

初中数学 备考手册

天津科学技术出版社

初中数学备考手册

高 原 主 编

郭寅镇 副主编

天津科学技术出版社

津新登字(90)003 号

责任编辑:黄立民

初中数学备考手册

高原 主编

郭寅慎 副主编

*

天津科学技术出版社出版

天津市张自忠路 189 号 邮编 300020

天津新华印刷二厂印刷

新华书店天津发行所发行

*

开本 787×1092 毫米 1/32 印张 18.5 字数 393 000

1993 年 10 月第 1 版

1993 年 10 月第 1 次印刷

印数:1—5 500

ISBN 7-5308-1331-5/R·367 定价:7.60 元

本书编委(按姓氏笔画为序)

王连笑 刘玉翹 高 原 郭寅镇

编写者(按姓氏笔画为序)

王连笑	王秋华	牛继武	刘玉翹
吕学林	陈明耀	张鼎言	柳书诤
高淑馨	高 原	郝昌盛	郭寅镇
康岫岩	薛书文		

前 言

《初中数学备考手册》，是天津部分富有教学经验的特级、高级、一级教师依据中学数学教学大纲编写的，本书收有初中代数和平面几何的全部常用词目约 1000 余条。词目的解释和有关概念、定义、公理、定理、推论、法则、公式的阐述，力求明了，力保准确、严密。为更有效地提高学生运用数学知识分析解决实际问题的能力和全面思考的能力，本书还以作者多年积累的和国内外最新的资料中精选了适量的题。这些题意境新颖，覆盖面大，解题思路巧妙，题型与我国重要考试一致，既有一定代表性，又颇能引发思考。本书的题解分析透彻，思路清晰、顺畅，并力争全面总结解题规律。题型有问答题、判断题、选择题、填空题、讨论题、计算题、证明题、应用题、作图题等。答案与提示附各个题目之后，便于查阅。关于证明题、计算题的解答基本是一题一解，其它题目有一题多解、详解、略解或提示，加以分析说明，使读者举一反三，触类旁通。对比较综合，复杂的典型题，以[分析]的形式指出解题的关键和思路。对于典型题，以[注]的形式标明有关解题规律的总结和一题多变的推广。

本书实用性强、既可用于助平学习，也可用于备考复习。

目 录

第一篇 代 数

第一章 实数	(1)
§ 1. 有理数(1. 1. 1-1~1. 1. 1-20)	(1)
§ 2. 实数(1. 1. 2-1~1. 1. 2-20)	(17)
第二章 代数式	(34)
§ 1. 整式(1. 2. 1-1~ 1. 2. 1-19)	(34)
§ 2. 因式分解(1. 2. 2-1~1. 2. 2-14)	(47)
§ 3. 分式(1. 2. 3-1~1. 2. 3-17)	(56)
§ 4. 根式(1. 2. 4-1~1. 2. 4-21)	(67)
第三章 方程	(85)
§ 1. 方程(1. 3. 1-1~1. 3. 1-52)	(85)
§ 2. 方程组(1. 3. 2-1~1. 3. 2-28)	(117)
§ 3. 列方程(组)解应用题(1. 3. 3-1~1. 3. 3-30)	(135)
第四章 指数和常用对数	(151)
§ 1. 指数(1. 4. 1-1~1. 4. 1-18)	(151)
§ 2. 常用对数(1. 4. 2-1~1. 4. 2-33)	(161)
第五章 函数及其图象	(182)
§ 1. 函数、正比例函数、反比例函数和一次函数 (1. 5. 1-1~1. 5. 1-43)	(182)
§ 2. 二次函数的图象和性质(1. 5. 2-1~1. 5. 2-47)	

.....	(208)
第六章 不等式	(241)
§ 1. 一元一次不等式(1. 6. 1-1~1. 6. 1-15)	(241)
§ 2. 一元一次不等式组和一元二次不等式(1. 6. 2-1~ 1. 6. 2-15)	(249)
第七章 解三角形	(260)
§ 1. 解直角三角形(1. 7. 1-1~1. 7. 1-20)	(260)
§ 2. 解斜三角形(1. 7. 2-1~1. 7. 2-60)	(274)
第八章 统计初步 (1. 8. 1-1~1. 8. 1-10)	(308)

第二篇 平 面 几 何

第一章 基本概念	(317)
§ 1. 直线、射线、线段(2. 1. 1-1~2. 1. 1-5)	(317)
§ 2. 角(2. 1. 2-1~2. 1. 2-4)	(321)
第二章 相交线、平行线	(325)
§ 1. 相交线、垂线(2. 2. 1-1~2. 2. 1-4)	(325)
§ 2. 平行线(2. 2. 2-1~2. 2. 2-7)	(329)
§ 3. 命题、定理、证明(2. 2. 3-1~2. 2. 3-2)	(334)
第三章 三角形	(337)
§ 1. 三角形(2. 3. 1-1~2. 3. 1-8)	(337)
§ 2. 全等三角形(2. 3. 2-1~2. 3. 2-10)	(343)
§ 3. 等腰三角形(2. 3. 3-1~2. 3. 3-20)	(350)
§ 4. 基本作图(2. 3. 4-1~2. 3. 4-5)	(360)
§ 5. 直角三角形(2. 3. 5-1~2. 3. 5-10)	(364)
§ 6. 逆定理、对称(2. 3. 6-1~2. 3. 6-4)	(370)
第四章 四边形	(374)

§ 1. 多边形(2. 4. 1-1~2. 4. 1-2)	(374)
§ 2. 平行四边形(2. 4. 2-1~2. 4. 2-22)	(377)
§ 3. 梯形(2. 4. 3-1~2. 4. 3-23)	(391)
第五章 面积、勾股定理	(403)
§ 1. 面积(2. 5. 1-1~2. 5. 1-28)	(403)
§ 2. 勾股定理(2. 5. 2-1~2. 5. 2-20)	(419)
第六章 相似形	(431)
§ 1. 比例线段(2. 6. 1-1~2. 6. 1-15)	(431)
§ 2. 相似三角形(2. 6. 2-1~2. 6. 2-48)	(440)
第七章 圆	(468)
§ 1. 圆的有关性质(2. 7. 1-1~2. 7. 1-30)	(468)
§ 2. 直线和圆的位置关系(2. 7. 2-1~2. 7. 2-41)	(488)
§ 3. 圆和圆的位置关系(2. 7. 3-1~2. 7. 3-27)	(510)
§ 4. 正多边形和圆(2. 7. 4-1~2. 7. 4-13)	(526)
§ 5. 点的轨迹(2. 7. 5-1~2. 7. 5-6)	(538)

第三篇 综 合 题

综合题(3-1~3-62)	(547)
---------------------	-------

第一篇 代 数

第一章 实 数

§1 有 理 数

【基本知识提要】

一、有理数的有关概念

【正数和负数】 为了区别相反意义的量，我们把一种意义的量规定为正的，在数的前面放上“+”号表示，带有正号的数叫正数；把另一种与它相反意义的量规定为负的，在数的前面放上“-”号表示，带有负号的数叫负数。

零既不是正数也不是负数。

【有理数】 正整数、零、负整数统称整数，正分数、负分数统称分数。整数和分数统称有理数。一切有理数都可以表示成 p/q 的形式 (q, p 为整数, $q \neq 0$)。有理数表示成小数形式一定是有限小数或无限循环小数。

【数轴】 规定了原点，正方向和单位长度的直线叫数

轴。

所有有理数都可用数轴上的点表示。

【相反数】 只有符号不同的两个数叫互为相反数。

零的相反数是零。

【绝对值】 从数轴上看，一个数的绝对值就是表示这个数的点离开原点的距离。

一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值是零。

【有理数大小的比较】 在数轴上表示的两个有理数，右边的数总比左边的数大。

正数都大于零，负数都小于零，正数大于一切负数；两个负数，绝对值大的小。

二、有理数的运算

【加法法则】 同号两数相加，把绝对值相加，取原来的符号。异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值。互为相反数的两个数相加得零。一个数同零相加，仍得这个数。

【减法法则】 减去一个数，等于加上这个数的相反数。

【代数和】 把加减法统一写成加法的式子叫代数和，这时表示正数的加号通常省略不写。

【乘法法则】 两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘。任何数同零相乘，都得零。

【除法法则】 一个数除以另一个数，等于被除数乘以除数的倒数。零不能作除数。

【运算律】 $a + b = b + a, (a + b) + c = a + (b + c),$
 $a(b + c) = ab + ac, ab = ba, (ab)c = a(bc).$

【乘方】 求 n 个相同因数 a 的积的运算,叫乘方,记作 a^n .乘方的结果叫幂。 a^n 中 a 叫底数, n 叫指数。

【混合运算】 先算乘方,再算乘除,最后算加减。如果有括号,就先算括号里面的。

三、近似数和有效数字

【有关概念】 一般地,一个近似数,四舍五入到哪一位,就说这个近似数精确到哪一位。

这时,从左边第一个不是零的数字起,到这一位数字止,所有的数字,都叫做这个数的有效数字。

【平方表的使用】 平方表内查不到的数移动小数点。底数的小数点每向右(或向左)移动一位,平方数的小数点相应地向右(左)移动两位。

【立方表的使用】 立方表内查不到的数移动小数点。底数的小数点每向右(左)移动一位,立方数的小数点相应地向右(左)移动三位。

【题】

1.1.1-1. 填空题

(1) $-[-(-2.1)]$ 的涵意是 2.1;

(2) $|- \frac{3}{4}|$ 的倒数的相反数是 $-\frac{4}{3}$;

(3) 在有理数中,最小的正整数是 1,最大的负整数

是 -1，绝对值最小的有理数是 1；

(4) 在数轴上到表示 2 的点的距离是 4 个单位长的点所表示的数是 ；

(5) 在绝对值小于 3 的整数中有 互为相反数；

(6) 把 -0.34 , $-\frac{3}{10}$, $\frac{1}{10}$, $-\frac{4}{11}$, $|-\frac{1}{2}|$, 用“<”号连接； ；

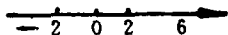
(7) 绝对值大于 2 又不大于 8 的所有整数的集合是 $\{ \quad \quad \quad \}$ ；

(8) 绝对值小于 2 的所有有理数的和是 。

【答案】 (1) 表示 -2.1 的相反数的相反数；

(2) $-1\frac{1}{3}$ ；

(3) 最小的正整数是 1，最大的负整数是 -1，绝对值最小的有理数是零；



(4) -2 和 6；

(5) 2 对，即 -1 与 1，-2 与 2；

(6) $-\frac{4}{11} < -0.34 < -\frac{3}{10} < \frac{1}{10} < |-\frac{1}{2}|$ ；

(7) $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, -3, -4, -5, -6, -7, -8\}$ ；

(8) 和是零，绝对值小于 2 的所有有理数除零之外，都是成对的互为相反数，所以和是零。

【注】 在数轴上到已知点的距离为定长的点有两个。若已知点对应的数是 x_0 ，定长是 a ，那么所求的点对应的数 x 满足 $|x - x_0| = a$ ，由之得到 $x - x_0 = \pm a$, $x_1 = x_0 + a$, $x_2 = x_0 - a$ 。

1.1.1-2. 判断题

(1) 零是最小的整数；

()

- (2) 所有大于负数的有理数中以零最小; ()
- (3) 一个数的绝对值是正数, 这个数一定是非零数; ()
- (4) 一个有理数的相反数与这个数的绝对值的和一定是零; ()
- (5) 不存在倒数的有理数是零; ()
- (6) 两个数的和是正数, 那么一个加数是正数, 另一个加数是零; ()
- (7) 一个有理数的绝对值一定是一个正数; ()
- (8) 两个非零数的积不可能是零. ()

【答案】 (1)×; (2)√; (3)√; (4)×; (5)√; (6)×; (7)×; (8)√.

1.1.1-3. 选择题

- (1) 在数轴上 $-2\frac{2}{3}$ 和 $|-0.25|$ 之间的中点所表示的数是 ()
- (A) $-\frac{1}{4}$; (B) $-2\frac{5}{12}$; (C) $-1\frac{1}{6}$; (D) $-2\frac{11}{12}$.
- (2) 五个有理数 $-5, -3.5, 8, 15, -7$ 中, 三个不同的数相加所得最大的和是 (B)
- (A) 18; (B) 19.5; (C) 20; (D) 25.
- (3) 下列数字能是某个整数平方的末位数字是 (D)
- (A) 2; (B) 7; (C) 8; (D) 6.
- (4) $150 \leq x \leq 200, 250 \leq y \leq 400$, 那么商 $\frac{y}{x}$ 的最小值是 ()
- (A) $1\frac{2}{3}$; (B) 1.25; (C) 1.05; (D) 2.

【解】

(1)C. 由 $\frac{1}{2} \times (-2\frac{2}{3} + \frac{1}{x}) = -1\frac{1}{6}$, 得 C;

(2)B. 由 $8 + 15 + (-3.5) = 19.5$, 得 B;

(3)D. 整数平方的末位数字只能是 1, 4, 9, 6, 5. 中的一个, 得 D;

(4)C. 由 $\frac{250}{200} = 1.25$, 得 C.

1.1.1-4. a 取什么有理数时, 下列式子可以成立

(1) $|a| = 1.4$; (2) $|a| = a$;

(3) $a = -a$; (4) $|a| = -a$;

(5) $a < -a$; (6) $|a - 2.5| = \frac{1}{3}$;

(7) $\frac{1}{a^2} < 1$; (8) $\frac{1}{1+a^2} < 1$;

【解】 (1) $a = \pm 1.4$; (2) $a \geq 0$;

(3) $a = 0$; (4) $a \leq 0$;

(5) $a < 0$; (6) $a = 2\frac{5}{6}$ 或 $a = 2\frac{1}{6}$;

(7) $|a| < 1$; (8) $a \neq 0$.

1.1.1-5. 填空题

(1) 计算 $-1^{1992} - (-1)^{1993} = \underline{0}$;

(2) 用四舍五入法把 0.009202 保留三个有效数字, 得 0.01;

(3) 若 $|a| + |b| + |c| = 0$, 那么 a, b, c 的值是 0;

(4) 若 $a^2 + b^2 + |c| = 0$, 那么 a, b, c 的值是 0;

(5) 若 $a + b < 0, ab < 0, a < b$, 则 a _____ 0,

b _____ 0, $|a|$ _____ $|b|$;

(6) 若 $|a| = 2, |b| = 4$, 且 $|a - b| = b - a$, 那么 $a + b$

的值是_____;

(7) 已知有理数 $a \neq b$, 且 $0 < a + b < b$, 那么表示 a, b 的点在数轴上的位置是_____;

(8) 如果 n 是一个正奇数, 那么 $1 + (-1)^n + (-1)^{2n} + (-1)^{3n} + (-1)^{4n} =$ _____.

【解】 (1) 2. (2) 0. 00920; (3) $a = b = c = 0$; (4) $a = b = c = 0$; (5) $a < 0, b > 0, |a| > |b|$; (6) 6;

(7) $\because 0 < a + b < b, \therefore a < 0$ 且 $a > -b$, 因此 a 在 $-b$ 与 0 之间. 如图:

(8) $\because n$ 是正奇数, $\therefore 2n, 4n$ 是偶数, $3n$ 是奇数. $\therefore 1 + (-1)^n + (-1)^{2n} + (-1)^{3n} + (-1)^{4n} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 1$.

【注】 对于任意实数 $a, |a| \geq 0, a^2 \geq 0$, 这个结论经常用到.

1.1.1-6. 解答题

(1) 已知一个数是 -21 , 另一个数比 -8 的倒数的相反数少 2 , 求这两数的和; $-9 - (-\frac{1}{3} - (-\frac{1}{8})) = -8\frac{1}{8}$

(2) 从 -9 中减去 $-\frac{1}{3}$ 和 $-\frac{1}{6}$ 的差, 所得的差是多少?

(3) 两数的和是 -51 , 其中一个数比 -8 的相反数小 -7 , 求另一个数;

(4) 试求 8 个 $-3\frac{1}{4}$ 的相反数的和. $8 \times [-(-3\frac{1}{4})] = 26$

【解】 (1) $-21 + [-(-\frac{1}{8}) - (-2)] = -21 + \frac{1}{8} + 2 = -18\frac{7}{8}$;

(2) $-9 - [-\frac{1}{3} - (-\frac{1}{6})] = -9 + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$

$$= -8\frac{5}{6};$$

$$(3) -51 - [-(-8) - (-7)] = -66;$$

$$(4) 8 \times [-(-3\frac{1}{4})] = 26.$$

1.1.1-7. 计算题

$$(1) -3\frac{2}{3} - 6.2 + 4\frac{1}{3} - 7\frac{3}{5};$$

$$(2) 1.25 + \frac{1}{8} - [-\frac{5}{8} + 0.125 - (-6 + 2\frac{1}{4} - 3.75) - \frac{3}{4}];$$

$$(3) | -3\frac{2}{3} + 2\frac{7}{9} | - | -4\frac{7}{18} - 2\frac{5}{9} + 5\frac{3}{24} |;$$

$$(4) -\frac{11}{50} - \frac{12}{50} - \dots - \frac{30}{50}.$$

【解】 (1) $-13\frac{2}{15}$; (2) $10\frac{1}{8}$; (3) $-\frac{67}{72}$; (4) $-4\frac{1}{10}$.

【注】 计算时,要尽可能利用运算律简化计算。如同分母的分数先加,符号相同的数先加等。运用加法交换律时,要连同加数的性质符号一起交换。

1.1.1-8. 选择题

(1) 以下命题正确的是()

(A) 若 $a \neq b$ 则 $a^2 \neq b^2$; (B) 若 $a > b$ 则 $a^2 > b^2$;

(C) 若 $a < b$ 则 $a^3 < b^3$; (D) 若 $a < |b|$ 则 $a^2 < b^2$.

(2) 已知 $4.912^2 = 24.13$, $8.047^3 = 521.1$, 则下列各组数中正确的是()

(A) $491.2^2 = 2413$, $80.47^3 = 52110$;

(B) $491.2^2 = 241300$, $0.8047^3 = 0.5211$;

(C) $0.04912^2 = 0.2413$, $804.7^3 = 52110$;

$$(D) 0.4912^2 = 0.02413, 0.08047^3 = 0.05211.$$

(3) 分别用 32, 36, 48 去除都余 11 的最小自然数的倒数是()

$$(A) \frac{1}{288}; (B) \frac{1}{299}; (C) \frac{1}{321}; (D) \frac{1}{256}.$$

(4) 一个有理数的立方等于本身, 那么这样的有理数有()

(A) 1 个; (B) 2 个; (C) 3 个; (D) 无穷多个.

【解】 (1) C; 用反例即可说明 A, B, D 不对;

(2) B 正确; 底数的小数点向右(左)移动一位, 则其平方数向右(左)移动两位; 其立方数向右(左)移动三位.

(3) 选 B; 对 32, 36, 48 进行质因数分解, 得 $32 = 2^5$, $36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$, 所以能同时整除 32, 36, 48 的最小自然数是 $2^5 \times 3^2 = 288$, 而余 11 的最小自然数是 299.

(4) 选 C, 设这个数为 a , 则 $a^3 = a, \Rightarrow a^3 - a = 0 \Rightarrow a(a^2 - 1) = 0 \Rightarrow a = 0$ 或 $a = \pm 1$.

1.1.1-9. 计算题

一个数被 25 的 60% 除得 -5, 求这个数;

(2) 求 -1.5 与 -2.5 的平方差与 -3 和 -7 的差的平方的积;

(3) 一个数与 -3 和 1.5 的平方和的积是 -25, 求这个数;

(4) 计算 $-1\frac{1}{3}$ 的立方除以 $-1\frac{1}{3}$ 的平方所得的商.

【解】 (1) $(-5) \times 25 \times 0.6 = -75$;

(2) $[(-1.5)^2 - (2.5)^2] \times [-3 - (-7)]^2 = -64$;

(3) $(-25) \div [(-3)^2 + 1.5^2] = -2\frac{2}{9}$;