

● 浙江省中等职业教育教材配套复习用书

◆ 上海东方激光教育文化有限公司 组编

(配高教版)

浙江中职导学与同步训练 ● 第一册

数 学

(高一上学期)

中国三峡出版社

浙江省中等职业教育教材配套复习用书

● 上海东方激光教育文化有限公司 组编

浙江中职数学与同步训练 (配高教版)
第一册

数 学

(高一上学期)

主 编 羊国锋

编 者 余小琴 许根锡

夏建镐 赵春华

中国三峡出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

浙江省中职导学与同步训练. 第一册: 高教版

/ 上海东方激光教育文化有限公司 组编.

— 北京: 中国三峡出版社, 2005. 9

ISBN 7-80099-911-4

I. 浙… II. 上… III. 课程-专业学校-教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 097365 号

中国三峡出版社出版发行

(北京市海淀区太平路 23 号院 12 号楼 100036)

电话: (010) 68218553 51933037

<http://www.e-zgsx.com>

E-mail: sanxiaz@sina.com

上海交大印务有限公司印制 新华书店经销

2005 年 11 月第 1 版 2005 年 11 月第 1 次印刷

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 56 字数: 1344 千字

ISBN 7-80099-911-4 定价: 78.00 元 (全八册)

前言

为了适应中等职业教育教学改革和新形势的发展需要,全面推进素质教育,认真贯彻教育部颁布的中等职业学校课程教学大纲的精神,我们组织了一批具有丰富实践经验和熟悉教学一线实际情况的教研员和骨干教师,编写了这套中等职业教育教材配套复习用书,旨在对教材的学习内容进行系统的梳理、提炼,并通过同步精练、期中测试、期末测试,及时巩固、加强已学的知识,把握教材的知识点,促进学生知识系统的形成,提高学生分析问题和解决问题的能力。

本套丛书旨在为教师的教学和检测提供实用的材料,为学生消化所学内容及时提供巩固训练,特别是为有志参加浙江省高等职业技术教育招生考试(单考单招)的学生提供具有系统性、针对性的学习资料。

《导学与同步训练(配高教版)——数学》是梳据高等教育出版社最新的数学教材编写,每册编写复习用书一册和测试卷一册。

《导学与同步训练(第一册)——数学》按章编写,分为【知识要点】、【例题解析】、【同步精练】三个版块:

【知识要点】主要列出每一部分的要点和重点,有利于学生在预习复习时有目标可循,使学生可以具体、有针对性地专攻某些知识。

【例题解析】对教材中每课出现的重点、难点以例题的形式进行考查,认真归纳、着力讲解考试中经常出现的相关要点、重点,力求使学生吃透相关知识,提高学生分析问题的能力。

【同步精练】包括三类题型(选择题、填空题、解答题),训练内容与当前教材、考纲紧密联系,能让学生在不知不觉中提高数学水平,应试能力也可得到较大幅度提升。同时老师也可把本书当作随堂练习,及对检测学生掌握的程度。

书后附有参考答案,目的是帮助学生能更好地掌握、理解所做的试题。

本书与《导学与同步训练(第一册)——数学阶段综合测试卷》配套使用,目的在于帮助学生系统复习、巩固和掌握基础知识和基本技能。

本书由羊国辉主编,参加编写的有余小琴、许根锡、夏建锡、赵卷华等老师。由于时间紧迫,书中难免存在一些不足,恳请广大师生批评指正,以便我们不断完善。

编者

E-mail: 0571donghang@sina.com

2005年9月

目 录

第一章 集合与逻辑用语

一 集 合

1.1 集合与元素	1
1.2 集合的表示方法	3
1.3 集合之间的关系	6
1.4 交 集	8
1.5 并 集	10
1.6 补 集	12

二 逻辑用语

1.7 命题、且、或、非	15
1.8 如果…那么,必要条件与充分条件、等价	18

章综合测试卷	20
--------------	----

第二章 不等式

一 不等式的性质

2.1 比较实数大小的方法	23
2.2 不等式的性质	25

二 不等式的解法

2.3 解一元二次不等式的分解因式法	27
2.4 线性分式不等式	28
2.5 含有绝对值的不等式	31

* 三 不等式的证明

* 2.6 不等式的证明——均值定理	34
--------------------------	----

章综合测试卷	37
--------------	----

期中测试卷	39
-------------	----

第三章 函数的概念和性质

一 映射与函数

3.1—3.2 映射与函数	43
3.3 函数的三种表示法	45

二 函数的性质

3.4 函数的单调性	48
3.5 函数的奇偶性	50
3.6 反函数	52

3.7 利用平移研究函数的性质	54
三 一元二次函数及其应用	
3.8 一元二次函数的性质和图像	57
3.9 解一元二次不等式的图像法	59
3.10 用待定系数法求函数的解析式	62
3.11 函数的实际应用	64
章综合测试卷	68
第四章 指数函数和对数函数	
一 指数概念的推广	
4.1 分数指数幂(一)	71
分数指数幂(二)	73
分数指数幂(三)	74
4.2 实数指数幂的运算法则	76
二 幂函数	
4.3 幂函数举例	78
三 指数函数	
4.4 指数函数的性质和图像(一)	79
指数函数的性质和图像(二)	81
4.5 指数增长与指数衰减	83
四 对数函数	
4.6 对数的概念与计算(一)	86
对数的概念与计算(二)	88
对数的概念与计算(三)	90
4.7 对数函数(一)	93
对数函数(二)	95
章综合测试卷	98
期末测试卷	101
参考答案	105
打击盗版 举报有奖	126

第一章 集合与逻辑用语

— 集 合

1.1 集合与元素

【知识要点】

1. 集合的概念

由一些确定事物组成的整体,叫做集合.集合中每一个对象叫做集合的一个元素.

2. 集合与元素的关系

(1) 如果 a 是集合 A 中的元素,就说 a 属于 A ,记作 $a \in A$.

(2) 如果 b 不是集合 A 中的元素,就说 b 不属于 A ,记作 $b \notin A$.

3. 集合元素的三个特性

(1) 确定性:对于一个给定的集合,任何一个对象要么是这个集合中的元素,要么不是它的元素,两者必居其一.

(2) 互异性:集合中的元素不允许重复,相同的对象归入集合中,只能算作一个元素.

(3) 无序性:集合与其中元素的排列次序无关.

4. 常用数集及其记法

自然数集 N (0 是自然数);整数集 Z ;有理数集 Q ;实数集 R .

5. 空集

不含有任何元素的集合叫做空集,用符号 $\emptyset$ 表示.

6. 有限集和无限集

(1) 有限集:含有有限个元素的集合叫有限集.

(2) 无限集:含有无限个元素的集合叫无限集.

【例题解析】

【例 1】 考察下列每组对象是否构成一个集合:

(1) 所有的好人;

(2) 不超过 20 的非负数;

(3) 高一(1)班全体女生;

(4) 高个于的人.

【分析】 某些对象是否构成集合,要看这些对象是否确定.对于集合 A 和某一对象 x , $x \in A$,或者 $x \notin A$,两者必居其一.

【解】 (1)“所有的好人”无明确的标准,对于某个人是否是“好人”无法客观地判断,因此(1)不能构成集合.类似地(4)也不能构成集合.

(2) 任给一个实数 x ,可以明确地判断是不是“不超过 20 的非负数”,故“不超过 20 的非负数”能构成集合;类似地(3)也能构成集合.

【例 2】 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

(1) 3.14 Q ; (2) π Q ; (3) 0 Z ;

(4) $0 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$; (5) $\sqrt{2} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$; (6) $\sqrt{2} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{R}$.

【解】 (1) $\in$; (2) $\notin$; (3) $\in$; (4) $\in$; (5) $\notin$; (6) $\in$.

【点评】 本题主要考察元素和集合之间的关系,元素在集合里,就用 $\in$,元素不在集合里,就用 $\notin$,当然需要熟记常用数集的字母表示.

【同步精练】

基础题

一、选择题

1. 下列说法中,能表示集合的是 ()

- A. 一切很大的数
B. 某中学的大胖子
C. 大于 -2 的实数
D. 聪明的人

2. 下列表示方法不正确的是 ()

- A. $0 \notin \mathbf{N}$
B. $0 \notin \mathbf{N}_+$
C. $0 \in \mathbf{Q}$
D. $0 \notin \emptyset$

3. 下面有四个问题,正确的个数有 ()

- (1) 集合 $\mathbf{N}$ 中最小数 1
(2) $a \in \mathbf{N}, b \in \mathbf{N}$, 则 $a+b \in \mathbf{N}$
(3) $-a \notin \mathbf{N}$, 则 $a \in \mathbf{N}$
(4) 所有小的正数组成一个集合

- A. 0 个
B. 1 个
C. 2 个
D. 3 个

4. 已知集合 $M = \{\text{大于 } -2 \text{ 且小于 } 1 \text{ 的实数}\}$, 则下列关系式正确的是 ()

- A. $\sqrt{5} \in M$
B. $0 \notin M$
C. $1 \in M$
D. $-\frac{1}{2} \in M$

5. 下列集合中为有限集的是 ()

- A. 方程 $x^2 = 1$ 的解
B. 大于 4 的自然数的全体
C. 不等式 $x > 3$ 的实数解
D. 周长为 12 的三角形的全体

6. 若 $\{x, 1\}$ 表示一个集合, 则 ()

- A. $x \neq 0$
B. $x \neq -1$
C. $x \neq 1$
D. $x = 1$

二、填空题

7. 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空:

(1) $0 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$; (2) $\frac{1}{3} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$; (3) $-3 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Z}$;

(4) $1 \underline{\hspace{1cm}} \emptyset$; (5) $\sqrt{2} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$; (6) $\sqrt{2} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{R}$.

8. 写出下面集合中的元素

- (1) 方程 $2x+1=0$ 的解 $\underline{\hspace{2cm}}$;
(2) 小于 5 的自然数 $\underline{\hspace{2cm}}$;
(3) 英文的元音字母 $\underline{\hspace{2cm}}$;
(4) 大于 -3 且小于 3 的整数 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 若 a 是 $\mathbf{R}$ 的元素, 但不是 $\mathbf{Q}$ 中的元素, 则 a 可以是_____ (请任举一数).

三、解答题

10. 求集合 $\{a, a^2 - a\}$ 中元素 a 所满足的条件.

11. 设 $-3 \in \{x - 2, 2x^2 + 5x, 12\}$, 求 x .

12. 对于集合 $A = \{2, 4, 6\}$, $a \in A, 6 - a \in A$, 求 a .

提高题

已知集合 A 是方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 的解, a 为实数.

- (1) 若 A 是空集, 求 a 的取值范围;
- (2) 若 A 是单元素集, 求 a 的取值范围;
- (3) 若 A 有两个元素, 求 a 的取值范围.

1.2 集合的表示方法

【知识要点】

1. 列举法

把集合的元素一一列举出来, 把它们写在大括号内. 如方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的解集是 $\{2, 3\}$.

2. 性质描述法

把集合中所包含元素的共同特性, 用描述性短语或数学表达式写在大括号内. 如方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的解集是 $\{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$ 或 $\{x \mid x = 2 \text{ 或 } x = 3\}$.

【例题解析】

【例 1】 用列举法表示下列集合:

- (1) 大于 -1 且小于 4 的整数组成的集合;

(2) 方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的解集;

【分析】 根据列举法的定义, 只要将集合中的元素一一列举出来, 把它们写在大括号内.

【解】 (1) $\{0, 1, 2, 3\}$; (2) $\{-1, 3\}$.

【例 2】 用性质描述法表示下列集合:

(1) 大于 -1 且小于 4 的整数组成的集合; (2) 全体奇数组成的集合.

【解】 (1) $\{x \in \mathbf{Z} \mid -1 < x < 4\}$; (2) $\{x \mid x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$.

【点评】 (1) 中要注意 $x \in \mathbf{Z}$ 不要漏写; (2) 中要注意 $k \in \mathbf{Z}$ 这个范围, 奇数可分为正奇数和负奇数, 若 $k \in \mathbf{N}$ 则表示的是正奇数的集合.

【同步精练】

基础题

一、选择题

1. 下列叙述中正确的是 ()

A. 不大于 1 的实数集是 $\{x \mid x \leq 1, \text{且 } x \in \mathbf{R}\}$

B. 空集的表示为 $\{\emptyset\}$

C. 小于 3 的自然数集为 $\{1, 2\}$

D. 偶数的集合 $\{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{N}\}$

2. 已知集合 $A = \{x \mid -3 < x < 3, \text{且 } x \in \mathbf{N}\}$, 则 A 用列举法表示为 ()

A. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

B. $\{0, 1, 2\}$

C. $\{1, 2\}$

D. $\{-2, -1, 1, 2\}$

3. 集合 $\{1, 2\}$ 可用性质描述法表示为 ()

A. $\{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$

B. $\{x \mid 0 < x < 3\}$

C. $\{x \mid -1 < x < 3, \text{且 } x \in \mathbf{Z}\}$

D. $\{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$

4. 下列各式中错误的是 ()

A. $-3 \in \{x \mid x = 2k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$

B. $3 \notin \mathbf{Q}$

C. $\{x \mid -5 < x < 5, \text{且 } x \in \mathbf{N}\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

D. $0 \notin \emptyset$

5. 若 $A = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x \mid x = 2k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$ 又 $a \in A, b \in B$, 则 ()

A. $a + b \in B$

B. $a + b \in A$

C. $ab \in B$

D. $a - b \in A$

6. 下列集合中表示空集的是 ()

A. $\{x \mid x + 5 = 0\}$

B. $\{x \mid x + 5 > 0\}$

C. $\{x \mid x^2 = 0\}$

D. $\{x \mid x^2 + x + 1 = 0, \text{且 } x \in \mathbf{R}\}$

二、填空题

7. 集合 $A = \{x \mid -1 < x < 4, \text{且 } x \in \mathbf{N}\}$, 用列举法表示为_____.

8. 用“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

(1) 若 $A = \{x \mid x^2 = x\}$ 则 -1 _____ A ;

(2) 若 $B = \{x \mid 1 \leq x \leq 10, \text{且 } x \in \mathbf{N}\}$, 则 8 _____ B .

9. 用列举法表示不等式组 $\begin{cases} 2x+4 > 0 \\ 1+x \geq 2x-1 \end{cases}$ 的整数解集合为_____.

三、解答题

10. 用列举法表示下列集合:

(1) {15 的正约数}; (2) {不大于 10 的非负偶数}.

11. 用性质描述法表示下列集合:

(1) 正偶数集合; (2) 被 3 除余 1 的自然数的集合.

12. 把下列集合用另一种方法表示出来:

(1) {1, 5}; (2) $\{x \mid x^2 + x - 1 = 0\}$; (3) {2, 4, 6, 8}.

提高题

已知集合 $A = \{x, xy, xy - 1\}$, 其中 $x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}, y \neq 0$ 若 $0 \in A$, 求 A 及 A 中元素之和.

1.3 集合之间的关系

【知识要点】

1. 子集

对于两个集合 A 和 B , 如果集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素, 那么 A 叫做 B 的一个子集, 记作 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$, 读作“ A 包含于 B ”或者“ B 包含 A ”.

性质: $A \subseteq A$; $\emptyset \subseteq A$; 如果 $A \subseteq B, B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$.

2. 真子集

如果集合 A 是集合 B 的一个子集, 并且 B 至少有一个元素不属于 A , 那么 A 叫做 B 的一个真子集, 记作 $A \subsetneq B$ 或 $B \supsetneq A$.

性质: 空集 $\emptyset$ 是任何非空集合的真子集.

3. 集合相等

如果集合 A 与集合 B 的元素完全一样, 那么称 A 与 B 相等, 记作 $A = B$.

性质: 如果 $A \subseteq B, B \subseteq A$, 则 $A = B$.

【例题解析】

【例 1】用适当的符号($\in, \notin, \subseteq, \supseteq, =$)填空

- (1) a _____ $\{a, b, c\}$; (2) $\{a\}$ _____ $\{a, b, c\}$; (3) $\{a, b\}$ _____ $\{b, a\}$;
(4) d _____ $\{a, b, c\}$; (5) $\{2, 4, 6, 8\}$ _____ $\{2, 8\}$; (6) $\emptyset$ _____ $\{1, 2, 3\}$.

【分析】 $\in, \notin$ 是表示元素与集合之间关系的, $\supseteq, \subseteq, =$ 是表示集合与集合之间关系的. $\emptyset$ 是任何非空集合的真子集.

【解】(1) $\in$; (2) $\subseteq$; (3) $=$; (4) $\notin$; (5) $\supseteq$; (6) $\subseteq$.

【例 2】写出集合 $\{1, 2\}$ 的所有子集, 并指出其中哪些是它的真子集.

【分析】可根据子集的定义与两条性质: $A \subseteq A$; $\emptyset \subseteq A$.

【解】集合 $\{1, 2\}$ 的所有子集是 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$; 真子集是 $\emptyset, \{1\}, \{2\}$.

【点评】若集合 A 有 n 个元素, 那么它有 2^n 个子集, 有 $2^n - 1$ 个真子集.

【同步精练】

基础题

一、选择题

1. 在下列所给出的命题中正确的个数是 ()

① 空集没有子集; ② 空集是任何一个集合的真子集; ③ 任何一个集合必有两个或两个以上的子集; ④ 空集的元素个数为零.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 在下列各式中, 其中错误的个数是 ()

① $1 \in \{0, 1, 2\}$; ② $\{1\} \in \{0, 1, 2\}$; ③ $\{0, 1, 2\} \subseteq \{0, 1, 2\}$; ④ $\emptyset \subsetneq \{0, 1, 2\}$; ⑤ $\{0, 1, 2\} = \{2, 0, 1\}$.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. $\{0\}$ 与空集 $\emptyset$ 的关系是 ()

- A. $\{0\} \subseteq \emptyset$ B. $\{0\} \in \emptyset$ C. $\{0\} = \emptyset$ D. $\{0\} \supseteq \emptyset$

4. 如果 $A = \{x \mid x > -1\}$, 那么 ()
 A. $0 \subseteq A$ B. $\{0\} \in A$ C. $\emptyset \in A$ D. $\{0\} \subseteq A$
5. 设集合 $A = \{x \mid x \leq 5\}$, $a = 3$, 那么下列关系正确的是 ()
 A. $a \subseteq A$ B. $a \in A$ C. $a \notin A$ D. $\{a\} \in A$
6. 集合 $A = \{0, 1, 2\}$ 的真子集个数为 ()
 A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

二、填空题

7. 选用适当的符号($\in$, $\notin$, $\subseteq$, $\supseteq$, $=$) 填空.

(1) $\{x \mid x - 6 = 0\}$ _____ $\{6\}$; (2) $\{3, 4, 5\}$ _____ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;

(3) 2 _____ $\{2, 3, 4\}$; (4) $\{x \mid x = -3\}$ _____ $\emptyset$.

8. 若 $\{a, 0, 1\} = \{c, \frac{1}{b}, -1\}$ 则 $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____.

9. 已知 $A = \{\text{菱形}\}$, $B = \{\text{正方形}\}$, $C = \{\text{平行四边形}\}$, 那么 A, B, C 的关系是 _____.

三、解答题

10. 设 $A = \{a, b, c\}$, 写出 A 的所有子集, 并且指出哪些是真子集.

11. 若集合 $\{1, 2\} \subsetneq A \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$, 求 A .

12. 若集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, a\}$, 若 $A \supseteq B$, 求 a .

提高题

1. $A = \{x \mid 1 \leq x < 4\}$, $B = \{x \mid x < a\}$, 若 $A \subseteq B$, 求 a 的取值范围.

2. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 + x - 6 = 0\}$, $B = \{x \mid mx - 1 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 m 的取值集合.

1.4 交 集

【知识要点】

1. 交集

一般地, 给定了两个集合 A 与 B , 由既属于 A 又属于 B 的所有元素组成的集合, 称为 A 与 B 的交集, 记作 $A \cap B$, 读作“ A 交 B ”. 即 $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$

2. 性质

$$A \cap B = B \cap A; A \cap A = A; A \cap \emptyset = \emptyset;$$

$$A \cap B \subseteq A; A \cap B \subseteq B; A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B.$$

【例题解析】

【例 1】 已知集合 $A = \{x \mid x > 0\}$, $B = \{x \mid x < 3\}$, 求 $A \cap B$.

【分析】 可借助数轴, 将 A, B 表示在数轴上, 交集即公共部分.

【解】 $A \cap B = \{x \mid x > 0 \text{ 且 } x < 3\} = \{x \mid 0 < x < 3\}$.

【例 2】 已知集合 $M = \{(x, y) \mid x + y = 2\}$, $N = \{(x, y) \mid x - y = 4\}$, 求 $M \cap N$.

【分析】 本题中就是方程组 $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 4 \end{cases}$ 的解组成的集合, 另外要弄清集合中元素的表示形式.

【解】 $M \cap N = \{(x, y) \mid x + y = 2 \text{ 且 } x - y = 4\} = \{(3, -1)\}$.

【例 3】 已知关于 x 的方程 $3x^2 + px - 7 = 0$ 的解集为 A , 方程 $3x^2 - 7x + q = 0$ 的解集为 B , 若 $A \cap B = \{-\frac{1}{3}\}$, 求 p, q 的值.

【分析】 $A \cap B$ 的元素都是 A, B 中的元素, $\therefore A \cap B = \{-\frac{1}{3}\}$, $\therefore -\frac{1}{3} \in A$, $-\frac{1}{3} \in B$. $\therefore -\frac{1}{3}$ 满足 A 中的方程, $-\frac{1}{3}$ 满足 B 的方程, 代入即可求得 p, q 的值.

【解】 $\because A \cap B = \{-\frac{1}{3}\}$, $\therefore -\frac{1}{3} \in A, -\frac{1}{3} \in B$,

$$\therefore 3(-\frac{1}{3})^2 + p(-\frac{1}{3}) - 7 = 0, 3(-\frac{1}{3})^2 - 7(-\frac{1}{3}) + q = 0,$$

$$\therefore p = -20, q = -\frac{8}{3}.$$

【同步精练】

基础题

一、选择题

- 集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()
 A. $\emptyset$ B. $\{1, 4\}$ C. $\{2, 3\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$
- 集合 $A = \{x \mid x < 5, \text{且 } x \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x \mid x > 1, \text{且 } x \in \mathbf{N}\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()
 A. $\{1, 2, 3, 4\}$ B. $\{2, 3, 4\}$
 C. $\{2, 3\}$ D. $\{x \mid 1 < x < 5, \text{且 } x \in \mathbf{R}\}$
- 集合 $A = \{x \mid -4 \leq x < 2\}$, $B = \{x \mid -1 < x \leq 3\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()
 A. $\{x \mid 2 < x \leq 3\}$ B. $\{x \mid -1 < x < 2\}$
 C. $\{x \mid -1 < x \leq -4\}$ D. $\{x \mid -4 < x \leq 3\}$
- $M = \{\text{平行四边形}\}$, $N = \{\text{梯形}\}$, 则 $M \cap N$ 等于 ()
 A. M B. N C. $\{\text{平行四边形}\}$ D. $\emptyset$
- 已知集合 $M = \{(x, y) \mid 2x + y = 3\}$, $N = \{(x, y) \mid 2x - y = 1\}$, 则 $M \cap N$ 等于 ()
 A. $\{1, 1\}$ B. $\{1\}$ C. $\{(1, 1)\}$ D. $\emptyset$
- 已知集合 $M = \{(x, y) \mid xy > 0\}$, $N = \{(x, y) \mid x > 0 \text{ 且 } y > 0\}$, 则 $M \cap N$ 等于 ()
 A. M B. N C. $\emptyset$ D. 以上都不对

二、填空题

- $A = \{x \mid -1 \leq x < 2\}$, $B = \{x \mid -1 < x \leq 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
- $\{3, 4, 2m\} \cap \{2, -3\} = \{-3\}$, 则 $m =$ _____.
- 已知 $M = \{x \mid x \leq -1\}$, $N = \{x \mid x > a\}$, 若 $M \cap N \neq \emptyset$, 则 a 满足条件的取值范围是 _____.

三、解答题

- 设 $A = \{x \mid 2x^2 + px + q = 0\}$, $B = \{x \mid 6x^2 + 2px + 5 + q = 0\}$, 若 $A \cap B = \{\frac{1}{3}\}$, 求 p, q 的值.

11. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, 集合 B 满足下列条件, $B \subseteq A$, $1 \in A \cap B$, $4 \notin A \cap B$, 写出 B 的所有可能情况.

12. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{x \mid mx - 1 = 0\}$, 若 $A \cap B = B$, 求实数 m 所构成的集合, 并写出 M 的所有子集.

提高题

$A = \{y \mid y = x + 2, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y \mid y = x^2 - 2x - 8, x \in \mathbf{R}\}$, 求 $A \cap B$.

1.5 并 集

【知识要点】

1. 并集

一般地, 给定了两个集合 A 与 B , 集合 A 与集合 B 的所有元素组成的集合, 称为 A 与 B 的并集, 记作 $A \cup B$, 读作“ A 并 B ”, 即 $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

2. 性质

$$A \cup B = B \cup A; A \cup A = A; A \cup \emptyset = A;$$

$$A \cup B \supseteq A; A \cup B \supseteq B; A \cup B = A \Leftrightarrow A \supseteq B.$$

【例题解析】

【例】 求下列集合的并集

- (1) $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}$;
 (2) $A = \{a, b, c, d\}, B = \{b, c, e, f\}$;
 (3) $A = \{x \mid x+1 < 0\}, B = \{x \mid x-2 > 0\}$;
 (4) $A = \{x \mid -1 < x < 2\}, B = \{1 < x < 3\}$.

【分析】 (1)、(2) 根据并集的定义, 即求所有元素, 注意 $A \cup B$ 中只能出现一次 A 与 B 的公共元素; (3)(4) 可借助数轴, 但要正确把握交集和并集的区别.

- 【解】** (1) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$;
 (2) $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$;
 (3) $A \cup B = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$;
 (4) $A \cup B = \{x \mid -1 < x < 3\}$.

【同步精练】

基础题

一、选择题

1. 集合 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}$, 则 $A \cup B$ 等于 ()
 A. $\emptyset$ B. $\{1, 4\}$ C. $\{2, 3\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$
 2. 集合 $M = \{x \mid x^2 - x - 6 = 0\}, N = \{x \mid x^2 - 3x = 0\}$, 则 $M \cup N$ 等于 ()
 A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{0, 3, -2\}$ C. $\{0, 1, 3, 6\}$ D. $\{3\}$
 3. 若 $A = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}, B = \{x \mid x = 2k-1, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cup B$ 等于 ()
 A. $\mathbb{Z}$ B. $\mathbb{N}$ C. $\emptyset$ D. $\mathbb{R}$
 4. 已知集合 M, P , 满足 $M \cup P = M$, 则一定有 ()
 A. $M = P$ B. $M \supset P$ C. $M \cap P = P$ D. $M \subseteq P$
 5. $M \cup N = \emptyset$, 则 ()
 A. $M = \emptyset, N \neq \emptyset$ B. $M \neq \emptyset, N = \emptyset$
 C. $M = \emptyset, N = \emptyset$ D. $M \neq \emptyset, N \neq \emptyset$
 6. 满足条件 $\{1, 3\} \cup A = \{1, 3, 5\}$ 的所有集合 A 的个数是 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

7. 设集合 M 有 12 个元素, 集合 N 有 15 个元素, $M \cup N$ 有 20 个元素, 则 $M \cap N$ 有 _____ 个元素.
 8. 集合 $A = \{\text{平行四边形}\}, B = \{\text{矩形}\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
 9. 集合 $A = \{x \mid -1 \leq x < 2\}, B = \{x \mid -1 < x \leq 3\}$ 则 $A \cup B =$ _____.

三、解答题

10. $S = \{x \mid x \leq 3\}, T = \{x \mid x < 1\}$, 求 $S \cup T$, 并在数轴上表示出来.