+3}$

$=\pm(4-\sqrt{3})$。

根据无理数的性质得 $x=\pm4$，$y=\mp1$。

∴ $\begin{cases}x=4,\\ y=-1,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-4,\\ y=1.\end{cases}$

解法2 ∵ $(x+y\sqrt{3})^2=19-8\sqrt{3}$，

∴ $x^2+3y^2+2xy\sqrt{3}=19-8\sqrt{3}$。

根据无理数的性质得

$$\begin{cases}x^2+3y^2=19,\\ 2xy=-8.\end{cases}$$

解这个方程组得 $\begin{cases}x=\pm 4,\\ y=\mp 1,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=\pm\sqrt{3},\\ y=\mp 4\sqrt{3}/3。\end{cases}$

∵ x、y 是有理数，∴ 取 $\begin{cases}x=4,\\ y=-1,\end{cases}$ $\begin{cases}x=-4,\\ y=1。\end{cases}$

例7 试证lg3是无理数。

证 （反证法）。假定lg3是有理数，可令

$\lg 3=p/q$ （p、q为正整数互质），则 $10^{p/q}=3$，

两边q次方得 $10^p=3^q$。 （1）

又∵ 10^p的末位数必为0，而3^q的末位数必不为0，

∴ $10^p\neq 3^q$。 （2）

而(1)与(2)矛盾，故假设不成立，∴ lg3是无理数。

注 （1）任何一个有理数可表为 m/n （m、n为整数，n、m互质），而无理数则不能。

（2）证明一个数是无理数，一般采用反证法。

三、测试训练题

1. 填空

1）与45相乘所得积是完全平方数的最小正数是____；积是完全立方数的最小正数是____。

2）已知两数的和为30，两数的最大公约数是6，最小公倍数是36，则两数分别为____。

3）如果$a<b$，则$a-b$的相反数是____；倒数是____，绝对值是____。

4）$|3-x|$与$|y+0.4|$互为相反数，则$-x/y=$____。

5）已知x是整数，$6.5<|x|<10$，则$x=$____，其

中____是偶数；____是奇数；____是质数；____是合数。

6）设自然数集合中，最小的数为a，最小的奇数为b，最小偶数为c，最小的质数为d，最小合数为e，则$-a+b-c+d-e=$____。

7）x、y是实数，且$|x-3y|+(4y-1)^2=0$，则$\log_2 y^x=$____。

8）已知$|x+2|+|3x+6|=12$，则$x=$____。

9）已知$a\neq0$，则$a^n\div a^{-3}\times a^3=$____。

10）若 $\sqrt{2a^2-2a-3}$和a互为相反数，则a____。

11）如果$a+|a|=0$，则$|a-\sqrt{4a^2}|=$____。

12）若 $-\sqrt{17}<n<\sqrt{11}$，整数$n=$____；若$n<\sqrt{40}$，自然数$n=$____；若$|n|<\sqrt{18}$，非负整数$n=$____。

13）若$2x+y\sqrt{2}=y+1-2x\sqrt{2}$，则有理数$x=$____；$y=$____。

14）当$-1<x<1$时，$x+1-\sqrt{|x|^2-2|x|+1}=$____。

15）如果$a>0$，$b<0$，且$a+b<0$，用"$<$"号把a、b、$-a$、$-b$、$a-b$、$b-a$按从小到大的顺序排列起来____。

2．是非判断题

1）符号不同的两个数叫做相反数。 (　　)

2）两个非零的有理数的和、差、积、商仍是有理数。 (　　)

3）$a+b$是$(a+b)^2$的算术平方根。 (　　)

4）若$(x-1)^2=5$，那么$x-1$与$1-x$都是5的平方根。

5）$|a|-a$不会是负数。 (　　)

6）质数是奇数，合数是偶数。 (　　)

7）无理数都是无限小数。 (　　)

8）若$(x/y)>1$，则$x>y$。 (　　)

9）若$\sqrt{a}=\sqrt{b}$，则$a=b$。 (　　)

10）a为任意实数，$4a^2$的算术平方根是$2a$。 (　　)

11）$-\sqrt{2}$是2的平方根。 (　　)

12）$|a|$的相反数是负数。 (　　)

3．单项选择题

1）下列说法正确的是（　　）

（A）小数都是有理数；

（B）无限小数不一定都是无理数；

（C）有理数一定是有限小数；

（D）分数都可以化成有限小数。

2）如果x、y是两个负数，且$x<y$，下列式子中正确的是（　　）。

（A）$|x|<|y|$；　（B）$\sqrt{-x}>\sqrt{-y}$；

（C）$-x<-y$；　（D）$x^3>y^3$。

3）实数a^2的算术平方根是（　　）。

（A）$|a|$；（B）a；（C）$-a$；（D）$(\sqrt{a})^2$。

4）若实数x满足$|x|=-x$，那么x是（　　）。

（A）正实数；（B）非正实数；（C）负实数；（D）非负实数。

5）已知x、y是实数，且$(2|x|-3)^2+|y+2|=0$，那么$x-y=$（　　）。

（A）$\frac{1}{2}$；（B）$3\frac{1}{2}$；（C）$\frac{1}{2}$或$3\frac{1}{2}$；（D）$-\frac{1}{2}$。

6）下面的说法中，正确的是（　　）。

(A) 实数 $-a$ 是负数；(B) 实数 $-a$ 的绝对值是 a；

(C) 实数 $-a$ 的相反数是 a；(D) 实数 $-a$ 的绝对值是正数。

7) 已知 $a>0$，$b<0$，且 $|a|<|b|$，则 $a+b$ 是（ ）。

(A) 负数；(B) 正数；(C) 非负数；(D) 零。

8) 下列几个命题，假命题是（ ）。

(A) 无理数都是无限小数；

(B) 如果两个有理数的积是零，那么这两个有理数都是零；

(C) 如果两个有理数的和是正数，积是负数，那么这两个有理数中绝对值较大的数是正数；另一个是负数；

(D) 在无理数中，没有绝对值最小的数。

9) 下列说法中，正确的是（ ）。

(A) 任何实数都有它的倒数存在；

(B) 不论 a 是什么实数，a^2 永远大于零；

(C) 如果两个实数的和、差都是正数，那么这两个实数肯定都是正数；

(D) 一个数的平方不一定大于原数。

10) 设 a、b、c 是 $\triangle ABC$ 的三边，已知 $a+b=121$，$a-b=115$，且 $a+b+c$ 为偶数，那么 c 值的个数有（ ）。

(A) 1个；(B) 2个；(C) 3个；(D) 4个。

11) 底边长为有理数 s 的等腰直角三角形中，可以判定（ ）。

(A) 面积和周长都是无理数；

(B) 面积和周长都是有理数；

(C) 面积为有理数，周长是无理数；

(D) 面积是无理数，周长是有理数。

12) 在实数范围内，下列等式总是成立的是（　）。

(A) $x/x=1$；　　(B) $(x-3)^{\circ}=1$；

(C) $\sqrt{x^2}=x$；　　(D) $(\sqrt[3]{x})^3=x$。

13) 如果a，b是实数，下列命题正确的是（　）。

(A) 若$a\neq b$，则$a^2\neq b^2$；

(B) 若$a>|b|$，则$a^2>b^2$；

(C) 若$|a|>|b|$，则$a>b$；

(D) 若$|a|=|b|$，则$a=b$。

14) 若$(a+5)/15$是真分数，a是自然数，那么a可取的自然数有（　）。

(A) 6个；(B) 7个；(C) 8个；(D) 9个。

15) 两个质数p，q恰是整系数方程$x^2-8x+m=0$的两个不相等的实数根，则m的值为（　）。

(A) 7；(B) 12；(C) 15；(D) 7或15。

16) 若$a>b$，则有（　）。

(A) $a^2>b^2$；　　(B) $2^a>2^b$；

(C) $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$；　　(D) $\frac{b}{a}>1$。

17) 已知$(1/a)+(1/b)=1/(a+b)$，则$(b/a)+(a/b)$等于（　）。

(A) 1；(B) 2；(C) -1；(D) -2。

18) 设$d=a^2+b^2+c^2$，其中c、b为连续正整数，且$c=ab$，则$\sqrt{d}$（　）。

(A) 总是偶数；　　(B) 总是奇数；