

Chuzhong Shuxue Xuesheng Zizhuxing Kewaihuodong Sheji

初中数学

学生自主性课外活动设计

忻再义 主编

我知道我
戴的帽子是
什麼顏色了。

?



上海教育出版社



责任编辑 王耀东

封面设计 RED PHOTO

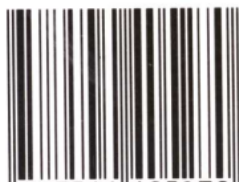


作者简介

忻再义 1965年毕业于复旦大学数学系。长期从事中学数学教学工作。1980年起任上海市卢湾区教师进修学院数学教研员。1987年被首评为中学高级教师，1996年被评为中国数学奥林匹克高级教练，1999年被评为上海市特级教师，2002年经卢湾区教育局批准，成立“卢湾区忻再义名师工作室”。

忻再义曾参加过上海市中学数学教材的编写工作，并主持高中数学教材的修改和试点工作。由他主编和参加编写的著作有《高中数学学习导引》（上海教育出版社），《特级教师教数学（高三年级）》，《数学同步分层导学（高二年级）》等数十余册，并在《数学教学》等杂志上发表论文十余篇。由他主持的课题《关于开展初中数学学生自主性学习活动的研究》被上海市数学教学专业委员会评为市一等奖，并被全国数学教学专业委员会评为全国二等奖。本书为该课题的研究成果。

ISBN 7-5444-0527-3



9 787544 405270 >

易文网: www.ewen.cc

定 价: 8.00 元

图书在版编目(CIP)数据

初中数学学生自主性课外活动设计 / 忻再义主编.
上海:上海教育出版社,2006.3
ISBN 7-5444-0527-3

I. 初... II. 忻... III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 018203 号

初中数学学生自主性课外活动设计

忻再义 主编

上海世纪出版股份有限公司出版发行
上海教育出版社

易文网: www.ewen.cc

(上海永福路 123 号 邮编:200031)

各地新华书店经销 上海市北书刊印刷有限公司印刷

开本 787×1092 1/32 印张 4.75 字数 96,000

2006 年 3 月第 1 版 2006 年 3 月第 1 次印刷

印数 1—4,000 本

ISBN 7-5444-0527-3/G·0407 定价:8.00 元

(如发生质量问题,读者可向工厂调换)

序 言

忻再义老师发来一份电子邮件,容量很大.打开一看,原来是一部书稿.只看目录,就知道这不是一般的“考试辅导书”,而是花大力气编写的中学生数学读物.素质教育提倡多年,真正为学生启发数学智慧的作品并不多.忻老师这一本,是一个新的贡献.

本书写的是面向初中学生的数学活动和数学故事.这很难.初中数学,多半是基本知识和基本技能,数系扩充,代数运算,规则多多,演练频频,内容相对比较枯燥.怎样在初中阶段围绕“双基”组织数学活动,需要发挥更多的想象力.忻老师从体育竞赛开始,接着算 24 点,所用数学知识不多,却牵动数学思考能力,使得很平常的数学内容,平添一份乐趣.

这 30 个数学活动,既有中国传统的,如七巧板、九宫图(幻方),也有国际流行的,如一笔画——七桥问题、逻辑推理等.更有一些贴近当代现实的内容,如奖励方案设计、住房布局设计、储蓄等问题.还有比较新颖的课题,如计算器的使用、估算、概率的实验、地图上的数学等.在展开的时候,具有时代气息.特别地,这些活动都和“双基”有密切的联系.因此既可供学生在课外阅读,也可由教师在课内选用.书中 30 个章节,适时适度地进入课堂,将会增加数学教学的活力.参与这些数学活动,难道会耽误在中考里获得高分?我不信.也许只有这些活动的参与者,少小立志,敢于创新,日后才是国家建设的栋梁.

数学是美丽的、丰富多彩的.中国的数学教育是在“双

基”的基础上谋求发展. 没有基础的发展是空想, 没有发展的“双基”是傻练. 希望忻再义老师的这本著作能够为“双基”的发展作出贡献.

张奠宙

华东师范大学数学教育研究所

2006 年 1 月

编者的话

为了全面提高初中学生的整体素质,进一步提高初中数学的教学质量,我们就《关于开展初中数学学生自主性学习活动的研究》这一课题进行了较长期的研究. 我们的研究得到了有关领导的支持和肯定, 此项研究成果获得了中国教育学会中学数学教学专业委员会第十二届年会论文评比二等奖以及上海市教育学会中学数学教学专业委员会 2005 年中学数学教研论文评选一等奖. 承蒙上海教育出版社王耀东等同志的厚爱, 此项研究成果得以出版成册. 我们更要感谢在国际、国内享有盛誉的著名数学教育家、华东师范大学数学教育研究所的张奠宙教授能在百忙之中为本这本小册子作序. 张教授对我们的研究成果的肯定对我们既是激励, 更是鞭策. 这里我们还要向一直关心我们的各位领导和各位朋友表示衷心的感谢.

本书收集了三十篇关于开展初中数学学生自主性学习活动的材料, 这些材料是长期以来我们在开展学生课外活动的过程中所积累的, 并经过了筛选. 我们衷心希望通过这些活动能使学生感受到数学是有用的, 数学也是有趣的.

初中数学学生自主性学习活动应该成为学生的自主活动, 我们主张活动由学生主持, 有学生的讨论, 有学生的交流, 有全体学生的参与. 在活动的开展过程中教师应当努力实现角色的转变. 这里我们要感谢李惠利中学的彭静烨, 黄靖, 韩俊和中山中学的华琳等老师, 他们在各自的班级中试用了其

中数学学生自主性学习活动的开展增添了光彩。

本书由忻再义老师任主编,李燕琴老师任副主编,参加本书编写的有忻再义,李燕琴,聂朗南,陈磊,徐庆惠,顾瑛,王春明,韩俊,吴海忆等老师. 尽管我们作了很大的努力,但由于编写时间比较匆促,更由于我们的水平有限,因此在本书中必然会有一些错误与不足,在此恳请读者给我们提出宝贵的意见和批评,我们更希望有更多的同志参与我们的工作,积极提供一些好的材料和案例,促使初中数学学生自主性学习活动更好地开展.

上海市卢湾区教师进修学院 忻再义

2006 年 1 月

目 录

一、体育比赛中的数学	1
二、一类“算 24”的方法	8
三、算 24	11
四、求年份	14
五、奖励方案的设计	18
六、身高与误差	20
七、估计	24
八、填“九宫阵”游戏	26
九、住房布局设计	35
十、数的整除性	37
十一、填数字	41
十二、轴对称图形	51
十三、地图上的数学	53
十四、绘制校园平面图	57
十五、储蓄	59
十六、计算器的使用(一)——分数运算键与 百分数键	61
十七、化一类分式为部分分式的和	66
十八、中心对称图形	75
十九、数学(科学)家的故事	77
二十、一笔画	79
二十一、计算器的使用(二)——指数运算键与 根指数运算键	82

二十二、识图	86
二十三、包装盒设计	90
二十四、数学在我们身边	95
二十五、简单逻辑推理	97
二十六、七巧板.....	105
二十七、勾股定理.....	108
二十八、构造特殊四边形.....	113
二十九、学点概率.....	119
三十、统计.....	125
关于开展初中数学自主性学习活动的研究.....	126
附录：参考答案.....	133

一、体育比赛中的数学

活动目标

1. 知道体育比赛中一些常用的赛制.
2. 知道一些常用的计数方法,能按照赛制及参赛人数计算比赛的总场次.
3. 能够根据比赛的实际需要,选择适当的赛制编排出比赛的秩序册.
4. 应用所学得的知识,组织一次班(年级、校)内的比赛.

读一读

2001年7月13日国际奥委会主席萨马兰奇在莫斯科庄严宣布2008年奥运会的主办城市为北京市,从而实现了中国人民的一个伟大心愿.

要组织好一个运动会需要做大量的工作,其中有一项十分重要的工作就是编制出各项比赛的秩序册,使整个比赛能够有序地进行.2008年你完全有可能成为一名志愿者参加奥运会的有关工作.因此你也应该了解一些有关体育比赛方面的知识.下面我们结合常见的比赛向大家简单介绍一些有关体育比赛的赛制知识,并学习怎样计算比赛的总场次以及如何编制比赛的秩序册.

体育比赛的赛制指的是比赛的制度,比赛的组织者应根据赛制制订比赛的秩序册,计算比赛的总场次.

我国的中超足球赛采用的是双循环赛制,每两个队之间不仅要相互较量过,而且还要分主场与客场比赛两场.如果有 12 个队参加比赛,由于每一个队都要与其他 11 个队进行比赛,而且甲队——乙队与乙队——甲队(排列在前面的是主队)被看成为两场不同的比赛,这样全部比赛需进行 $12 \times 11 = 132$ 场比赛.因为每轮都进行 6 场比赛,因此共进行 22 轮比赛.

全运会的垒球比赛参加的队较少,一般采用单循环赛制,每两个队之间都要比赛一场,并且都只比赛一场.如果有 8 个队参加比赛,每一个队都要与其他 7 个队比赛,由于每两个队之间的比赛,对参赛的两个队而言分别计算了一次,计数出现了重复,因此比赛需进行 7 轮,总场次为 $(8 \times 7) \div 2 = 28$ 场.



世界乒乓球锦标赛参赛人数较多,一般采用淘汰赛制.由于决赛是在 2 名运动员中产生一位冠军,而这 2 名运动员又是从 4 名参加半决赛的运动员中产生的,依此类推,再往前应该分别有 8, 16, 32, 64, 128, …… 名运动员参赛. 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, …… 这一列数分别等于 $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6,$

$2^7, \dots$. 因此如果有 128 名运动员参赛, 那么需要经过 7 轮比赛, 第一轮需要比赛 64 场, 获胜的 64 名运动员进入第二轮, 第二轮需要比赛 32 场, 获胜的 32 名运动员进入第三轮, 依此类推, 接下来分别需要比赛 16, 8, 4, 2, 1 场, 这样共需进行 $64+32+16+8+4+2+1=127$ 场比赛才能最终决定谁是冠军. 当参赛的运动员人数不是 2 的正整数次幂时, 情况会变得复杂些. 例如参赛的运动员为 119 名, 由于比赛是在两个人之间进行的, 因此必然有若干名运动员在第一轮轮空. 如果第一轮安排 1 名运动员轮空, 那么就有 59 名获胜者及 1 名轮空者共 60 人进入第二轮. 以此类推, 参加第三、第四轮比赛的人数分别为 30, 15 人. 显然第四轮比赛又至少有 1 人需要轮空. 轮空就意味着不战而胜, 因此一般把这种机会留给种子选手. 为了体现体育比赛公正的原则, 轮空应该安排在第一轮, 第一轮被淘汰的选手相对比较弱. 在一般情况下这些种子选手都有把握进入第二轮比赛, 而进入第四轮的选手实力都比较接近, 他们中的任何人都可能在这一轮被淘汰, 因此这时再有人轮空就不合适, 于是就要计算第一轮应有多少人轮空? 我们可以在所有能写成的整数次幂的数中, 挑选出一个大于同时又最接近参赛运动员人数的数, 将这个数减去参赛运动员数所得的差即为第一轮需要轮空的人数. 在上面的例子中由 $2^6=64 < 119, 2^7=128 > 119$, 因此可以确定轮空的人数为 $128-119=9$ 人. 所以可预先确定 9 名种子选手直接进入第二轮比赛. 这样整个比赛需要经过 7 轮, 共 $(64-9)+32+16+8+4+2+1=118$ 场比赛. 轮空对一名运动员来说实际上代表一种荣誉, 这一荣誉应当归于优秀选手, 因此当轮空选手过多时也可先安排预选赛. 例如参赛的运动员为 159 名, 按照前面的

办法计算应有 $2^8 - 159 = 256 - 159 = 97$ 名选手在第一轮轮空, 轮空选手显然过多, 这时可换一种思路, 让其中一部分选手先参加预选赛, 胜者才有资格参加正式比赛. 当参加预选赛的人数过少时, 为了不使参赛选手难堪, 还可同时采用预选赛与轮空这两种办法. 例如参赛的运动员为 129 名, 若只让 2 名选手参加预选赛, 人数显得过少. 这时可挑选较弱的 18 名选手参加预选赛, 淘汰其中的 9 名选手, 参加正式比赛的选手减少为 120 名, 只要在第一轮比赛时让最出色的 8 名选手轮空, 比赛就能顺利进行下去. 根据上述方案, 连同预选赛, 比赛需进行 8 轮, 总场次为 $9 + (64 - 8) + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 128$ 场.

有时还采用循环赛与淘汰赛相结合的赛制. 例如世界杯足球赛有 24 个队参加, 若采用单循环赛制, 则需要经过 23 轮, 共 $(24 \times 23) \div 2 = 276$ 场比赛, 即使是一周赛两场, 23 轮比赛也需要近三个月, 对于运动员来说要承受如此长时间的激烈比赛简直有点残酷. 若采用淘汰赛制, 则只要经过 5 轮, 共 $(16 - 8) + 8 + 4 + 2 + 1 = 23$ 场比赛. 这样比赛场数又显得过少, 不足以唤起人们对足球的重视, 而且对于第一轮就遭淘汰的 8 个队来说, 他们好不容易从预选赛中拼杀了出来, 可是只赛了一场就得打道回府, 这不免有些残酷. 在这种情况下采用两者相结合的赛制无疑是一种好的选择. 具体地说把决赛分成两个阶段, 第一阶段分组比赛, 采用单循环赛制, 例如把 24 个队分成 6 组, 每组 4 个队, 每队赛 3 场. 各组的前 2 名直接进入第二阶段比赛, 在各组的第三名共 6 个队中按一定的规则确定 4 个队也进入第二阶段比赛. 在第二阶段内采用淘汰赛制, 又需进行 4 轮比赛. 这样需进行 7 轮, 共 $[(4 \times 3) \div 2]$

$\times 6 + (8 + 4 + 2 + 1) = 51$ 场比赛. 参赛的各队至少参加 3 场比赛, 整个赛程被压缩在三周左右, 比起淘汰赛制的 23 场比赛来说, 观赛的人数增加了 1.2 倍, 真是皆大欢喜. 当参加决赛的队数比较少时, 决赛也可采用单循环赛制, 分组赛中已经比赛过的两个队可以不再比赛, 也可以重赛.

还有其他一些赛制, 例如围棋比赛中的积分循环制等, 这里不再一一介绍了.

在了解了体育比赛的赛制, 并知道怎样计算比赛的总场次后, 接下去就可以编制秩序册了.

在秩序册中应让所有参赛的运动员(队)明确他的对手是哪个人(队), 明确比赛的时间、地点以及其他与比赛相关的事项. 编制秩序册并非一件容易的事, 尤其要编制一份好的秩序册更有一定的难度. 这里要考虑多种因素, 例如最精彩的比赛要放在最后进行, 以形成比赛高潮, 更重要的是每一轮比赛后都要汇总比赛结果, 记录在成绩总表上. 因此需将秩序册设计得有规律, 以便使人们在每轮比赛后将能看到排列有序的成绩. 又如双循环制中, 应注意主客场的均衡分布等.

试一试

(1) 某次比赛有 240 名选手参赛, 请按照淘汰赛制确定种子选手人数, 并计算比赛的总场次.

(2) 若有十四个队以双循环制进行比赛, 共需要赛几场? 你认为在确定主客场时应该关注哪些方面?

(3) 组织一次全班的乒乓球单打比赛, 根据报名的人数, 选择适当的赛制, 制定比赛的秩序册, 计算比赛的总场次, 并组织比赛.

表 1

队名		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
A	主场												
	客场												
B	主场												
	客场												
C	主场												
	客场												
D	主场												
	客场												
E	主场												
	客场												
F	主场												
	客场												
G	主场												
	客场												
H	主场												
	客场												
I	主场												
	客场												
J	主场												
	客场												
K	主场												
	客场												
L	主场												
	客场												
队名		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L

(4) 关注近日进行的某项国际体育比赛,了解比赛所采用的赛制,计算比赛的总场次,你的计算与实际情况是否相符?

(5) 全国中超足球比赛,采用双循环赛制,共有 12 个队参加,请计算共需要比赛几轮、几场,才能确定各队的名次?若用 A—L 这 12 个大写字母表示参赛的球队,请设计比赛的顺序,将轮次数填写在下面的赛程表(表 1)中。

(6) 表 2 给出了一种有十二个队参加的单循环赛制的赛程表的编排法,你能找到编排的规律吗?请与上题你所设计的表格作一对照,看哪个表编得更好,你能否仿照此表编一个有十四个队参加的单循环赛制的赛程表?

表 2

轮次 \ 队名	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
A		11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
B	11		9	8	7	6	5	4	3	2	1	10
C	10	9		7	6	5	4	3	2	1	11	8
D	9	8	7		5	4	3	2	1	11	10	6
E	8	7	6	5		3	2	1	11	10	9	4
F	7	6	5	4	3		1	11	10	9	8	2
G	6	5	4	3	2	1		10	9	8	7	11
H	5	4	3	2	1	11	10		8	7	6	9
I	4	3	2	1	11	10	9	8		6	5	7
J	3	2	1	11	10	9	8	7	6		4	5
K	2	1	11	10	9	8	7	6	5	4		3
L	1	10	8	6	4	2	11	9	7	5	3	

二、一类“算 24”的方法

活动目标

1. 提高将特殊问题抽象为一般问题的能力.
2. 初步体会逻辑推理的证明方法.
3. 通过学习,初步体会分类讨论的思想方法,并能用列举法逐一列举出符合要求的所有可能的结果.
4. 提高阅读与理解数学语言的能力.

读一读

用 7, 7, 4, 4 这四个数,你能否构造一个四则运算式,使结果等于 24? 也许你已经得出了算式: $7 \times (4 - 4 \div 7) = 24$.

上述算式中出现了不能整除的部分: $4 \div 7$, 因而给思考带来了难度,你能否再设计一个类似的算式?

其实这样的算式还有很多,例如: $5 \times (5 - 1 \div 5) = 24$, $7 \times (3 + 3 \div 7) = 24$ 等等,也许你还得到了这样的算式: $5 \times (3 + 9 \div 5) = 24$.

最后一个算式与前面几个算式不一样,因为还可以用其他方法将 3, 5, 5, 9 组成等于 24 的算式,显然 $3 \times (9 - 5 \div 5) = 24$,而在前面几个例子中,组成 24 的算式是唯一的.

你有没有想过类似前面这样的算式共有几组? 为了便于找到解决问题的方法并得出结论,我们不妨把上面的问题一般化,并表述出来: