

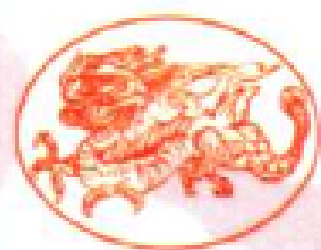
根据教育部《国家课程标准》编写

龙门 专题

初中数学

不等式 (组)

主 编 南秀全
本册主编 占 鳌



龍 門 書 局

www.Longmenbooks.com

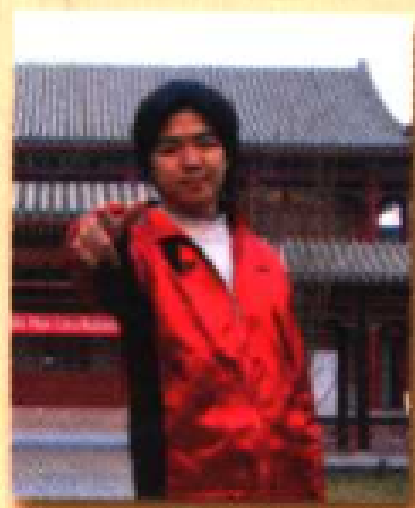
- ◎ 组稿编辑：田 旭
- ◎ 责任编辑：马建丽 李妙茶
- ◎ 封面设计： 13701038154

龙门专题



朱师达 (2005年湖北省理科第一名，现就读于北京大学元培计划实验班)

《龙门专题》这套书习题讲解详细而具体，不仅例题，而且每章后的练习题都有详细的解答过程，只要认真阅读和揣摩，就一定能起到举一反三的效果，这是非常难能可贵的。



徐岸汀 (2003年广东省理科第一名，综合总分900分，现就读于北京大学元培计划实验班)

《龙门专题》这套书是一套很好的教辅材料，知识板块合理细化，我曾经有几个知识点掌握得不够好，后来有针对性地选择了几本，弥补自己不足，感觉用起来很方便，成绩也提高得很快。这套书题目难度把握得也很好，是巩固基础、提高能力不可缺少的好帮手。



王佳杰 (2004年上海市高考第一名，上海市优秀毕业生，高考总分600分)

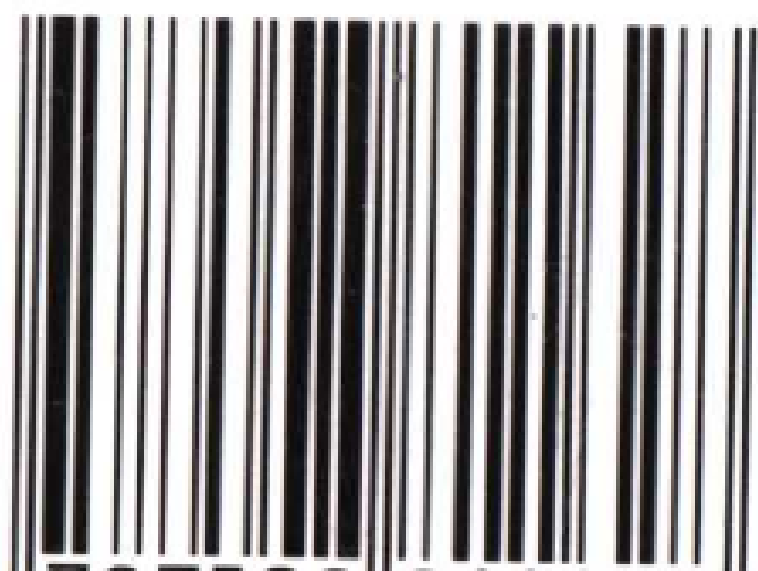
《龙门专题》这套书给你的是脚踏实地备战考试的正道，如果还有老师在旁指导挑选出最重要的例题和习题，有和你同样选择《龙门专题》的同学相互切磋的话，那就几乎是完美了。



刘诗泽 (2005年黑龙江省高考理科第一名，现就读于北京大学元培实验班)

好的参考书必须要根据考试的方向走，围绕考试的考查重点来布局。我在备考时使用《龙门专题》这套书，正是紧跟着考试走，例如数学等科目的参考书，都在每小节后列出了相关的典型考题，以进一步强化复习相关知识点。

ISBN 7-5088-1162-3



9 787508 811628 >

ISBN 7-5088-1162-3

定价：11.00 元



不等式(组)

主 编 南秀全

本册主编 占 鳌

编 者 付东峰 肖九河 石 洞

姜文清 余 梦 肖一鸣

汪 彬



龍門書局

北京

版权所有 翻印必究

举报电话:(010)64034160,13501151303(打假办)

邮购电话:(010)64034160

图书在版编目(CIP)数据

不等式(组)/南秀全主编;占 鳌本册主编. —北京:科学出版社:龙门书局,2006

(龙门专题)

ISBN 7-5088-1162-3

I.不… II.①南…②占… III.数学课—中学—教学参考资料 IV.G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 089958 号

组稿编辑:田 旭/责任编辑:马建丽 李妙茶/封面设计:耕 者

龙 门 书 局 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

www.longmenbooks.com

北京市东华印刷厂 印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2006 年 8 月第 一 版 开本:A5(890×1240)

2006 年 8 月第一次印刷 印张:7

印数:1—20 000 字数:200 000

定 价: 11.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)



生命如歌

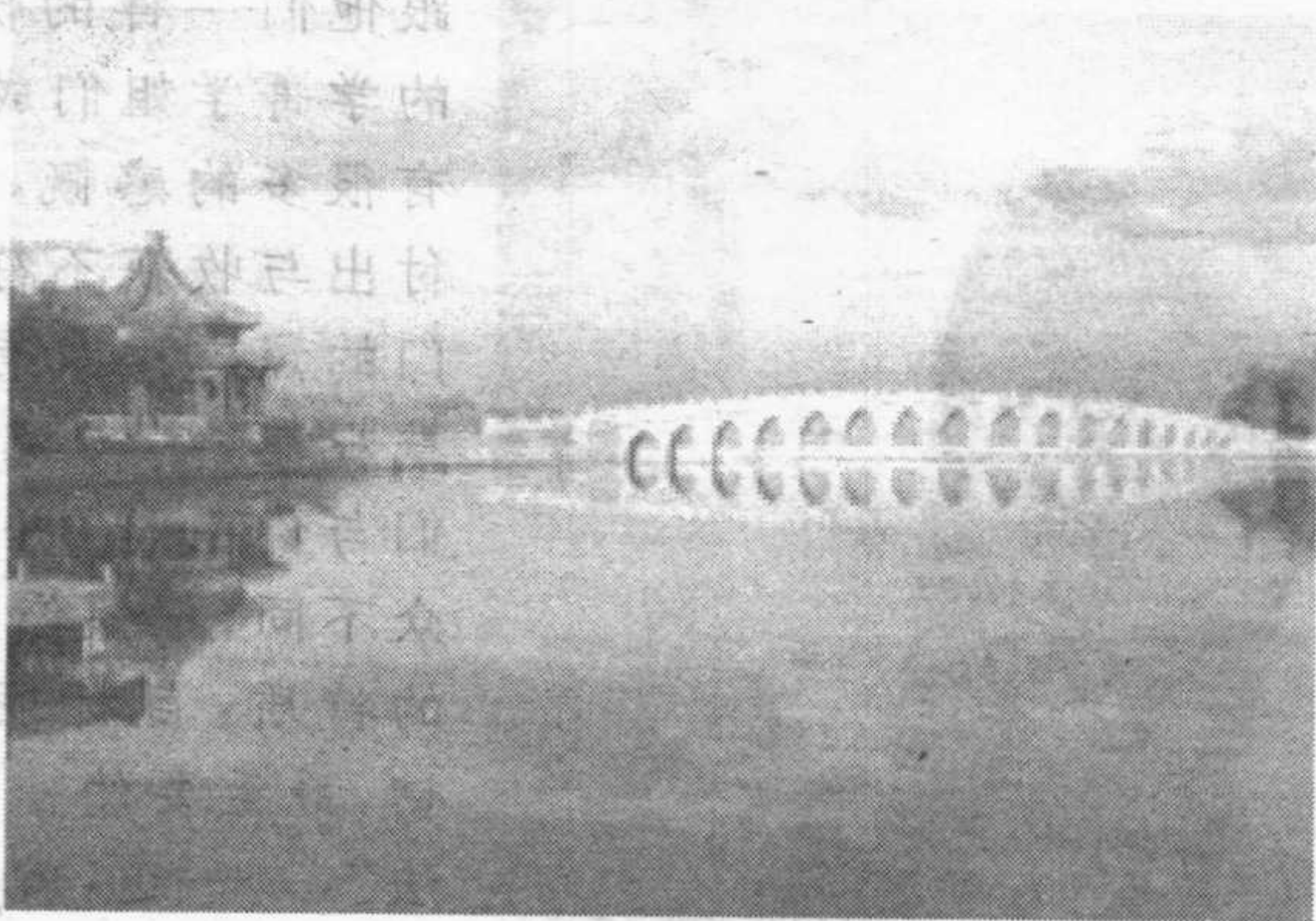
——来自北大清华优秀学子的报告

未名湖畔，博雅塔旁。六月的晨光穿透枝叶，懒散地泻落在林间小道上，水银泻地。微风拂起，垂柳摇曳，湖面荡起阵阵涟漪，黑魇魇的博雅塔倒映在湖面，随着柔波翩翩起舞。林间传来朗朗的读书声，那是晨读的学子；湖畔小径上不断有人跑过，那是晨练的学子；椅子上，台阶上，有人静静坐着，那是在求索知识的宝库……

在北大，每个早晨都是这样的；在清华，每个早晨也都是这样；其实在每一所高校，早晨都是一幅青春洋溢、积极进取的景象！

在长达两年的时间里，我一直在组织北大、清华的高考状元、奥赛金牌得主还有其他优秀学子到全国各地去巡回讲演。揭开他们光彩夺目的荣誉的面纱，他们是那样的平凡、普通，跟我们是那么的相像接近；但在来来往往出差的路上，深入了解他们的过去、成长历程，我才发现，在平凡、普通的背后，他们每个人的成长都勾勒出一道独特的风景，都是一段奋斗不息、积极进取的历程，他们的生命都是一首隽永悠长的歌曲，成功更是偶然中的必然。

小朱，一个很认真、很可爱的女孩子，高中之前家庭条件十分优越，所以一直学习平平，不思进取；在她上高中前，家庭突遭变故，负债累累，用她妈妈的话说，“家里什么都没有了，一切只能靠你自己了。”她说自己只有高考一条路，只有考好了，才能为家里排忧解难。我曾经在台下听她讲自己刻苦学习的经历：“你们有谁在大年三十的晚上还学习到深夜三点？你们又



有谁发烧烧到 39 度以上还在病床上看书? ……”那一年,她以总分 684 分成为了浙江省文科高考状元。

小弟姓谭,因为年龄最小,所以大家都叫他小弟,2003 年广东省理科状元,佛山人。我们到广东巡讲结束后,车到了佛山,他却不下车,他说从这里找不到回家的路,因为在佛山上了三年学,除了回家的路知道,从来没有走出过学校的大门。我们只好把他送到广州汽车站,只有在那里他才知道怎么回家。我们大家都哈哈大笑,觉得有些不可思议,只有司机师傅道出天机:“小谭要是能找到回家的路,就不会是高考状元了!”

陆文,一个出自父母离异的单亲家庭的女孩,她说,她努力学习的动力就是想让妈妈高兴,因为从小她就发现,每次她成绩考得很好,妈妈就会很高兴。为了给妈妈买一套宽敞明亮的房子,她选择了出国这条路,考托福,考 GRE,最后如愿以偿,被芝加哥大学以每年 6.4 万美金的全额奖学金录取为生物方向的研究生。6.4 万美金,相当于人民币 52 万。

齐伟,湖南省高考第七名,清华大学计算机学院的研究生,最近被全球最大的软件公司 MICROSOFT 聘为项目经理;霖秋,北京大学数学学院的小妹,在坚持不懈的努力中完成了自身最重要的一次涅槃,昨天的她在未名湖上游弋,今天的她已在千里之外的西雅图……

还有很多很多优秀学子,他们都有自己的故事,酸甜苦辣,但都很真实,很精彩。亲爱的同学们,你们是否也已有了自己的理想,有

了自己憧憬的高等学府,是否也渴望着跟他们一样的优秀?在分享这些优秀的学姐学姐们成功的喜悦时,你是否会有很多的感慨,曾经虚度光阴的遗憾,付出与收获不符的苦恼,求知而不入其门的焦虑?我有幸与他们朝夕相处,默默观察,用心感受,感受颇深。其实他们与你一样,并不见得更聪明,或者与众不同,但他们的成功却源于某些共同的特质:目标明确,刻苦勤奋,执着坚韧,最重要的一条是:他们都“学而得其法”,——这,就是为什么我们在本书的前言要讲述他们故事的原因;这,也是



我们策划出版《龙门专题》这套丛书的原因了。

在跟这些清华、北大优秀学子的交往过程中,曾多次探讨过具体学习方法的问题,而学习辅导资料则是他们反复谈到的话题。我们惊喜地发现:他们及他们的同学中,大部分人都使用过《龙门专题》这套书,有很多同学对《龙门专题》推崇备至,有人甚至还记得本套丛书的一些经典例题和讲解。有时,看着他们互相交流使用《龙门专题》心得时的投入,像小孩子一样争辩着其中哪个知识版块,哪道题目最经典实用时的忘我,我们的激动溢于言表,于是,我让他们把自己使用这套书的心得体会写下来,跟更多的学子们来分享。说句实话,对本套丛书的内容和体例特点,他们的理解很全面也很深刻。受篇幅所限,在此只能简要地摘录一部分,与同学们共勉:

朱师达:(男,2005年湖北省理科第一名,现就读于北京大学元培实验班)

对于数学、物理、化学等科目来讲,一定要有高质量的练习,《龙门专题》这套书习题讲解详细而具体,不仅例题,而且每章后的练习题都有详细地解答过程,只要认真阅读和揣摩,就一定能起到举一反三的效果,这是非常难能可贵的。

王佳杰:(2004年高考上海市第一名,毕业于上海控江中学,高考总分600(满分610分),现就读于北京大学,获2004年上海优秀毕业生,2004年北大新生奖学金等荣誉)

《龙门专题》所选的题目固然多,但决无换个数字就算新题的滥竽充数之招;题目虽然要求较高,但坡度合理,决非书后题和奥赛题的简单结合;《龙门专题》虽然针对的是全国卷的考生,但却也覆盖了所有上海卷的基本考点,又略微拔高一些,基于课本又高于课本——这正是上海考试卷的一向风格。总而言之,这套书给你的是脚踏实地备战考试的正道,如果,还有老师在旁指导挑选出最重要的例题和习题,有和你同样选择《龙门专题》的同学相互切磋的话,那就几乎是完美了。

孙田宇:(2005年吉林省文科第一名,高考总分682)

参考书是每一位学生在学习过程中必不可少的,我在自己备考时用的是



《龙门专题》。很推崇其中的“知识点精析与应用”、“综合应用篇”。“知识点精析与应用”将基础知识脉络理清,可检验我们对基础知识的掌握是否牢固扎实。“综合应用篇”则可以帮助我们打开综合题和应用题的解答思路,面对纷繁多样的试题,发掘一些固定的方法,以不变应万变,我从中受益匪浅。

李原草:(男,2003年安徽省高考文科第一名,现就读于北京大学光华管理学院,曾获得北京大学明德奖学金和社会工作优秀奖)

我认为,一本好的参考书首先要条理清晰,重点突出,讲述透彻明了,参考书是对教材的补充而不是简单的重复。《龙门专题》这套书,依据教材而不是简单地重复教材,将数学、物理、化学等学科的知识分成很多知识点、知识块,分为很多册,分别加以总结和归纳,非常适用于平时有针对性地查漏补缺和系统强化复习。

徐惊蛰:(2003年河南省高考理科第一名,高考总分697,北京大学光华管理学院金融系)

我觉得《龙门专题》这套书非常人性化,适合不同的学生根据自身情况有针对性地进行辅导学习。题目设计难度适宜,由浅入深。我当时在排列组合、电磁学等章节上学得不是很好,做题也不得心应手,而这几本龙门的参考书,讲解非常细致,不论是前面对于章节要点的总结归纳,还是后面习题的解析都比较到位,尤其是练习题的答案,像这样详尽明晰的解析是很少见的。所以这样的书比较适合在某些知识版块上学习有困难的同学,以及自学者使用。建议专题细化的同时,也可以将某知识版块的内容与相关知识点结合、联系,使学生加强综合能力,融会贯通,而不仅仅掌握本知识版块。

刘诗泽:(2005年黑龙江省高考理科第一名,现就读于北京大学元培实验班)

好的参考书必须要根据考试的方向走,围绕考试的考查重点来布局。《龙门专题》这套书正是紧跟着考试走,例如数学等科目的参考书,都在每小节后列出了相关典型考题,以进一步强化复习相关知识点。

一本好书可以改变一个人的命运!我们真诚的希望每一个学生都能学会学习,梦想成真。

《龙门专题》,走向清华北大的阶梯!

《龙门专题》编委会

2006年7月



目 录

基础篇	(1)
第一章 一元一次不等式	(1)
1.1 不等式	(1)
1.1.1 不等式的性质	(1)
1.1.2 不等式的解集	(18)
1.1.3 不等式的简单变形	(31)
1.2 一元一次不等式的解法	(41)
1.3 实际问题与一元一次不等式	(56)
中考热点题	(74)
本章小结与复习	(84)
本章验收	(89)
第二章 一元一次不等式组	(95)
2.1 一元一次不等式组的概念及其解法	(95)
2.2 一元一次不等式与一次函数	(112)
2.3 课题学习 利用不等关系分析比赛	(134)
2.4 实际问题与一元一次不等式组	(151)
中考热点题	(171)
本章小结与复习	(183)
本章验收	(188)

CONTENTS



热点、应用、综合篇	(194)
一、不等式(组)、方程(组)的综合问题	(194)
二、不等式(组)与分式、二次根式存在的条件关系问题 ...	(199)
三、一元一次不等式(组)在几何中的运用问题	(203)
四、不等式(组)与生活问题	(208)

基 础 篇

第一章 一元一次不等式

1.1 不等式

1.1.1 不等式的性质

学习指导

[考纲要求]

不等式的概念和不等式的性质是学习其他不等式的基础,同时有不少数学问题中也常有其直接和间接的应用,因此,几乎每年中考都被考查,常见题型有选择、填空、计算题.随着课改不断深入,不等式及不等式性质越来越引起人们的重视.预测未来一两年可能会出现阅读理解题、归纳猜想、自主创新方面的开放性题目.约占总分的3%~4%.

[重点聚焦]

重点:1. 认识不等量关系,用不等式表示现实生活中的不等量关系.
2. 不等式的性质的理解及初步应用.

难点:1. 把实际问题中的不等量关系抽象转化成不等式.

2. 不等式性质3的理解及初步应用.

3. 认识不等式与等式一样都能刻画现实世界的数量关系.

4. 通过观察、实验、归纳获得数学猜想,培养自主探索与合作交流的数学素质.

知识点精析与应用

知识点精析

1. 不等式的概念

用不等号表示不相等关系的式子,叫做不等式.常见的不等号有“ $>$ ”、“ $<$ ”、

“ $\geq$ ”、“ $\leq$ ”、“ $\neq$ ”.

2. 常见不等式的基本语言的意义

(1) $x > 0$, 则 x 是正数.

(2) $x < 0$, 则 x 是负数.

(3) $x \geq 0$, 则 x 是非负数.

(4) $x \leq 0$, 则 x 是非正数.

(5) $x - y > 0$, 则 x 大于 y .

(6) $x - y < 0$, 则 x 小于 y .

(7) $x \geq y$, 则 x 不小于 y .

(8) $x \leq y$, 则 x 不大于 y .

(9) $xy > 0$ 或 $\frac{x}{y} > 0$, 则 x, y 同号.

(10) $xy < 0$ 或 $\frac{x}{y} < 0$, 则 x, y 异号.

(11) x, y 都是正数, 若 $\frac{x}{y} > 1$, 则 $x > y$; 若 $\frac{x}{y} < 1$, 则 $x < y$.

(12) x, y 都是负数, 若 $\frac{x}{y} > 1$, 则 $x < y$; 若 $\frac{x}{y} < 1$, 则 $x > y$.

这些语言在今后的
解题中经常用到

3. 不等式的基本性质

(1) 不等式两边都加上(或减去)同一个数或同一个整式, 不等号方向不变, 即若 $a > b$, 则 $a + c > b + c$ ($a - c > b - c$); 若 $a < b$, 则 $a + c < b + c$ ($a - c < b - c$).

(2) 不等式两边都乘以(或除以)同一个正数, 不等号方向不变. 若 $a > b, c > 0$, 则 $ac > bc, \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$; 若 $a < b, c > 0$, 则 $ac < bc, \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.

(3) 不等式两边都乘以(或除以)同一个负数, 不等号方向改变. 若 $a > b, c < 0$, 则 $ac < bc, \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$; 若 $a < b, c < 0$, 则 $ac > bc, \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.

另外, 不等式还具有互逆性和传递性, 互逆性为: 若 $a > b$, 则 $b < a$, 若 $b < a$, 则 $a > b$; 传递性为: 若 $a > b, b > c$, 则 $a > c$.

问题探究

真的扯平了吗?

情境: 一天妈妈带小华去商店, 要买两千克糖果, 碰巧商店的电子秤坏了. 于是售货员取来一架旧天平和一只 1 千克的砝码, 但这架天平的两臂长不相等, 售货员与小华的妈妈商议后, 一致同意用下面的方法称量.

售货员将 1 千克的砝码放在左盘, 再取糖果放在右盘, 使两边平衡后, 把糖果取给

小华;然后将砝码放在右盘,再取糖果放在左盘,平衡后,又把糖果取给小华.

在回家的路上,小华问妈妈:“这样称分量足吗?”妈妈说:“这还能不足吗?交换位置称两次,多与少就扯平了”,小华觉得妈妈的话似乎有道理,但还不很明白,她想再问,又转念一想,妈妈只读过小学,于是就忍住了.

猜想:(1)问这样称量是否真的像小华妈妈说的那样扯平了(即所称分量刚好是两千克)

考证:(2)若没有扯平,是称多了还是称少了?请你用所学知识加以解释;

启迪:(3)

点拨:(1)这样做不像小华妈妈说的那样能将分量扯平.

(2)设该旧天平的左右两臂长分别为 a 和 b , 且 $a > b$, 第一次称量的糖果为 x kg. 第二次称量的糖果为 y kg, 根据题意, 得 $a \cdot 1 = b \cdot x$, $b \cdot 1 = a \cdot y$,
 $\therefore x = \frac{a}{b}$, $y = \frac{b}{a}$, $\therefore x + y = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} > 2$, 可见, 两次称量的质量大于 2 kg, 即这样称量没有扯平, 而是称多了.

(3)认识事物不能单凭主观想象, 而应该以科学态度, 运用已学的知识作缜密的计算, 然后才能得出正确的结论.

解题方法指导

1. 不等式的意义

[例 1] 下列式子中属于不等式的有 ()

- ① $3x + 5 \geq 7$; ② $2x - 5 \leq 3$; ③ $5 \neq 7$; ④ $x^2 + 1 > -7$; ⑤ $x^2 + 5 \leq y$; ⑥ $7x + 6$;
 ⑦ $3x + 5 = z$; ⑧ $\sqrt{3} > \sqrt{2}$.

A. 6 个

B. 8 个

C. 7 个

D. 5 个

[分析] 根据不等式的定义可知: 凡是不等号连接起来, 表示不相等关系的式子, 都叫不等式.

[解答] 选 A.

[说明] 常见表示不相等关系的符号有“ $>$ ”、“ $<$ ”、“ $\geq$ ”、“ $\leq$ ”、“ $\neq$ ”五种.

[例 2] 用合适的符号表示下列关系.

(1) x 与 7 的和小于 9;

(2) y 的 3 倍与 1 的差不小于 7;

(3) a 与 b 两数和的平方不大于 100;

(4) x 的 $\frac{1}{4}$ 与 x 的 5 倍的和是非负数;

(5) x 除以 3 的商加上 7, 至多为 100;

(6) a 的 40% 与 b 的 70% 的差至少为 1000;

(7) a 的 3 倍与 b 的 10 倍不等于 6;

(8) m 的平方与 n 的平方之和大于 10.

[分析] 根据各小题的文字说明, 列不等式与列等式类似, 要抓住关键字眼和各量之间数量关系. 涉及本例的关键词有: (1)“小于”; (2)“不小于”; (3)“不大于”; (4)“非负数”; (5)“至多”; (6)“至少”; (7)“不等于”; (8)“大于”.

[解答] (1) $x+7 < 9$; (2) $3y-1 \geq 7$; (3) $(a+b)^2 \leq 100$; (4) $\frac{1}{4}x+5x \geq 0$;
(5) $\frac{x}{3}+7 \leq 100$; (6) $40\%a-70\%b \geq 1000$; (7) $3a-10b \neq 6$; (8) $m^2+n^2 > 10$.

列不等式是进一步学好不等式的一个重要方面, 熟悉常见不等式基本语言的意义是列不等式的基础.

[说明] 不等式是表示代数式之间的不相等的关系, 与等式表示相等关系相对应, 研究不等式, 列不等式的重点是抓关键词, 弄清不相等关系.

[例 3] 联系生活实际, 列举出几个不等关系的例子.

[分析] 在我们的生活周围事事处处都存在不等关系, 只要合理, 均为正确答案.

[解答] 仅举四个例子:

(1) 哥哥的身高 h_1 比我的身高 h_2 大些, 可表示为 $h_1 > h_2$;

关键字“大”

(2) 爸爸的体重 G_1 不会超过我的体重 G_2 , 可表示为 $G_1 \leq G_2$;

“不会超过”就是“ $\leq$ ”

(3) 小明的视力为 a , 小越的视力为 b , 他们的视力之和不小于 2.8, 可表示为 $a+b \geq 2.8$;

“不小于”就是“ $\geq$ ”的意思

(4) 小越的年龄 x 与小波的年龄 y 之差不是正数, 可表示为

$$x - y \leq 0.$$

列不等式与列等式在方法上是类似的,但在表示时有较大的区别,列等式的“另一面”只有一种情况,而列不等式的“另一面”一般有两种情况,如:不是“正数”的另一面是“零”和“负数”,不是“负数”的另一面是零和正数

[说明] 我们的生活周围,既存在相等关系,同样也存在不相等关系,学不等式也是为生活服务的.

2. 不等式的基本性质

[例4] 用不等号填空,并简要说明理由.

(1) 若 $a \geq b$, 则 $2a$ _____ $a + b$;

(2) 若 $-\frac{1}{2}a \leq 2$, 则 a _____ -4 ;

(3) 若 $a \leq b$, 则 $-1 + 2a$ _____ $-1 + 2b$;

(4) 若 $a > b$, 则 $-ac^2$ _____ $-bc^2$.

[分析] (1) 将不等式 $a \geq b$ 两边同时加上 a , 不等号方向不变;

(2) 将不等式 $-\frac{1}{2}a \leq 2$ 两边同时乘以 -2 (或除以 $-\frac{1}{2}$), 不等号的方向改变;

(3) 将不等式 $a \leq b$ 两边同乘以 2 , 然后加上 -1 , 不等号的方向不变;

(4) 将不等式 $a > b$ 两边同时乘以 $-c^2$, $c^2 \geq 0$, $-c^2 \leq 0$, 所以不等号的方向改变或者 $-ac^2 = -bc^2$ (当 $c = 0$ 时).

[解答] (1) $\geq$ $\because a \geq b, \therefore a + a \geq a + b$, 即 $2a \geq a + b$; 依据不等式的性质 1.

(2) $\geq$ $\because -\frac{1}{2}a \leq 2$, 不等式左右两边同时乘以 -2 , 得 $a \geq -4$; 依据不等式性质 3.

(3) $\leq$ $\because a \leq b$, 则 $2a \leq 2b$, $\therefore -1 + 2a \leq -1 + 2b$; 依据不等式的性质 1, 2.

(4) $\leq$ $\because c^2 \geq 0, \therefore -c^2 \leq 0$, 而 $a > b, \therefore -ac^2 \leq bc^2$; 依据不等式性质 3.

[说明] 解此题的关键是先观察不等号的左、右两边是原不等式进行了怎样的变形得来的. 然后依据不等式的三条基本性质决定不等号是否要改变方向.

[例5] 说理题:

(1)由甲图到乙图的过程(如图 1.1.1-1)

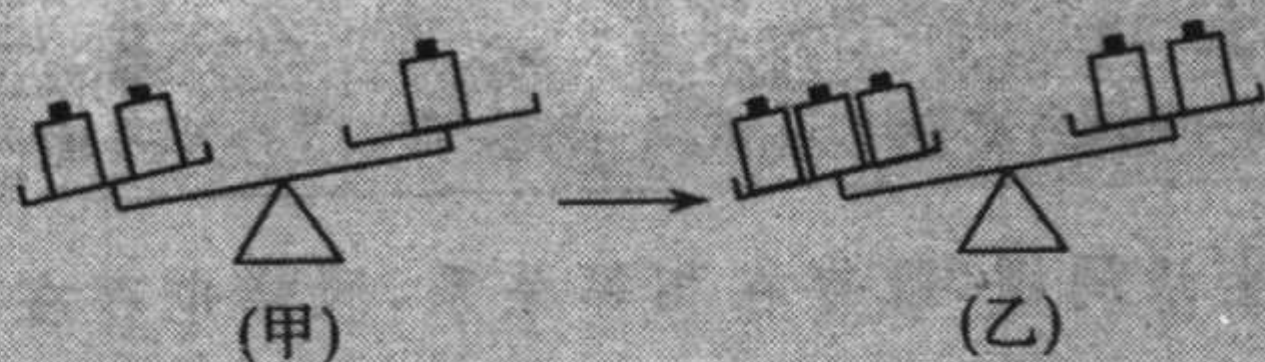


图 1.1.1-1

(2)(按 100 分制记分)小越期中考试 100 分,小军只考 90 分.易知,小越的考试成绩比小军高.若均按 120 分制记分,小越的成绩仍比小军高.

[分析] 用不等式的基本性质解释生活中的数量关系,关键要弄清数量前后发生了什么变化.

[解答] (1)观察甲图到乙图的过程,体现的是“不等式两边加(或减)同一个数(或式子),不等号的方向不变”,即不等式的性质 1.

(2)都按 120 分制记分的意思是:小越的分数 $100 \times 1.2 = 120$ 分,小军的分数 $90 \times 1.2 = 108$ 分.可知小越的分数仍高于小军的分数.根据不等式的性质 2,按 120 分制计算,小越的成绩仍比小军好.

[说明] 用已学的知识解释生活中的现象,体现了数学来源于实践,反过来服务实践,体现学数学、用数学的价值.

3. 不等式及其性质的综合题

[例6] 有理数 m, n 在数轴上的位置如图 1.1.1-2 所示,试判断代数式 $\frac{|m+n|}{m-n}$ 的符号.

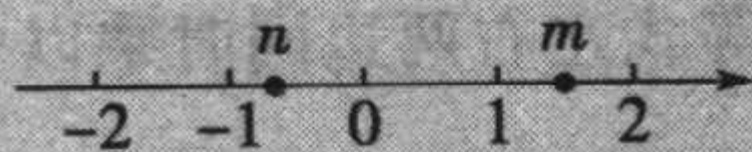


图 1.1.1-2

[分析] 首先分析出 m, n 的符号,然后判断 $|m+n|$ 和 $m-n$ 的符号,即可找到问题的答案.

[解答] 根据数轴可知, $n < 0$ 且 $n > -1$; $m > 0$, 且 $m > 1$

$$\therefore m-n > 0, m+n > 0$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{|m+n|}{m-n} > 0$$

两数相除, 同号得正

即 $\frac{|m+n|}{m-n}$ 的符号为正.

[说明] 本例运用了数形结合的思想方法,解此类问题的方法是先结合图形确定字母的取值范围,再作解答.

[例7] “两个数量的大小可以通过它们的差来判断.如果两个数 a 和 b 比较大小,那么

当 $a > b$ 时,一定有 $a - b > 0$; 当 $a = b$ 时,一定有 $a - b = 0$;

当 $a < b$ 时,一定有 $a - b < 0$.

反过来也对,即

当 $a - b > 0$ 时,一定有 $a > b$; 当 $a - b = 0$ 时,一定有 $a = b$;

当 $a - b < 0$ 时,一定有 $a < b$.

因此,我们经常把两个要比较的对象先数量化,再求它们的差,根据差的正负判断对象的大小.”

根据上述结论,试比较 $x^4 + 3x^2 + 2$ 与 $x^4 + 2x^2 + 2$ 的大小.

[分析] 根据材料提供的信息可知,要比较两个数的大小,可以先求差.看差的正负来确定原来两个数的大小.故要比较 $x^4 + 3x^2 + 2$ 与 $x^4 + 2x^2 + 2$ 的大小,则可先求它们的差,然后对差进行分类讨论,从而找到正确的答案.

[解答] $(x^4 + 3x^2 + 2) - (x^4 + 2x^2 + 2)$ 多项式相减,别忘了添括号

$= x^4 + 3x^2 + 2 - x^4 - 2x^2 - 2$ 去括号法则

$= x^2$

若 $x = 0$ 时, $x^2 = 0$, 那么 $x^4 + 3x^2 + 2 = x^4 + 2x^2 + 2$;

当 $x \neq 0$ 时, $x^2 > 0$, 那么 $x^4 + 3x^2 + 2 > x^4 + 2x^2 + 2$.

[说明] 用比差法比较两个多项式的大小,是常用的方法,要注意掌握.

[例8] 2004年1月20日,湖北省武穴市石佛寺镇发生高致病性禽流感,疫情发生后,党中央和国家领导人高度重视,温家宝总理亲赴疫情一线指挥扑疫工作,为防止疫情的进一步扩散,对疫点3公里以内的53711只禽类全部捕杀,对3公里以外5公里以内的14万只禽类进行紧急预防接种,对疫点及周边3公里以内住户的畜禽生产场地进行消毒,为免除农户的后顾之忧,国家规定,对按规定捕杀的家禽给予合理的补偿,对家禽强制免疫实行免费,给一只家禽预防接种需费用1.5元,对周边环境消毒共用资金不多于90万元,武穴市用于此次疫情的总资金为200万元,设对按规定捕杀的禽类每只赔给农户 x 元,列出反映题意的不等式.