

高校土木工程专业学习辅导与习题精解丛书

力学

分析技巧与程序

● 宋 仁 编著

中国建筑工业出版社

高校土木工程专业学习辅导与习题精解丛书

力学分析技巧与程序

宋仁 编著

中国建筑工程工业出版社

的
女
本

定
充
据
如

句
总
、
、
、
、
、
何
便
版

度
技

仁
.7

图书在版编目 (CIP) 数据

力学分析技巧与程序/宋仁编著. —北京: 中国建筑工业出版社, 2006

(高校土木工程专业学习辅导与习题精解丛书)

ISBN 7-112-08591-8

I. 力... II. 宋... III. 工程力学-高等学校-教学参考资料 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 072649 号

工程中的力学分析主要涉及到反力、内力、位移、应力应变、影响线、体系的动力反应、压杆及框架的稳定计算等问题, 本书就这些问题的分析过程提出一些技巧及计算机程序。具体内容包括平衡方程新说、反力计算技巧、内力分析技巧、桁架的内力计算技巧、内力图的作图技巧、静定结构影响线的理论与方法补充、三维应力应变分析、杆系虎克定律、虚功原理与位移计算技巧、力法与位移法的对照及超静定方程的不变式、渐近法、结构动力计算的点滴补充、形函数的设计及其应用、综合例题、力学分析程序 1 (基本部分) 与算例、力学分析程序 2 (框架部分) 与算例。书中各章的最后附有少量的习题以便复习本章的主要内容。

本书可作高等院校工科各专业 (如土建、机械以及各类制造专业) 在校生生及自学者的力学 (尤指结构力学) 教辅材料、力学选修课教材、考研复习资料等, 还可供相关专业的工程技术人员力学分析时参考。

* * *

责任编辑: 王 跃 牛 松

责任设计: 董建平

责任校对: 张景秋 张 虹

高校土木工程专业学习辅导与习题精解丛书

力学分析技巧与程序

宋仁 编著

*

中国建筑工业出版社出版 (北京西郊百万庄)

新华书店总店科技发行所发行

北京密云红光制版公司制版

北京市彩桥印刷有限责任公司印刷

*

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 18 1/4 字数: 456 千字

2006 年 8 月第一版 2006 年 8 月第一次印刷

印数: 1—3 000 册 定价: 26.00 元

ISBN 7-112-08591-8

(15255)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

本社网址: <http://www.cabp.com.cn>

网上书店: <http://www.china-building.com.cn>

前 言

古训道：温故而知新。如果把本书每章的预备知识看作温故的话，接下来的论述便是知新了。全书的所谓技巧都是通过反复推敲已有的力学理论而发现的。

工程中的力学问题主要涉及如下学科：理论力学、材料力学、结构力学和弹、塑性理论，应用最泛的应为结构力学。但倘若把结构力学与其余学科割裂开来，把结构力学中的各种分析法孤立起来，分析法在应用广度与深度方面就肯定受到限制。反之，若能更多地把本学科的各种分析法以及各学科的基本理论融会贯通，再加上必要的数学知识，相信您的力学知识就会记得牢靠、用得灵活，甚至发现新的分析方法。

本书讲述的技巧所涉及的基本理论与基本概念主要选自国内外通用教材及相关参考书，并以预备知识的形式列于各章的开头；预备知识中对摘自国内通用教材以外的内容，必要时都作了些简单说明。凡未能在出版物中找到出处而又有必要引进的新概念、新方法和新理论均可接受读者检验；其中道理浅显者亦在预备知识中给出，否则在正文中详述。

从深度上看，本书所涉及的多数内容，均未超过普通工科本科层次的力学教学大纲。因采用了简化手段和口诀化叙述，很多内容反而显得更容易掌握，如前 2 章内容，只要有理论力学（主要是静力学）的基础就可以顺利阅读理解。前 5 章的全部以及第 8~10 章的大部分内容等也只需大专层次的结构力学基础。但少数内容（目录中已用“*”标出）略超上述大纲。笔者之所以把这些内容收入本书，除了感到这些内容有实用意义外，也因在各高校的结构力学考研命题中有不同程度的反映。这些内容读者可视自身情况选读。

第 13 章为综合例题，多数例题所用的技巧在前 12 章中已有阐述。另外还补充了一些对基本概念的理解有启迪意义的例题。力学基础较好的读者可尝试从该章开始，遇到麻烦（包括解题困难或方法欠佳）时，再根据指引去阅读相关章节。

本书最后的第 14、15 章介绍了 17 个笔者亲自研发的，可在各种版本的 Visual Fortran 环境下顺利运行的力学分析程序的应用示例。主要目的是帮助初学者尽可能地利用计算机（器）作数值计算，从而节省更多的时间和精力，更好地集中于力学理论的学习上；其次才是直接用于结构分析与设计（尤指方案阶段），当然亦可用于各种模拟的结构试验。全部程序的 exe（一种可以脱离 Fortran 平台运行的）形式已成功上传五邑大学土木建筑系的网页，有需要的读者可从上面免费下载，这里提供两种下载途径：

(1) <http://dept.wyu.edu.cn/cel-力学分析程序-本地下载>。

(2) <http://dept.wyu.edu.cn/ce/Soft-Show.asp?SoftID=11> 本地下载

注：若下载不顺利请错开学生上网高峰时段：平日 17~23 点；周末 10~24 点。

为节省篇幅和令图面清晰，全书例题除个别须作说明外，一律略去单位；必要时在图中用括号内的字符表示数字的单位。

由于个人水平有限，书中不当之处在所难免，敬请读者批评指正。笔者希望本书能成为您结构设计的实验室和力学探索的快乐园。我相信，只要您深入进去，就会体会到探索的乐趣。

目 录

第 1 章 平衡方程新说	1
预备知识	1
§ 1.1 力系的范围、分类、独立平衡方程个数与单力的概念	1
§ 1.2 平衡方程的分类与必要性	2
§ 1.3 应用举例	3
习题 1	5
第 2 章 反力计算技巧	6
预备知识	6
§ 2.1 外荷变换的原则	10
§ 2.2 等效变换小结	14
§ 2.3 刚架分析中的代替杆法	17
§ 2.4 似对称结构的对称性利用	17
习题 2	19
第 3 章 杆件内力分析技巧	21
预备知识	21
§ 3.1 截面法概述与移置截面法	21
§ 3.2 举例——梁、刚架与拱	22
§ 3.3 落差法	25
习题 3	27
第 4 章 桁架的内力计算技巧	28
预备知识	28
§ 4.1 几种特殊节点补充	28
§ 4.2 举例	28
§ 4.3 截面法中的等效变换应用	30
习题 4	31
第 5 章 内力图的作图技巧	33
预备知识	33
§ 5.1 铰点直通	35
§ 5.2 定向平通与连杆直平通	36
§ 5.3 抛物线利用	38
§ 5.4 落差法应用	42
§ 5.5 弯矩-剪力-反力(轴力)	47
§ 5.6 内力校核	49

习题 5	51
第 6 章* 静定结构影响线的理论与方法补充	53
预备知识	53
§ 6.1 静定结构影响线的理论补充	54
§ 6.2 斜梁与曲梁的影响线	56
§ 6.3 混合法作静定拱的影响线	58
§ 6.4 静定桁架的影响线	60
§ 6.5 本章小结	61
习题 6	61
第 7 章* 三维应力应变分析	63
预备知识	63
§ 7.1 概述	63
§ 7.2 莫尔曲线	64
§ 7.3 任意面上的应力	65
§ 7.4 辅柱与辅球	65
§ 7.5 图解、莫尔球 (应力球与应变球)	66
§ 7.6 示例	67
§ 7.7 莫尔曲线的全貌	68
§ 7.8 主值与主向的确定——转轴法	69
§ 7.9 由应变花求应变张量	71
§ 7.10 本章小结	72
习题 7	72
第 8 章 杆系虎克定律、虚功原理与位移计算技巧	73
预备知识	73
§ 8.1 杆系虎克定律与虚功原理	73
§ 8.2 叠加原理与图形的微分观	74
§ 8.3 纵向拼接	75
§ 8.4 纵向拼装	77
§ 8.5 多层叠加法	78
§ 8.6 带 EI 的图乘法	78
§ 8.7 适当组合	80
§ 8.8 Simpson 算法 (本法由王小蔚提出)	80
§ 8.9 位移计算综合例题	81
习题 8	84
第 9 章 力法与位移法的对照	85
预备知识	85
§ 9.1 力法与位移法的基本思路、联系与区别	85
§ 9.2 广义荷载作用下的超静定方程的不变式	87
§ 9.3 广义荷载作用下的超静定位移计算	89

§ 9.4 广义荷载作用下的对称性利用	91
§ 9.5 对称核的利用	92
§ 9.6 力法与位移法基本结构的选取	92
§ 9.7 具有刚度无穷大构件的位移法计算	94
习题 9	96
第 10 章 渐近法	97
预备知识	97
§ 10.1* 力矩分配法补充——一分多传法	98
§ 10.2 多层多跨框架手算与电算概述	102
§ 10.3 反弯点的移动规律	102
§ 10.4 一种新的约束系统及其应用	103
§ 10.5* 侧移修正法与迭代法的对应与统一	106
§ 10.6* 复式框架的侧移修正法	107
§ 10.7 框架手算方法比较与选择及提高精度的措施	109
习题 10	111
第 11 章 结构动力计算的点滴补充	112
预备知识	112
§ 11.1 单质点体系在干扰力未作用于质点时的计算	114
§ 11.2 多质点体系在干扰力未作用于质点时的计算	121
习题 11	124
第 12 章* 形函数的设计及其应用	126
预备知识	126
§ 12.1 形函数概述	126
§ 12.2 多项式形函数的设计法——数学法与力学法	127
§ 12.3 设计举例	129
§ 12.4 应用实例	132
§ 12.5 压杆临界力计算的 M 图模拟法	141
§ 12.6 变截面压杆的临界力计算	144
§ 12.7 单层框架临界力计算的 M 图模拟法	149
习题 12	157
第 13 章 综合例题	158
§ 13.1 静定分析	158
§ 13.2 超静定分析	165
§ 13.3 体系的几何组成分析	175
§ 13.4 其他	178
第 14 章 力学分析程序 1 (基本部分) 与算例	185
引言	185
§ 14.1 直杆结构的位移计算程序与示例	185
§ 14.2 低阶力法分析程序与示例	189

§ 14.3 低阶位移法分析程序与示例	191
§ 14.4 连续梁的力矩分配法计算程序与示例	194
§ 14.5 单跨弹性约束的临界力计算程序与示例	196
§ 14.6 多跨等截面刚性约束压杆的临界力计算程序与示例	200
§ 14.7 三维张量的主值及主向计算程序与示例	201
习题 14	205
第 15 章 力学分析程序 2 (框架部分) 与算例	207
§ 15.1 多层多跨框架的内力分析程序入门 1 与示例	207
§ 15.2 多层多跨框架的内力分析程序入门 2 与示例	212
§ 15.3 多层多跨框架地震荷载计算程序与示例	217
§ 15.4 多层多跨框架结构在基础沉降的内力分析程序与示例	220
§ 15.5 多层多跨框架温度内力的计算程序入门与示例	222
§ 15.6 多层多跨框架温度内力的计算程序与示例	225
§ 15.7 多层多跨框架的内力分析程序与示例	230
§ 15.8* 多层多跨框架的分层法计算程序与示例	266
§ 15.9 多层多跨框架的 D 值法计算程序与示例	268
§ 15.10 多层多跨框架的稳定分析程序与示例	280
习题 15	286
参考文献	288
附: exe 程序的下载及使用说明	290
后语	291
作者简介	292

第1章 平衡方程新说

预备知识

(1) 物体的自由度

确定物体位置的独立坐标数等于物体的自由度个数。(文献 [1] P369)

(2) 力的可传性

作用于刚体的力可以沿其作用线移至刚体内任意一点, 而不改变它对于刚体的效应。

(文献 [1] P12)

(3) 合力投影定理

合力在任意轴上的投影, 等于它的各分力在同一轴上投影的代数和。(文献 [1] P34)

(4) 合力矩定理

若平面任意力系可合成为一力时, 则其合力对于作用面内任一点之矩等于力系中各力对于同一点之矩的代数和。(文献 [1] P63)

(5) 力线平移定理

作用于刚体上的力均可以从原来的作用位置平行移至刚体内任意指定点, 欲不改变该力对刚体的作用, 则必须在该力与指定点所决定的平面内加一附加力偶, 其力偶矩等于原力对于指定点之矩。(文献 [1] P58)

(6) 平面汇交力系的平衡方程 (文献 [1] P58)

$\sum X=0, \sum Y=0$ 称为平面汇交力系的平衡方程 (X, Y 互不平行)

(7) 平面一般 (任意) 力系的平衡方程 (文献 [1] P64)

$\sum X=0, \sum Y=0, \sum M_O(F)=0$ 称为平面任意力系的平衡方程。

二力矩形式的平衡方程:

$$\sum M_A(F)=0, \sum M_B(F)=0, \sum X=0$$

三力矩形式的平衡方程:

$$\sum M_A(F)=0, \sum M_B(F)=0, \sum M_C(F)=0$$

(8) 空间汇交力系的平衡方程 (文献 [1] P116)

$\sum X=0, \sum Y=0, \sum Z=0$ 称为空间汇交力系的平衡方程。

(9) 空间一般 (任意) 力系的平衡方程 (文献 [1] P129)

$$\sum X=0, \sum Y=0, \sum Z=0, \sum M_x(F)=0, \sum M_y(F)=0, \sum M_z(F)=0$$

§ 1.1 力系的范围、分类、独立平衡方程个数与单力的概念

表 1-1 给出力系的范围、分类、独立平衡方程个数及与之相当的对象 (其自由度与静力平衡方程个数相当) 的对应。

一维力系指力 (作用) 线在同一直线上的力系。

力系分类表

表 1-1

范 围	分 类	独立平衡方程个数	相当对象
一维 (直线)	共线力系	1	直线上的点或线段
二维 (平面)	汇交力系	2	平面上的点
	一般力系	3	平面上的刚片或线段
三维 (空间)	汇交力系	3	空间点
	一般力系	6	空间刚体、面或线段

二维力系指力线在同一平面内的力系，所有力线汇交于一点者称 (平面) 汇交力系，否则称 (平面) 一般力系 (本书把平面平行力系与平面力偶系归入平面一般力系)。

三维力系指力线不在同一平面上的情况，所有力线汇交于一点者称 (空间) 汇交力系，否则称 (空间) 一般力系。

由于平衡状态下的未知力可理解为限制相当对象沿某方向的移动的约束力，故未知力的个数就是约束的个数，最少的约束个数便是该对象的自由度，因而有：力系的独立平衡方程个数可由相当对象的自由度确定。至于相当对象的概念其实就是力系作用的对象，在静力学中，不考虑对象的变形，所以全都冠以“刚”字了。

如汇交力系可由作用点 (可利用力的可传性将各力移至力线的汇交点) 的自由度来确定，而一般力系则可由作用刚体的自由度确定。如平面上一点的自由度为 2，处于静力平衡状态时，该点在任一自由度方向上无加速度或位移，即该方向各力的投影必须平衡，故平面汇交力系独立平衡方程个数为 2。依此类推：由平面上一刚片的自由度为 3 得知平面一般力系的独立平衡方程的个数为 3 等。

为了便于叙述，引进 3 个概念：

单力：平衡方程中若仅有一个未知力，该力称单力。

平行单力：力系中所有未知力中除某一未知力外，全部互相平行，该力称平行单力。

汇交单力：力系中所有未知力中除某一未知力外，全部汇交于一点，该力称汇交单力。

§ 1.2 平衡方程的分类与必要性

平衡方程的分类：

投影方程与力矩方程：投影方程表明分析对象在该方向上无移动加速度或 (线) 位移，而力矩方程则表明分析对象绕该矩心 (对点之矩) 或轴线 (对轴之矩) 无转动加速度或 (角) 位移。倘若分析对象既无线位移又无角位移，自然处于平衡状态。因而，可把静力平衡方程简单分类为投影方程和力矩方程。

平衡方程的必要性：

由于处于静力平衡状态的分析对象 (可以是一质点、一刚体、刚体的某部分或刚体系统及其某部分) 无论在任一方向上都不可能有任何 (线、角) 加速度或位移，故投影方程与方向无关，因而在建立投影方程时可选择最理想的方向 (以便于计算)；而力矩方程则与矩心、轴线无关，因而在建立力矩方程时可选择最理想的矩心、轴线 (因为分析对象的形状和大小可任意想象，这些矩心与轴线不受空间的限制)，正是由于平衡方程的这一必

要性令平衡方程可用于求解未知力。

明确了平衡方程的必要性后，作静力分析（求反力或求内力）就获得更多的自由——建立平衡方程时可自由选取方向与矩心（轴线），力求使计算得到最大限度的简化，从而提高分析（学习与工作）效率。

§ 1.3 应用举例

在桁架截面法的分析中有时会遇到单力的情况，即若干个未知力中，除某一未知力以外，其余都互相平行（该力对应的杆件俗称单杆），如：

【例 1-3-1】 图 1-3-1 中，若各斜杆均与水平方向成 45° 角，已知 $N_b = 0$ ，求 N_a 。

【分析】 本例属平面一般力系，有 3 个独立的平衡方程（与平面上的一刚片自由度 3 相对应），但分析对象有 4 个未知力，不可能单凭这一分析对象全部求解；然而 N_a 为平行单力，只要选择适当的坐标轴建立投影方程，就可顺利求解。

如图设立 x 坐标如图，建立投影方程： $\sum X = 0$ ，即：

$$\frac{N_a}{\sqrt{2}} + \frac{P}{\sqrt{2}} - \frac{4P}{3\sqrt{2}} = 0$$

得：

$$N_a = \frac{P}{3}$$

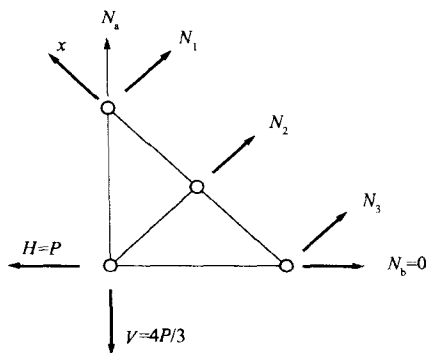


图 1-3-1

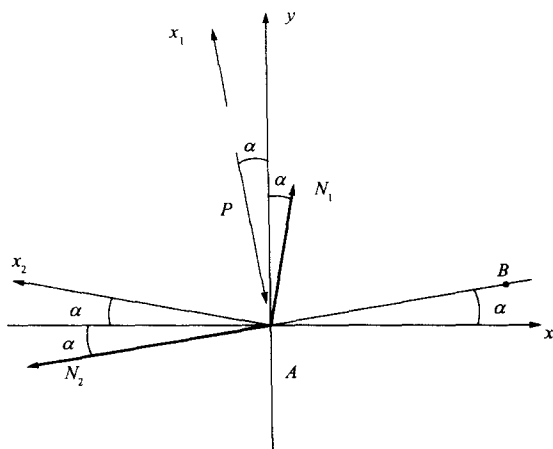


图 1-3-2

【例 1-3-2】 平面汇交力系如图 1-3-2，已知 P ，求 N_1 ， N_2 ，（图中 $\alpha = 15^\circ$ ， x ， y 分别为水平与竖直方向）。

【分析】 本例属于平面汇交力系，有两个独立平衡方程，未知力个数为 2（ N_1 ， N_2 ），可解。

【解法一】 建立坐标 x_1 ， x_2 ，（分别垂直于 N_2 与 N_1 ）

$$\text{由方程 } \sum X_1 = 0 : N_1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - P = 0 \Rightarrow$$

$$N_1 = \frac{2\sqrt{3}P}{3}$$

$$\text{由方程 } \sum X_2 = 0 :$$

$$N_2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{P}{2} = 0 \Rightarrow N_2 = \frac{\sqrt{3}P}{3}$$

【解法二】 在 N_2 作用线上取 B 点为矩心，建立力矩方程（设 $AB = L$ ）：

$$\text{由方程 } \sum M_B = 0 : N_1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times L - P \times L = 0 \Rightarrow N_1 = \frac{2\sqrt{3}P}{3}$$

用类似的方法可求得 $N_2 = \frac{\sqrt{3}P}{3}$

【例 1-3-3】 结构如图 1-3-3 (a) 所示, 求反力 (图中反力箭头在箭杆上加了交叉斜杆, 下同)。

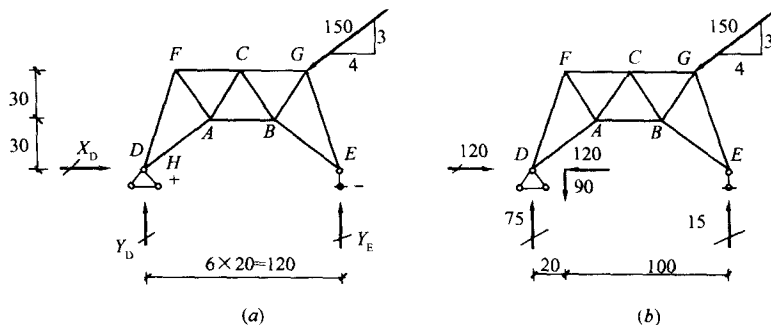


图 1-3-3

【解法一】 (文献 [2] P86~87)

分析整体:

$$\sum X = 0: X_D - 120 = 0 \quad \Rightarrow X_D = 120$$

$$\sum M_E = 0: Y_D \cdot 120 - 90 \times 20 - 120 \times 60 = 0: \Rightarrow Y_D = 75$$

$$\sum M_D = 0: Y_E \cdot 120 + 120 \times 60 - 90 \times 100 = 0: \Rightarrow Y_E = 15$$

$$\text{核: } \sum Y = 0: 75 - 90 + 15 = 0$$

【解法二】 利用力的可传性把荷载沿作用线移至该力线与 DE 的交点 H 并分解成水平与竖直两个分量如图 1-3-3 (b)。

$$\sum X = 0: X_D - 120 = 0 \quad \Rightarrow X_D = 120$$

$$\sum M_E = 0: Y_D \times 120 - 90 \times 100 = 0 \quad \Rightarrow Y_D = 75$$

$$\sum M_D = 0: Y_E \times 120 - 90 \times 20 = 0 \quad \Rightarrow Y_E = 15$$

【例 1-3-4】 结构受荷如图 1-3-4 (a), 求 D 铰两侧的剪力 V_D^+ 和 V_D^- 。

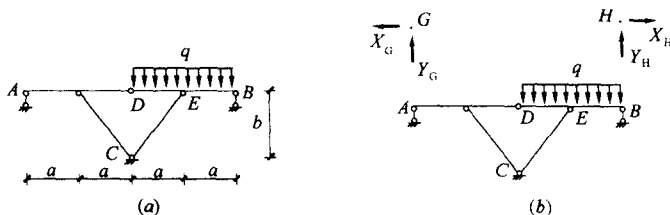


图 1-3-4

【分析】 本题无论以整体或任何一部分为对象都有四个未知力, 而平面一般力系只有 3 个独立平衡方程, 且这些未知力并没形成单力情况, 似乎无法下手。然而只要以整体为对象, 不难发现四个未知力中, 可看成两两相交的交点处于同一水平线上 [见图 1-3-4 (b)] 的 G 、 H 两点。这样若把未知力都移到交点后经合成再分解成水平与竖直方向, 就

可看成四个新的未知力 (X_G 、 Y_G 、 X_H 和 Y_H) 且其中有三个汇交于同一点而形成汇交单力情况, 该单力便可用力矩方程求得。

由于铰 D 处无集中荷载, 故左右截面剪力大小相等, 方向相反—符号相同,

$$\text{即: } V_D' = V_D$$

现以整体为对象建立力矩方程, $\sum M_H = 0$,

$$\text{即: } Y_G \cdot 4a - 2qa \cdot a = 0 \Rightarrow Y_G = qa/2 \text{ (向上, 且 } Y_G = Y_A + Y_E \text{)}$$

$$\text{以 AED 为对象建立投影方程, } \sum Y = 0: Y_G - V_D' = 0 \Rightarrow V_D' = qa/2 = V_D$$

【小结】

平衡方程的问题可归纳为二: 其一是形式——只有投影方程与力矩方程两种, 其二是独立方程个数——与相当对象的自由度对应。

习 题 1

1-1 平衡方程可分投影方程和什么方程? 其中投影方程与什么无关, 另一类是什么方程, 与什么无关?

1-2 直线上的一点有几个自由度? 共线力系共有几个独立平衡方程? 可解几个未知量?

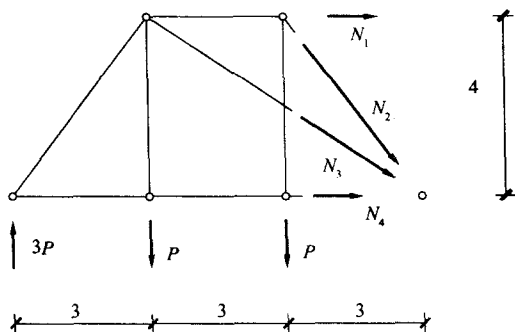
1-3 平面上的一点有几个自由度? 平面汇交力系共有几个独立平衡方程? 可解几个未知量?

1-4 平面上一刚片有几个自由度? 平面一般力系共有几个独立平衡方程? 可解几个未知量?

1-5 空间一点有几个自由度? 空间汇交力系共有几个独立平衡方程? 可解几个未知量。

1-6 空间一刚体有几个自由度? 空间一般力系共有几个独立平衡方程? 可解几个未知量?

1-7 计算未知力 N_1 。



题 1-7 图

第2章 反力计算技巧

预备知识

(1) 力线平移定理

作用于刚体上的力均可以从原来的作用位置平行移至刚体内（刚体可任意缩放——笔者注）任一指定点，欲不改变该力对刚体的作用，则必须在该力与指定点所决定的平面内附加一力偶，其力偶矩等于原力对于指定点之矩。（文献 [1] P159）

(2) 等效荷载

合力相同（即主矢与对同一点的主矩均相等）的各种荷载。（文献 [3] P25）

(3) 等效变换

是指将一种荷载变换为另一种静力等效的荷载。（文献 [3] P25）

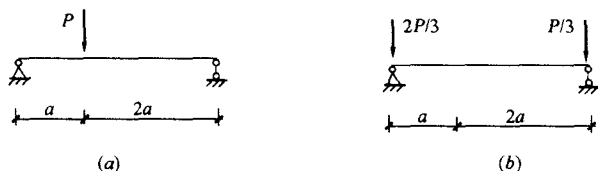


图 2-0-1

(4) 等效变换原理

力系在所选定的分析对象中可作任意的等效变换，这种变换虽会影响受力分析（求未知力）的过程却不会改变受力分析的结果；这种变换因作为分析对象的刚体可任意想象其大小

和形状而不受空间的限制，但不能脱离原分析对象。如图 2-0-1 中荷载作 (a) 到 (b) 的变换，不难验证反力无变化，这是因为求反力时以整梁为对象，而外力的等效变换亦以整体为对象（变换前后的分析对象未改变），故变换不会对结果造成影响。

然而，若分析对象在变换前后发生了变化，则可能对结果产生影响，如：上图中若求任一截面的内力，用变换后的受力状态 [图 2-0-1 (b)] 分析时，不难用截面法求得处处内力为零。显然结果与实际不符，原因在于变换前（以整体为对象求反力时）、后（以截面的一侧为对象建立方程求内力时）的分析对象发生了改变。

(5) 分析对象的静定性

静定对象——未知力个数少于或等于力系的独立平衡方程个数的分析对象，如图 2-0-2 的 (a) 一图中主动力即荷载未画出。超静定对象——未知力个数大于力系的独立平衡方程个数的分析对象 [如图 2-0-2 的 (b)、(c)]。部分静定对象——在超静定对象中，当存在单力（见第 1 章）情况而可由静力平衡方程确定部分未知力时的分析对象 [如图 2-0-2 (c)]。显然 (c) 中的竖向反力能由平衡方程确定，但水平反力却无法仅由该分析对象的平衡方程确定。某些超静定对象如图 2-0-2 (b)，经未知力的变换后也可能变成部分静定对象如图 2-0-2 (d)，但却无法变成静定对象。

(6) 叠加原理

由几个外力所引起的某一参数（内力、应力或位移）就等于每个外力单独作用所引起

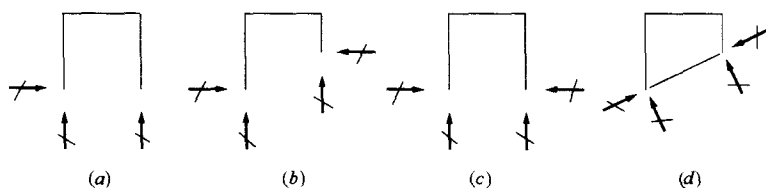


图 2-0-2

的该参数之和。(文献 [4] P186)

(7) 叠加原理补充

由几个广义荷载(包括外力、支座移动或温度改变等因素)所引起的某些与这些广义荷载具备线性相关的物理量(如在线弹性和小变形范围内,反力、内力、应力、应变或位移等)等于每个荷载单独作用所引起的物理量之和。对于某些与广义荷载不具备线性相关的物理量(如功、能等),则上述叠加关系不成立。

(8) 加减平衡力系公理

在作用于刚体的任意力系上增加或取去任何平衡力系,并不改变原力系对刚体的效应。(文献 [1] P12)

(9) 加减平衡力系公理推论 1——力的可传性原理(文献 [1] P12)

作用于刚体的力可以沿其作用线移至刚体内任意一点,而不改变它对于刚体的效应。

(10) 加减平衡力系公理推论 2 静定对象的反力定理

在静定对象中,当荷载的作用线与某反力共线时,该反力与之大小相等,方向相反,其余反力为零(可由加减平衡力系公理证明)。

如图 2-0-3 中的 (a),右支座反力 $Y = P$,其余反力为零。

但对于部分静定对象如图 2-0-3 中的 (b),若出现荷载类似情况,仍然有 $Y = P$ 、 $Y_1 = 0$,但却无法由平衡方程确定其他反力。

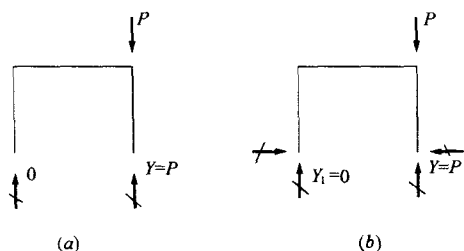


图 2-0-3

(11) 静定体系中任一几何不变部分都为静定对象

因静定体系中所有约束力均可仅凭静力

平衡方程唯一地确定,故任一几何不变部分必为静定体系,而单个刚体的静定体系即为静定对象。只不过有时(当体系可按几何不变体系的三角形规律组成时)约束力的位置与方位明显(如三铰拱中任何一侧单独分析时均为静定对象,见图 2-0-4),有时(当体系难于找到按几何不变体系的三角形规律组成分析时)约束力的位置与方向不明显,需要经过较为复杂的受力分析(详见 2.5 节)才能确定其 3 个约束力(对于平面体系)的位置与方位(如图 2-0-5)。

说明:为了说明图 2-0-5 (a) 中各几何不变部分,如 BDF ,均为静定对象,现由其引出一辅助刚臂,令荷载作用于其上如图 2-0-5 (b) 所示,从而可求得反力和弯矩,此时 B 处反力为 0。再把荷载作用如图 2-0-5 (c) 所示,求得反力和弯矩,此时 B 处反力亦为 0。从而得知 D 、 E 两处的约束反力相当于 O 处[图 2-0-5 中的 (b) 和 (c) 两状态荷载作

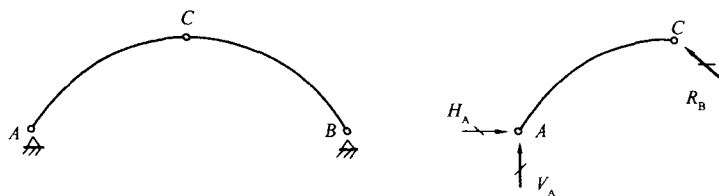


图 2-0-4

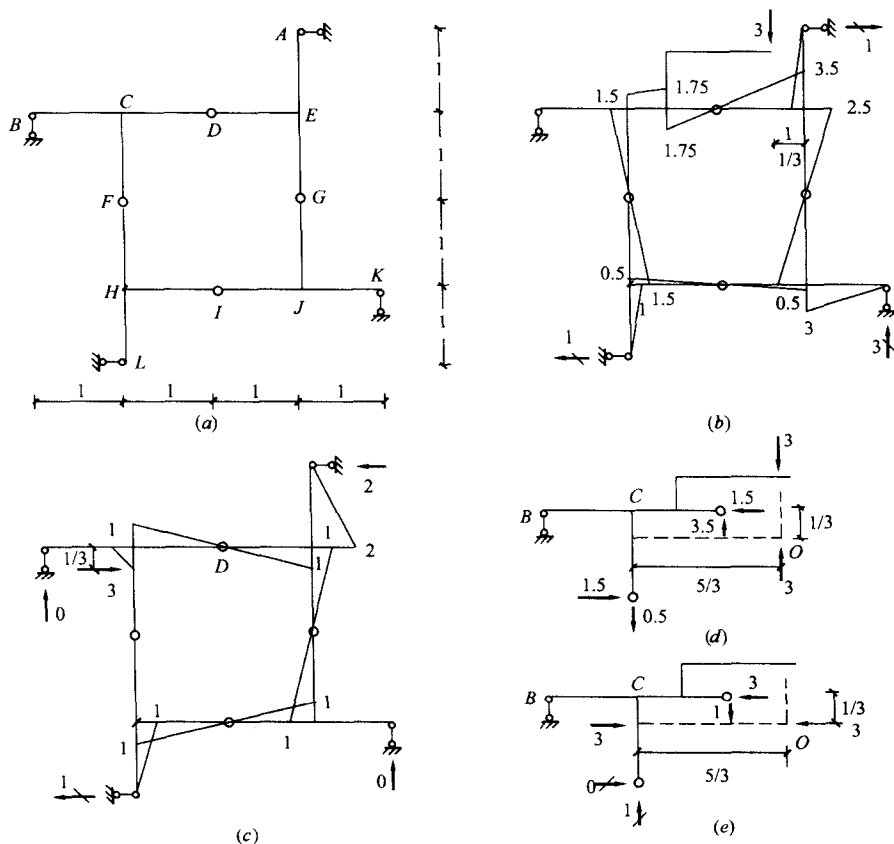


图 2-0-5

用线的交点] 的约束力 [见图 2-0-5 中的 (b), (c)], 从而可断定, D, E 两处的约束相当于 O 处的一个固定铰支座。这样, BDF 的反力作用线的位置 (O 点) 与方位 (过 O 点的任何方向) 就可确定了, 从而验证了静定体系中任一几何不变部分都为静定对象。

(12) 静定结构静力解答的惟一性

只有静定结构, 全部反力和内力才可由平衡条件确定, 在任何给定荷载下, 满足平衡条件的反力和内力的解答只有一种, 而且是有限的数值。(文献 [3] P34)

(13) 体系的基本部分与附属部分

不依赖其他部分的存在而能独立维持其几何不变性, 称它为基本部分, 必须依靠基本部分才能维持其几何不变性, 称为附属部分。(文献 [3] P24)