LANGMAN
朗曼
北京朗曼教学与研究中心

Peculiar

非常讲解
2005新课标
宋伯涛 总主编

·配课标北师大版·

非常讲解

宋伯涛 总主编

九年级数学
教材全解全析(上)

张志朝 主编

天津人民出版社

北京朗曼教学与研究中心教研成果

PECULIAR EXPLANATIONS

非常讲解

九年级数学教材全解全析(上)

(配课标北师大版)

张志朝 主编

天津人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

九年级数学教材全解全析．上/宋伯涛主编．-天津:天津人民出版社,2005.4
配课标北师大版
ISBN 7-201-02245-8

Ⅰ.初… Ⅱ.宋… Ⅲ.数学课-初中-教学参考资料 Ⅳ.G634.603
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 031178 号

非常讲解

九年级数学教材全解全析(上)

(配课标北师大版)

张志朝 主编

天津人民出版社出版
出版人:刘晓津
(天津市西康路 35 号 邮政编码:300051)
北京市昌平开拓印刷厂印刷 新华书店发行
*
2005 年 4 月第 2 版 2005 年 4 月第 1 次印刷
32 开本 890×1240 毫米 9.5 印张 字数:300 千字
定价:11.00 元
ISBN 7-201-02245-8

再版前言

随着国家基础教育课程改革的深入发展，义务教育《课程标准》的实施范围正在逐步扩大，新的教育理念被越来越多的教育工作者和社会人士所接受，我国基础教育事业正经历着一次深刻的变革。这个变革的核心，对于教师来说，就是改变角色定位；对于学生来说，就是变革学习方式。本着这样的精神，同时为了适应课程改革深入发展的需要，今年再版时，我们在广泛征集专家、教师、学生和家长意见的基础上，作了较大程度的修改。

本书按照源于新教材又高于新教材的原则进行修改，对它的各个知识点以及能力要求进行全面的讲解，分析和指导，每节设如下栏目：**大纲考纲要求、教材解析、方法指引、巩固练习**等。其中教材解析为本书各节的重点，它在教材的基础上，对章节的各知识点逐个进行详细的讲解和分析，着重知识和技能的拓展与培养和规律方法的揭示与总结，通过典型常规题，创新开放题及实践应用题等让学生对教材的知识点进行探究和体验，并按以下三点进行设计：

1.对典型例题进行全面剖析，并设以下四个栏目：①**思路点拨**：点拨解题思路，提供解题策略。②**解答**：按照解题方案，给出规范解答。③**误点剖析**：指出解题常见错误，并点击错误产生的原因，进行防错提示。④**评注**：总结解题过程的注意点，剖析解题技巧的关键处。开设以上小栏目，其目的是：开启学生思路，着眼规律方法总结。

2.试解变式题(或相关题)。从不同角度提出与上述典型题相关或相近的问题，供学生在练习中通过模仿，达到融会贯通，举一反三的目的。

3.每道典型题都针对教材中某一知识点，旨在通过对例题的探索，获得对教材相关内容的实践与体验。

作者在编写过程中，力求讲解教材全部内容，信息量

大，做到精讲精析精选，讲解透彻且具有深度，辨析清晰细致，讲解分析方法新颖独到，与众不同，别具一格，不落窠臼。

《非常讲解》系列丛书讲解细致，分析透彻，层次分明，条理清晰，内容丰富，对掌握教材重点、难点、疑点以及各知识点，对培养并提高理解、分析、判断、领悟、思考以及解决问题能力具有极强的实用性和指导性，是朗曼中心继《中学1+1》系列丛书后又一成功力作，两者堪称姊妹篇。其侧重点各不相同，前者偏重于对教材的讲解与分析，后者偏重于对重点及疑难问题的讲解与测试，它们既是一个整体，又互为补充，相得益彰。

学习《课程标准》，更新教育观念，有一个不断深入的过程；课程改革的实施，也需要不断地探索和积累。本书此次修改正是学习《课程标准》，改革教学内容和方法的一个具体的落实。希望我们的努力能给老师和同学们的教学活动带来切实而有效的帮助，同时也期望着来自广大师生和教育专家的批评和指教。

宋伯涛

2005年3月于北师大

目录 CONTENTS

第一章　证明(二)

本章教材分析　1

1.1　你能证明它们吗　1

大纲考纲要求　1

重点难点　1

教材解析　1

方法指引　7

巩固练习　9

1.2　直角三角形　12

大纲考纲要求　12

重点难点　12

教材解析　13

方法指引　18

巩固练习　19

1.3　线段的垂直平分线　22

大纲考纲要求　22

重点难点　23

教材解析　23

方法指引　26

巩固练习　27

1.4　角平分线　29

大纲考纲要求　29

教材解析　29

方法指引　33

巩固练习　34

回顾与思考　36

知识结构总结　36

思想方法总结　36

注意事项总结　37

本章测试题　40

第二章　一元二次方程

本章教材分析　44

2.1　花边有多宽　44

大纲考纲要求　44

重点难点　44

教材解析　45

方法指引　49

巩固练习　49

2.2　配方法　51

大纲考纲要求　51

重点难点　51

教材解析　51

方法指引　55

巩固练习　56

2.3　公式法　58

大纲考纲要求　58

重点难点　58

教材解析　58

方法指引　61

巩固练习　62

2.4　分解因式法　63

大纲考纲要求　63

重点难点　63

教材解析　63

方法指引　65

巩固练习 72
2.5 为什么是0.618 74
大纲考纲要求 74
重点难点 74
教材解析 74
方法指引 79
巩固练习 83
2.6* 一元二次方程的根与系数的关系 85
大纲考纲要求 85
教材解析 85
方法指引 96
巩固练习 101
回顾与思考 103
知识结构总结 104
思想方法总结 104
注意事项总结 104
本章测试题 107

第三章 证明(三)
本章教材分析 110
3.1 平行四边形 110
大纲考纲要求 110
重点难点 110
教材解析 111
方法指引 119
巩固练习 122
3.2 特殊平行四边形 125
大纲考纲要求 126
重点难点 126
教材解析 126
方法指引 134
巩固练习 135
回顾与思考 139
知识结构总结 139
思想方法总结 140
注意事项总结 141
本章测试题 143

第四章 视图与投影
本章教材分析 147
4.1 视 图 147
大纲考纲要求 147
重点难点 147
教材解析 148
方法指引 153
巩固练习 154
4.2 太阳光与影子 156
大纲考纲要求 156
重点难点 156
教材解析 156
方法指引 160
巩固练习 161
4.3 灯光与影子 164
大纲考纲要求 164
重点难点 164
教材解析 164
方法指引 169
巩固练习 172
回顾与思考 175
知识结构总结 175
思想方法总结 175
注意事项总结 175
本章测试题 176

第五章 反比例函数

本章教材分析 181

5.1 反比例函数 181

大纲考纲要求 181

重点难点 181

教材解析 181

方法指引 183

巩固练习 184

5.2 反比例函数的图象与性质 186

大纲考纲要求 186

重点难点 186

教材解析 186

方法指引 193

巩固练习 201

5.3 反比例函数的应用 204

大纲考纲要求 204

重点难点 204

教材解析 204

方法指引 206

巩固练习 207

回顾与思考 209

知识结构总结 209

思想方法总结 209

注意事项总结 210

本章测试题 211

第六章 频率与概率

本章教材分析 215

6.1 频率与概率 215

大纲考纲要求 215

重点难点 215

教材解析 216

方法指引 221

巩固练习 225

6.2 投针实验 227

大纲考纲要求 227

重点难点 227

教材解析 228

方法指引 228

巩固练习 228

6.3 生日相同的概率 229

大纲考纲要求 229

重点难点 229

教材解析 229

方法指引 231

巩固练习 232

6.4 池塘里有多少条鱼 234

大纲考纲要求 234

重点难点 234

教材解析 234

方法指引 237

巩固练习 238

回顾与思考 239

知识结构总结 240

思想方法总结 240

注意事项总结 240

本章测试题 243

参考答案 247

【注】带★号的内容为本书拓宽和选学内容。

第一章　证明(二)

本章教材分析

本章的主要内容是定义、命题、公理、定理、推论、等腰三角形的性质和判定、等边三角形的判定、直角三角形的性质和判定、线段的垂直平分线、角平分线等. 定理的证明是本节的难点,由于它包括了证明命题的完整过程,从分析题设、结论、画图、写已知、求证直到完成证明,每一步都有一定的难度,虽然类似问题我们前面学习过,但由于学习了本章的内容后,问题的复杂性增加了,所以要重视分析证题思路,常用"两头凑"的分析方法. 灵活运用转化的思维方法是平面几何证明的基本思想方法.

1.1　你能证明它们吗

本节我们学习等腰三角形的性质和判定,等腰三角形的性质是用来证明角相等和线段相等的重要依据,同学们务必要牢固掌握.

大纲考纲要求

掌握等腰三角形的两底角相等,底边上的高、中线及顶角平分线三线合一的性质以及能够灵活运用它们进行有关的论证和计算.

重点难点

重点:等腰三角形的性质.

难点:文字命题的证明.

教材解析

1. 等腰三角形的性质

(1)性质定理内容:等腰三角形的两个底角相等.(简写:等边对等角)

(2)定理的证明

已知如图 1.1-1 所示,$\triangle ABC$ 中 $AB=AC$. 求证:$\angle B=\angle C$.

证明:作顶角$\angle BAC$的平分线AD,交BC于D,则$\angle 1=\angle 2$.

在$\triangle ABD$和$\triangle ACD$中$\begin{cases} AB=AC(\text{已知}), \\ \angle 1=\angle 2(\text{已证}), \\ AD=AD(\text{公共边}), \end{cases}$

$\therefore$ $\triangle ABD \cong \triangle ACD$(SAS).

$\therefore$ $\angle B=\angle C$(全等三角形的对应角相等).

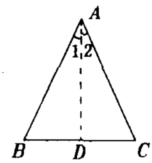

图 1.1-1

注意:辅助线的作法还有:作底边上的高;作底边上的中线;作两腰上的高;作两腰上的中线等.思想方法都是将$\angle B$、$\angle C$放在两个全等三角形中.

(3)定理的作用是证明同一个三角形中的两个角相等.

(4)定理的符号语言:如图 1.1-1 所示.

$\because$ $AB=AC$(已知),

$\therefore$ $\angle B=\angle C$(等边对等角).

(5)性质定理的推论 1:等腰三角形的顶角平分线平分底边并且垂直于底边.即等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高互相重合.

(6)推论 1 的作用:可证明角相等,线段相等或线段垂直.

(7)推论 1 的符号语言:如图 1.1-1 所示.

①$\because$ $AB=AC, \angle 1=\angle 2$, $\therefore$ $AD\perp BC, BD=CD$.

②$\because$ $AB=AC, AD\perp BC$, $\therefore$ $\angle 1=\angle 2, BD=CD$.

③$\because$ $AB=AC, BD=CD$, $\therefore$ $\angle 1=\angle 2, AD\perp BC$.

(8)性质定理的推论 2:等边三角形的三条边相等,每个角都等于 60°.

(9)等腰直角三角形的两个底角都等于 45°.

(10)等腰三角形的底角只能为锐角,不能为直角或钝角,但顶角为锐角、钝角、直角都可以.

【例 1】 如图 1.1-2 所示,$\triangle ABC$中,$AB=AC$,D在BC上,且$BD=AD$,$DC=AC$,求$\angle B$的度数.

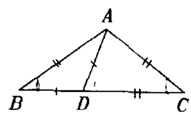

图 1.1-2

思路点拨 只要把"等边对等角"这一性质用在三个不同的等腰三角形中,然后用方程思想解题,列方程的依据是三角形内角和定理.

解:$\because$ $AB=AC$(已知),

$\therefore$ $\angle B=\angle C$(等边对等角).

同理:$\angle B=\angle BAD$,$\angle CAD=\angle CDA$.

设$\angle B$为$x°$,则$\angle C=x°$,$\angle BAD=x°$.

$\therefore$ $\angle ADC=2x°$,$\angle CAD=2x°$.

在$\triangle ADC$中,$\because$ $\angle C+\angle CAD+\angle ADC=180°$,

∴　$x°+2x°+2x°=180°$.

∴　$x°=36°$.

答:$\angle B$ 的度数为 $36°$.

误点剖析　本例若想不到方程思想,或是找不到列方程的依据,则问题就得不到顺利解决.究其原因,是对用代数方法解几何题较陌生,要加强训练加深印象.

评注:用代数方法解几何计算题常可使我们化繁为简.

试解相关题

1—1　如图 1.1-3 所示,$\triangle ABC$ 中,D 为 AC 上一点,并且 $AB=AD$,$DB=DC$,若 $\angle C=29°$,则 $\angle A=$ ________°.

1—2　如图 1.1-4 所示,$\triangle ABC$ 中,$AB=AC$,点 D 在 AC 上且 $BD=BC=AD$,求 $\triangle ABC$ 各角的度数.

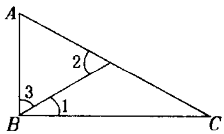

图 1.1-3

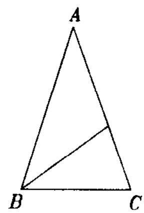

图 1.1-4

【例 2】　已知如图 1.1-5 所示,在 $\triangle ABC$ 中,$AB=AC$,O 是 $\triangle ABC$ 内一点,且 $OB=OC$.

求证:$AO\perp BC$.

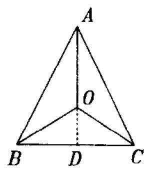

图 1.1-5

思路点拨　要证 $AO\perp BC$,即证 AO 是等腰三角形底边上的高,根据三线合一定理,只要先证 AO 是顶角的平分线即可.

证明:延长 AO 交 BC 于 D.

在 $\triangle ABO$ 和 $\triangle ACO$ 中,$\begin{cases} AB=AC(\text{已知}), \\ OB=OC(\text{已知}), \\ AO=AO(\text{公共边}), \end{cases}$

∴　$\triangle ABO\cong\triangle ACO(SSS)$.

∴　$\angle BAO=\angle CAO$.

即 $\angle BAD=\angle CAD$(全等三角形的对应角相等).

∴　$AD\perp BC$,即 $AO\perp BC$(等腰三角形顶角的平分线与底边上的高互相重合).

误点剖析　同学们往往直接由 $OB=OC$，得到 OD 平分 $\angle BOC$，然后由三线合一得出错误的证法. 究其原因，把非特殊线段 OD 看成特殊线段，即把 OD 当成 $\angle BOC$ 的平分线. 而在题设中没有条件说明它是角平分线，而往往就想当然地断定它是角平分线，并作为应用的条件. 要解决这类错误，必须切实养成认真审题的好习惯.

评注：本题用两次全等也可达到目的，但学习新知识后要能及时应用新知识.

试解相关题

2－1　如图 1.1-6 所示，点 D、E 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上，$AB=AC$，$AD=AE$.

求证：$BD=CE$.

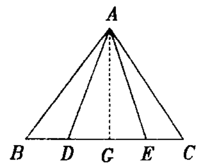

图 1.1-6

【例 3】　求证：等腰三角形底边上的高上的任意一点到两腰的距离相等.

思路点拨　文字证明题必须按照：(1) 根据题意画出图形. (2) 根据图形，把"题设"、"结论"改写成"已知"、"求证". (3) 写出证明过程这三步进行.

如图 1.1-7 所示，在 $\triangle ABC$ 中 $AB=AC$，AD 为 BC 边上的高，E 为 AD 上一点，$EF\perp AB$ 于 F，$EG\perp AC$ 于 G.

求证：$EF=EG$.

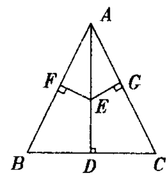

图 1.1-7

证明：∵　$AB=AC$，AD 为 BC 边上的高(已知)，

∴　AD 平分 $\angle BAC$(等腰三角形底边上的高与顶角的平分线互相重合).

∵　E 为 AD 上一点，且 $EF\perp AB$，$EG\perp AC$，

∴　$EF=EG$(角平分线上的点到这个角的两边的距离相等).

误点剖析　有些同学不理解题目的意思，把到两腰的距离理解成到底边两端点的距离. 还有些同学在已知条件中漏掉 $EF\perp AB$，$EG\perp AC$ 这两个条件. 究其原因：是对文字语言不理解，"什么是点到两腰的距离？"没有弄清楚，对"点到线的距离"的概念不熟悉.

评注：要对文字题逐字逐句地分析，正确地按步骤解题.

试解相关题

3－1　求证：等腰三角形底边中点到两腰的距离相等.

2. 等腰三角形的判定

(1) 定理：如果一个三角形有两个角相等，那么这两个角所对的边也相等. 简写成"等角对等边". (此定理可用来证明同一个三角形中的线段相等)

(2) 推论 1：三个角相等的三角形是等边三角形.

推论 2：有一个角是 60° 的等腰三角形是等边三角形.

推论 3：在直角三角形中，如果一个锐角等于 30°，那么它所对的直角边等于斜边的一半.

推论 1、2 的作用可用来证一个三角形为等边三角形. 推论 3 的作用是证明线段的倍、半关系.

(3)证明一个三角形是等腰三角形的方法：

①利用定义证明.

②利用"等角对等边"证明.

(4)证明一个三角形是等边三角形的方法.

①利用定义证明.

②证明三个角相等.

③证明它是等腰三角形并且有一个角是 60°.

【例 4】 已知如图 1.1-8 所示，在 $\triangle ABC$ 中 $AB=AC$，D 是 AB 上一点，过 D 作 $DE\perp BC$ 于 E，并与 CA 的延长线相交于 F. 求证：$AD=AF$.

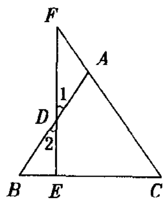

图 1.1-8

思路点拨　要证 $AD=AF$，需先证 $\angle 1=\angle F$，而 $\angle 1=\angle 2$，$\angle 2$ 落在 $\triangle BDE$ 中，$\angle F$ 落在 $\triangle FEC$ 中，因为 $DE\perp BC$. 所以它们都为直角三角形. $\angle F$ 与 $\angle 2$ 的余角分别为 $\angle B$ 与 $\angle C$，由已知可得 $\angle B=\angle C$，因而结论成立.

证明：在 $\triangle ABC$ 中，$\because$ $AB=AC$，

$\therefore$ $\angle B=\angle C$(等边对等角).

$\because$ $DE\perp BC$，

$\therefore$ $\angle DEB=\angle DEC=90^\circ$(垂直定义).

$\therefore$ $\angle 2+\angle B=90^\circ$，$\angle F+\angle C=90^\circ$(直角三角形两锐角互余).

$\therefore$ $\angle 2=\angle F$(等角的余角相等).

$\because$ $\angle 1=\angle 2$，

$\therefore$ $\angle 1=\angle F$(等量代换).

$\therefore$ $AF=AD$(等角对等边).

误点剖析　善于观察较为复杂的图形，正确使用条件是顺利解决本题的保证. 本题的误点是不能根据图形准确使用 $DE\perp BC$ 这个条件证出 $\angle 2=\angle F$，进一步得出 $\angle 1=\angle F$、$AF=AD$.

评注：要注意"两头凑"的分析方法. 本题还可以"作 $AG\perp BC$ 于 G，则 $AG/\!/FE$"来证.

试解相关题

4-1　如图 1.1-9，已知 $AC=AD$，$\angle C=\angle D$. 求证：$BC=BD$(试不用三角形

全等证明).

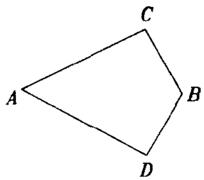

图 1.1-9

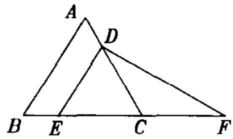

图 1.1-10

4－2　如图 1.1-10,已知$\triangle ABC$是等边三角形,点 D、E 分别在 AC、BC 上,且 $DE /\!/ AB$,$DF \perp DE$,交 BC 的延长线于点 F.

求证:$CD=CF$.

【例 5】　如图 1.1-11,已知$\angle ABC$,$\angle ACB$ 的平分线交于 F,过 F 作 $DE /\!/ BC$,交 AB 于 D,交 AC 于 E.

求证:$BD+EC=DE$.

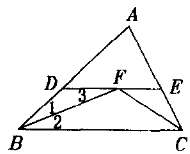

图 1.1-11

思路点拨　由 $DE /\!/ BC$,得$\angle 3=\angle 2$.

$\because$　$\angle 1=\angle 2$,$\therefore$　$\angle 1=\angle 3$.

$\therefore$　$DB=DF$.同理 $CE=EF$.从而问题得证.

证明:$\because$　$DE /\!/ BC$(已知),

$\therefore$　$\angle 3=\angle 2$(两直线平行,内错角相等).

又$\because$　BF 平分$\angle ABC$(已知),

$\therefore$　$\angle 1=\angle 2$(角平分线定义).

$\therefore$　$\angle 1=\angle 3$.

$\therefore$　$DB=DF$(等角对等边).

同理　$EF=CE$.

$\therefore$　$BD+EC=DF+EF$,即 $BD+EC=DE$.

误点剖析　本题的误点是不能根据角平分线的性质及运用 $DE /\!/ BC$ 的条件,把 BD、EC 分别转化为 DF、EF.

评注:在三角形中一般是角平分线＋平行线得等腰三角形.

试解相关题

5－1　如图 1.1-12,BF 平分$\angle ABC$,CF 平分$\angle ACG$ 且 $DF /\!/ BG$.

问 DB、EC 和 DE 之间存在着怎样的关系呢?请证之.

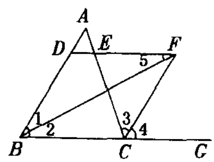

图 1.1-12

【例 6】　图 1.1-13 中,已知 $BC \perp AC$,$DE \perp AC$.点 D 是 AB 的中点,$\angle A=30°$,$DE=1.8$,求 AB 的长.

思路点拨　由$\angle A=30°$可得在$Rt\triangle BAC$，$Rt\triangle DAE$中$BC=\frac{1}{2}AB$，$DE=\frac{1}{2}AD$，由点D为AB的中点可得

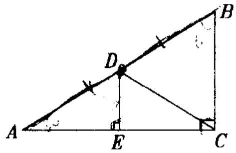

图 1.1-13

$BD=AD=\frac{1}{2}AB$.

于是可得$DE=\frac{1}{4}AB$.

解：∵　$\angle A=30°$，$DE\perp AC$，$BC\perp AC$（已知），

∴　$DE=\frac{1}{2}AD$，$BC=\frac{1}{2}AB$（在直角三角形中，如果一个锐角等于30°，那么它所对的直角边等于斜边的一半）.

又∵　$AD=\frac{1}{2}AB$，∴　$DE=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{4}AB$.

即$AB=4DE=4\times1.8=7.2$.

误点剖析　同学们往往由$\angle A=30°$直接得$DE=\frac{1}{2}AD$，少了$DE\perp AC$这一条件. 究其原因，是对定理"直角三角形中30°角所对的直角边等于斜边的一半"理解不透. 要知道，这一定理可以使用的条件应该有两个：①直角三角形，②含有30°的锐角.

评注：在直角三角形中已知30°的角就意味着边的2倍关系了，要注意充分利用这一条件进行计算.

试解相关题

6－1　在$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，若$\angle B=2\angle A$，则边AB与BC之间有什么关系？

6－2　等腰三角形的底角等于15°，腰长为$2a$，求腰上的高.

方法指引

1. 在等腰三角形中常用的辅助线有作顶角平分线、底边中线、底边高线.

当已知条件中有二倍角关系时常用如下的辅助线：(1)平分二倍角；(2)加倍小角；(3)构造等腰三角形，使2倍角是等腰三角形的顶角的外角.

【例7】　如图1.1-14，在$\triangle ABC$中，$BD\perp AC$于D，$\angle BAC=2\angle DBC$. 求证：$\angle ABC=\angle ACB$.

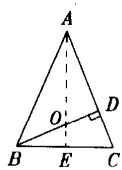

图 1.1-14

思路点拨　由$\angle BAC=2\angle DBC$联想到作$\angle BAC$的平分线，想办法证$\angle BAC$的平分线垂直BC，即可得证.

证明:作$\angle BAC$的平分线AE交BC于E,交BD于O,则$\angle BAE=\angle CAE=\angle DBC$.

$\because$ $BD\perp AC$(已知),

$\therefore$ $\angle ODA=90^\circ$(垂直定义).

$\because$ $\angle AOD=\angle BOE$(对顶角相等),

$\therefore$ $\angle OEB=180^\circ-\angle BOE-\angle DBC$

$=180^\circ-\angle AOD-\angle CAE=\angle ODA.$

即 $\angle OEB=90^\circ$.

$\therefore$ $\angle ABC+\angle BAE=90^\circ$,$\angle ACB+\angle CAE=90^\circ$(直角三角形两锐角互余).

$\therefore$ $\angle ABC=\angle ACB$(等角的余角相等).

误点剖析 本题的误点是不能充分运用条件$\angle BAC=2\angle DBC$,进行有效的添加辅助线.

评注:要善于观察,积累辅助线的作法.本题还可用加倍小角来证明:即在$\angle ABD$内作$\angle DBF=\angle DBC$交AC于F.证明请读者完成.

试解相关题

7-1 如图 1.1-15,在$\triangle ABC$中$\angle 1=\angle 2$,$\angle ABC=2\angle C$.

求证:$AB+BD=AC$.

2.在三角形的中线问题上,我们常将中线延长一半,这样添辅助线有助于我们解决有关中线的问题.

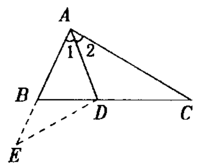

图 1.1-15

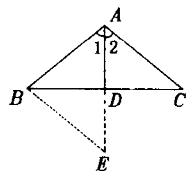

图 1.1-16

【例 8】 如图 1.1-16,$\triangle ABC$中,AD为中线,$\angle BAD=\angle DAC$.求证:$AB=AC$.

思路点拨 从现有条件分析,在$\triangle ABD$与$\triangle ACD$中,$\angle 1=\angle 2$,$AD=AD$是公共边,D是BC中点,即$BD=DC$具有"两边一对角"对应相等,无法断定全等.因AD是中线,就想到可把中线AD延长一倍,构造全等三角形来解此题.

证明:延长AD到E,使$DE=AD$,连BE.

在$\triangle ACD$和$\triangle EBD$中$\begin{cases}AD=DE,\\BD=DC,\\\angle ADC=\angle EDB,\end{cases}$

∴ $\triangle ACD \cong \triangle EBD$(SAS).

∴ $BE=AC$，$\angle BED=\angle CAD$ (全等三角形的对应边、对应角相等).

∵ $\angle BAD=\angle DAC$(已知)，

∴ $\angle BED=\angle BAD$(等量代换).

∴ $AB=BE$(等角对等边).

∴ $AB=AC$(等量代换).

误点剖析　同学们往往直接由$\angle 1=\angle 2$，$AD=AD$，$BD=DC$错误得出$\triangle ABD \cong \triangle ACD$. 从而得$AB=AC$. 究其原因，是记错了三角形全等的判定方法，没有ASS这种判定.

评注：在三角形中有中线时常延长加倍中线，构造全等三角形，另外在等腰三角形中，常作一腰的平行线或作底的平行线，从而构造新的等腰三角形.

试解相关题

8－1　如图1.1-17，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，D在AB上，E在AC延长线上且$BD=CE$，连结DE交BC于F.

求证：$DF=EF$.

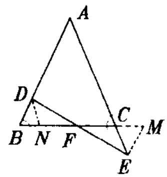

图1.1-17

巩固练习

一、选择题

1. 下列命题中，正确的命题是　(　　)

A. 等腰三角形一定是锐角三角形.

B. 等腰三角形的腰长总大于底边长.

C. 等腰三角形底角的外角一定是钝角.

D. 顶角相等的两个等腰三角形是全等三角形.

2. 等腰三角形周长为13 cm，其中一边长为3 cm，则该等腰三角形的底边长为　(B)

A. 7 cm.　　B. 3 cm.　　C. 7 cm或3 cm.　　D. 5 cm.

3. 等腰三角形的一个底角的余角等于　(　　)

A. 顶角.　　B. 底边上高与一腰的夹角.

C. 顶角的两倍.　　D. 一腰上高与另一腰的夹角.

4. $\triangle ABC$中，$AB=AC$，BD是内角平分线，$\angle BDC=75°$，则$\angle A$等于　(　　)

A. 35°.　　B. 40°.　　C. 110°.　　D. 70°.

5. 已知等腰三角形的周长为24 cm，其中一边长为7 cm，则另一边长为　(　　)

A. 7 cm或10 cm.　　B. 8.5 cm或7 cm.

C. 7 cm或10 cm或8.5 cm.　　D. 10 cm或8.5 cm.