

JISUANJI HUITU JICHU JIAOCHENG

计算机绘图基础教程

路清献 主编

唐 广 邱荣茂 副主编

中国铁道出版社

CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

计算机绘图基础教程

路清猷 主 编
唐 广 副主编
邱荣茂

中国铁道出版社
2006·北 京

内 容 简 介

本书主要介绍计算机绘图的基础内容,包括计算机绘图的基本原理、常用的图形算法、图形变换的基本理论和处理方法等内容。全书共分九章,均附有一定数量的习题,书中提供了大量的应用程序,这些程序均用 Visual Basic 编写,并调试通过。

本书可作为大学本科院校开设计算机绘图或计算机图形学教程的教材,也可供研究生或计算机爱好者学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

计算机绘图基础教程/路清献主编. —北京:中国铁道出版社,2006.2
ISBN 7-113-06888-X

I. 计... II. 路... III. 自动绘图—高等学校—教材 IV. TP391.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 000118 号

书 名:计算机绘图基础教程

作 者:路清献 主编

出版发行:中国铁道出版社(100054,北京市宣武区右安门西街8号)

责任编辑:王俊法 张 婕 编辑部电话:(010)51873141

封面设计:薛小卉

印 刷:北京市彩桥印刷有限责任公司

开 本:787mm×1092mm 1/16 印张:11 字数:269 千

版 本:2006年2月第1版 2006年2月第1次印刷

印 数:1~4 000 册

书 号:ISBN 7-113-06888-X/TP·1719

定 价:20.00 元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版的图书,如有缺页、倒页、脱页者,请与本社发行部调换。

联系电话:(市电)010-63545969 (路电)021-73169

网址:<http://www.tdpress.com>

前言

计算机绘图是一门迅速发展新兴学科,已经在科研、教学、生产和管理等各个部门得到了广泛应用,并在各个应用领域也取得了丰硕的成果。目前,我国大多数高等院校都开设了计算机绘图课程。我们根据多年的教学实践,并考虑了系列课程的设置情况,在使用多年的内部讲义的基础上,编写了这本教材。

本书主要介绍计算机绘图的基础内容,包括计算机绘图的基本原理、常用的图形算法、图形变换的基本理论和处理方法、图形程序设计的基本方法等内容。全书共分九章,书中:扼要介绍了计算机绘图的发展历史、研究内容、应用领域、系统组成等,比较系统地介绍了计算机绘图数学基础、采用 Visual Basic 语言编写图形程序的方法、二维图形变换及其程序设计方法、三维图形变换及其应用和程序设计方法、工程图形程序设计方法、三维平面体的消除隐藏线处理方法及曲线和曲面等内容。

本书在内容选取上,注重基本原理和方法,同时也注重理论与实际的结合,书中给出了大量的示例程序,并说明了程序设计的方法过程,所有程序都经过 Visual Basic 6.0 调试通过。

本书由石家庄铁道学院路清献、唐广、邱荣茂主持编写。参加本书编写工作的有路清献、唐广、邱荣茂、高新强、张会斌、张新来、周乔勇、张德莹、梁彦庆等。

限于编者的水平,书中难免有不足之处,恳请读者批评指正。

编 者
2005 年 10 月

目 录

第一章 绪 论	(1)
第一节 计算机绘图概述	(1)
第二节 计算机绘图系统的构成	(5)
第三节 图形显示器	(6)
习 题	(8)
第二章 计算机绘图的数学基础	(9)
第一节 几何元素的描述	(9)
第二节 几何元素间的运算问题	(12)
第三节 求交计算问题	(14)
第四节 相切计算问题	(23)
习 题	(28)
第三章 屏幕绘图程序设计	(29)
第一节 VB 图形功能	(29)
第二节 图形显示程序设计	(37)
第三节 动画程序设计	(47)
第四节 图形交互技术与交互式程序设计	(49)
习 题	(55)
第四章 二维图形的矩阵变换及程序设计	(57)
第一节 图形变换的概念	(57)
第二节 二维图形的基本变换矩阵	(58)
第三节 变换矩阵的级联	(64)
第四节 二维图形变换的程序设计	(66)
习 题	(71)
第五章 图形算法基础	(72)
第一节 窗口与裁剪	(72)
第二节 剖面线绘制	(79)
习 题	(85)
第六章 二维工程图形处理技术	(86)
第一节 概 述	(86)
第二节 常用基本图形	(88)
第三节 线 型	(90)
第四节 字 符	(93)

第五节 尺寸标注	(98)
第六节 图幅及标题栏	(102)
习 题	(104)
第七章 三维图形的矩阵变换及其应用	(105)
第一节 三维图形基本变换的变换矩阵	(105)
第二节 三维图形基本变换矩阵的级联	(112)
第三节 三视图和轴测图的变换矩阵	(114)
第四节 透视图的变换矩阵	(119)
第五节 描述平面体的数据结构	(128)
第六节 三视图和轴测图的程序设计	(133)
习 题	(138)
第八章 平面体的消隐处理	(139)
第一节 隐藏线问题概述	(139)
第二节 单个凸多面体的消隐处理	(140)
第三节 凹多面体的消隐方法简介	(148)
习 题	(151)
第九章 曲线与曲面	(152)
第一节 概 述	(152)
第二节 三次样条曲线	(153)
第三节 三次参数样条曲线	(158)
第四节 Bezier 曲线	(161)
第五节 B 样条曲线	(163)
第六节 Bezier 曲面	(165)
第七节 B 样条曲面	(166)
习 题	(167)
参 考 文 献	(168)

第一章 绪 论

ESC

图是人们表达思想、记录信息的一种手段,在科研和生产中应用已有长久的历史。手工制作一幅图,特别是比较复杂和精细的图,在技术上有一定困难,而且要花费大量时间和精力。近几十年来,随着计算机技术及其外围设备的发展,在产生图方面有了根本性的改变。在计算机辅助之下,产生一幅图可以完全不依赖于制作者制图技能的高低,且成图时间可以大大缩短,精力消耗也可以大大降低。这些成就是随着一门新兴学科——计算机图形学(Computer Graphics,简称 CG)的发展而取得的。计算机图形学可以说是在计算机辅助之下产生图形的科学。是人们对客观存在的物体,或者想象中的形,甚至在数学、物理过程中建立一种模型,然后把这个模型存贮在计算机中,经过计算机处理,产生模型的图像,显示在荧光屏上或在绘图机上画出。

目前,各高等院校大多开设了计算机绘图课程,讲述的都是属于计算机图形学的内容。因此在本书中,计算机绘图和计算机图形学是一个意思。

第一节 计算机绘图概述

一、计算机绘图的发展概况

计算机图形学是随着计算机及其外围设备而产生和发展起来的。它是近代计算机科学与雷达、电视及图像处理技术的发展汇合而产生的硕果。在造船、航空航天、汽车、电子、机械、土建工程、影视广告、地理信息、轻纺化工等领域中的广泛应用,推动了这门学科不断发展,而不断解决应用中提出的各类新课题,又进一步充实和丰富了这门学科的内容。计算机出现不久,为了在绘图仪和阴极射线管(CRT)屏幕上输出图形,计算机图形学随之诞生了。现在它已发展为对物体的模型和图像进行生成、存取和管理的新学科。

对计算机绘图的研究始于 20 世纪 50 年代。1950 年,美国麻省理工学院(MIT)研制成功了旋风 I 号(Whirlwind I)计算机,诞生了第一台图形显示器。该显示器用一个类似于示波器的 CRT 来显示一些简单的图形。1958 年美国 GerBer 公司把数控机床发展成为平板式绘图仪,1960 年 Calcomp 公司由联机的数字记录仪发展成滚筒式绘图仪。从此计算机除了能输出数字、文字之外,还能直接输出图形,使被研究的对象能够形象地表现出来。

1962 年,MIT 林肯实验室的 Ivan E. Sutherland 发表了一篇题为“Sketchpad:一个人—机通信的图形系统”的博士论文,他在论文中首次使用了“Computer Graphics(计算机图形学)”这个术语,证明了交互式计算机图形学是一个可行的、有用的研究领域,从而确定了计算机图形学作为一个崭新的科学分支的独立地位。他在论文中所提出的一些基本概念和技术,如交

互技术、分层存储符号的数据结构等至今还在广为应用。在 20 世纪 60 年代,美国 MIT、通用汽车公司、贝尔电话实验室和洛克希德公司开展了计算机图形学的大规模研究,同时,英国剑桥大学等也开始了这方面的工作,从而使计算机图形学进入了迅速发展并逐步得到广泛应用的新时期。

图形显示器是计算机图形学中的关键设备。20 世纪 60 年代中期使用的是随机扫描的显示器,它具有较高的分辨率和对比度,具有良好的动态性能。但为了避免图形闪烁,通常需要以 30 次/秒左右的频率不断刷新屏幕上的图形。为此需要一个刷新缓冲存储器来存放计算机产生的显示图形的数据和指令,还要有一个高速的处理器(当时是相当昂贵的),因而影响了交互式图形生成技术进一步普及。针对这一情况,20 世纪 60 年代后期采用了存储管式显示器。它不需要缓存及刷新功能,价格比较低廉,分辨率高,显示大量信息也不闪烁。但是它却不具有显示动态图形的能力,也不能有选择性地删除、修改图形。虽然,存储管式显示器的推出对普及计算机图形学起到了促进作用,但对于交互式计算机图形学的需求,其功能还有待进一步的改进和完善。

20 世纪 70 年代中期,出现了廉价的固体电路随机存储器,可以提供比十年前大得多的刷新缓冲存储器,因而就可以采用基于电视技术的光栅图形显示器。在这种显示器中,被显示的线段、字符、图形及其背景色都按像素一一存储在刷新缓冲存储器中,按光栅扫描方式以每秒 30 次的频率对存储器进行读写以实现图形刷新而避免闪烁。光栅图形显示器的出现使得计算机图形生成技术和电视技术相衔接,图形处理和图像处理相渗透,使得生成的图形更加形象、逼真,因而更易于推广和应用。

图形输入设备是实现交互图形设计不可缺少的硬件。利用它可以在屏幕上定位,或对已有的图形进行选择,从而实现图形的增删和改动。常用的图形输入设备有:带有命令控制键和特殊功能键的键盘、操纵杆、跟踪球、指拇轮、坐标数字化仪、图形输入板、鼠标器等。鼠标器由于使用方便,应用比较广泛。近年来,由于图形和图像的紧密结合和互相渗透,图形(纸)扫描输入仪和触摸屏等设备也得到普遍使用,从而提高了图形输入的速度和直观性。

随着计算机系统、图形输入、图形输出设备的发展,计算机图形软件及图形算法也有了很大的发展。计算机图形软件系统主要有以下三种:(1) 用现有的某种计算机语言写成的子程序包。(2) 扩充某一种计算机语言,使其具有图形生成和处理功能。(3) 专用的图形系统。

计算机图形算法是非常丰富的,围绕着生成、表示物体的图形图像的准确性、真实性和实时性,其算法大致可分为以下几类:(1) 基于图形设备的基本图形元素的生成算法,如用光栅图形显示器生成直线、圆弧、二次曲线、封闭边界内的填色、填图案、反走样等。(2) 基本图形元素的几何变换、投影变换、窗口裁剪等。(3) 自由曲线和曲面的插值、拟合、拼接、分解、过渡、光顺、整体修改、局部修改等。(4) 图形元素(点、线、环、面、体)的求交与分类以及集合运算。(5) 隐藏线、面消除以及具有光照颜色效果的真实图形显示。(6) 不同字体的点阵表示,矢量中西文字符的生成及变换。(7) 山、水、花、草、烟、云等模糊景物的生成。(8) 三维或高维数据场的可视化。(9) 三维形体的实时显示和图形的并行处理。(10) 虚拟现实环境的生成及其控制算法等。多年来,围绕这些算法发表了许多论文和报告,进行了十分热烈的讨论和深入的探索,其中某些算法已日趋完善和成熟,并实现了固化。但很多算法还没有真正解决,还有待我们的努力和奋斗。

二、计算机绘图研究内容

由计算机生成图形,人们必须对所关心的对象构造一个模型。所谓模型指的是描述对象的数据的组合。这些数据可以是几何的,例如对象的形状、大小;也可以是拓扑的,例如对象各部分之间的连接关系;还可以是对象的某些属性,如表面的色彩等物理性质。构造了模型后,将有关数据存贮在计算机中,存贮时要尽可能节省存贮空间,存取方便,改动灵活。由存贮的模型生成人们希望看到的各种图形,这就要研究有关的图形学理论、图形变换原理、开窗、剪裁、消去隐藏线和隐藏面等一系列问题和技术。图形生成后要显示出来供人们观察研究。狭义的显示指在屏幕上显示,广义地讲,在绘图机上画出,在打印机上打印出来都可叫显示。有时也希望能保存所显示的图形。可以用传统的方式将画在纸上的或打印出来的图形保存起来。在计算机图形学中,也可以将图形保存在磁盘上。生成了图形并在屏幕上显示以后,要让用户能与机器交互作用,以便进行改动。要实现交互作用,必须研究如何将人的意图传达给计算机,即要研究输入技术。要把图形的某一部分放大后显示在一个指定的位置,首先必须确认被放大的部分,这在计算机图形学中称为拾取;还必须能在屏幕上指出放大部分图形显示的位置,这称为定位。又例如计算机可以生成对象的平面图、立面图、侧面图、轴测图等,任人挑选显示什么图,就好象饭馆的菜谱一样,可由用膳者根据自己的需要随意点菜。这一技术称为菜单技术。此外,实现人一机交互作用还有其他一些技术。

综上所述,计算机图形学研究的内容概括起来有以下三个方面:

1. 构造和存贮模型;
2. 生成、显示和保存图形;
3. 人一机交互处理。

与计算机图形学相关的学科有图像处理、模式识别和计算几何,它们之间的关系如图1-1所示。计算机图形学研究如何从模型出发,把真实的或想象的物体描绘出来。而模式识别进行的却是与此相反的过程:是基于画面图像进行二维或三维物体模型的重建。计算几何研究几何形体在计算机中的表示,分析、研究灵活方便地建立几何形体的数学模型,提高算法效率,以及在计算机内更好地存储和管理这些模型等。主要研究曲线、曲面的表示、生成、拼接、数据拟合。图像处理研究如何对一幅图像做各种变换处理,滤去图像中的无用噪声,压缩图像数据以便存储和传输,以及图像边缘提取、特征增强和提取等,其结果是生成另一幅图像。虽然他们分属于相对独立的学科分支,但它们的重叠之处越来越多。

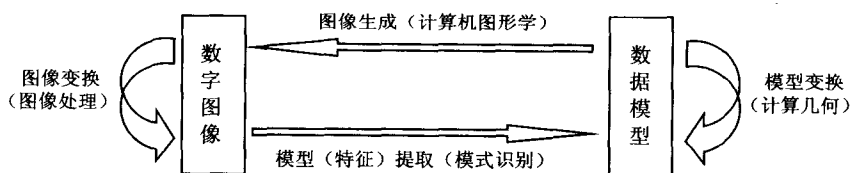


图1-1 计算机图形学、图像处理和模式识别之间的关系

三、计算机绘图的应用

由于计算机生成图形快速、准确、生动、省时、省力,而且计算机图形设备的价格日益降低,功能日益增强,因此计算机图形学的应用领域正在以惊人的速度日益扩大。目前,主要的应用

领域有:

(1) 用户接口。用户接口是人们使用计算机的第一观感。过去传统的软件中约有60%以上的程序是用来处理与用户接口有关的问题和功能,因为用户接口的好坏直接影响着软件的质量和效率。如今在用户接口中广泛使用了图形界面,大大提高了用户接口的直观性和友好性。

(2) 计算机辅助设计与制造(CAD/CAM)。这是一个最广泛、最活跃的应用领域。在机械、电子、电机、土木建筑、汽车、船舶、飞机等工业部门,计算机图形学普遍用于工程设计。有些用交互式绘图设计各种对象的形状、结构;有些用于了解和检验力学的、热学的、电气的性能及优化设计;有的则用于产生施工图纸或加工零件用的数控磁带,也可用于列出零件表和材料清单。

(3) 科学、技术及事务管理中的交互绘图。可用来绘制数学的、物理的或表示经济信息的各类二、三维图表。简洁而明确地表示出函数的趋势,便于人们理解复杂的现象。如统计用的直方图、扇形图、工作进程图、仓库和生产的各种统计管理图表等,所有这些图表都用简明的方式提供形象化的数据和变化趋势,以增加对复杂对象的了解并协助作出决策。

(4) 绘制勘探、测量图形。计算机图形学被广泛地用来绘制地理的、地质的以及其他自然现象的高精度勘探、测量图形,例如绘制高精度的地理图、地质图、地形图、矿藏分布图、海洋地理图、气象气流图、人口分布图、电场及电荷分布图以及其他各类等值线、等位面图。

(5) 过程控制及系统环境模拟。用户利用计算机图形学实现与其控制或管理对象间的相互作用。例如石油化工、金属冶炼、电网控制的有关人员可以根据设备关键部位的传感器送来的图像和数据,对设备运行过程进行有效的监视和控制;机场的飞行控制人员和铁路的调度人员可通过计算机产生运行状态信息来有效、迅速、准确地调度,调整空中交通和铁路运输。

(6) 电子印刷及办公室自动化。图文并茂的电子排版制版系统代替了传统的铅字排版,这是印刷史上的一次革命。随着图、声、文结合的多媒体技术的发展,可视电话、电视会议以及文字、图表等的编辑和硬拷贝正在家庭、办公室普及。伴随计算机和高清晰度电视结合的产品推出,这种普及率将会越来越高,进而会改变传统的办公、家庭生活方式。

(7) 艺术模拟。计算机图形学在艺术领域中的应用成效越来越显著,除了广泛用于艺术品的制作,如各种图案、花纹、工艺外形设计及传统的油画、中国国画和书法等,还成功地用来制作广告、动画片,甚至电视、电影,其中有的影片还获得了奥斯卡奖(电影界的最高殊荣)。目前国内外不少单位正在研制人体模拟系统,这使得在不久的将来把历史上早已去世的著名影视明星重新搬上新的影视片成为可能。

(8) 科学计算的可视化。传统的科学计算的结果是数据流,这种数据流不易理解也不易于检查其中的对错。科学计算的可视化通过对空间数据场构造中间几何图素或用体绘制技术在屏幕上产生二维图像。近年来这种技术已用于有限元分析的后处理、分子模型构造、地震数据处理、大气科学及生物化学等领域。

(9) 工业模拟。这是一个十分大的应用领域,包含对各种机构的运动模拟和静、动态装配模拟,在产品和工程的设计、数控加工等领域迫切需要。它要求的技术主要是计算机图形学中的产品造型、干涉检测和三维形体的动态显示。

(10) 计算机辅助教学(CAI)。计算机图形学已广泛应用于计算机辅助教学系统中,它可

以使教学过程形象、直观、生动,极大地提高了学生的学习兴趣和教学效果。由于个人计算机的普及,计算机辅助教学系统将深入到家庭和幼儿教育。

总之,凡是用到图形、图像信息的场合,就有计算机图形系统的立足之地。而且是需要人加以干涉的场合,交互性就不可缺少。随着微电子技术、显示技术和计算机技术的发展和普及,计算机图形处理、计算机显示的应用范围将会进一步扩大,甚至进入人们的日常生活。人们利用计算机处理图形、图像信息就像现在人们利用计算机处理字符和数字信息一样方便。无疑,它的发展是不可估量的。

第二节 计算机绘图系统的构成

图样被称为“工程师的语言”,它包括各种设计图样与施工图样等。如何用计算机绘图代替手工绘图,快速生成高质量图样是目前各企业面临的一个重要任务。我们常说的自动绘图、计算机绘图、交互式绘图、计算机辅助几何设计(CAGD)、计算机辅助设计(CAD)等都必须有相应的图形输出,离不开计算机绘图系统的支持。那么,什么是计算机绘图系统?其组成与功能如何?

一、计算机绘图系统的概念和基本组成

计算机绘图系统就是一个以计算机为主,并配有相应的外围设备和图形软件,不但具有数值处理能力,同时还具有图形输入、生成及输出等能力的一个完整系统。若具有人机对话功能,则称此系统为交互式计算机绘图系统。

一般的计算机系统由硬件和软件两部分组成,完备的硬件配置和软件与硬件的有机配合,组成一个完整的绘图系统,如图 1-2 所示。在硬件配置中,图形输入设备是向计算机传输图形信息的设备,常用的有键盘、鼠标和数字化仪;输出设备是显示或记录图形的设备,常用的有图形显示器和绘图机等。

软件通常分成三部分:图形系统、数据库和文件管理系统、应用程序。图形系统应能提供对图形的数据描述,即定义物体的几何坐标数据、物体的属性(如线型、颜色等)及物体各部分连接关系的坐标数据,同时应提供与外围设备相关的驱动程序及开发应用程序的支持程序(又称接口程序)。数据库或文件管理系统则可以永久保留被显示的图形信息及与图形生成和应用相关的支持数据。应用程序主要是为处理用户的特定问题而设计的,具有一定的专用性。它可以从图形系统中取出数据存入数据库或文件中,也可以从数据库或文件中提取信息加以处理,或直接送入图形系统中。同时还可向图形系统传送图形处理命令,说

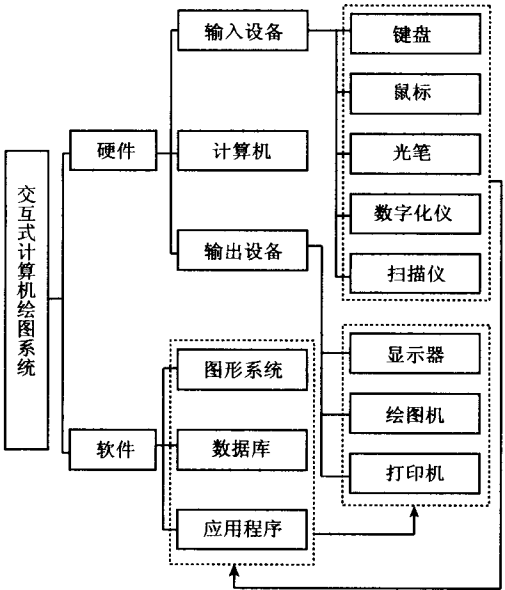


图 1-2 计算机绘图系统的基本组成及其相互关系

明物体的几何特征,并能调用一系列绘图子程序生成图形,显示在图形显示器上。

二、计算机绘图系统的功能划分

计算机绘图系统应具有计算、存储、对话、输入和输出五方面的基本功能。

1. 计算功能 应包括形体设计、分析的方法程序库和有关描述形体的图形数据库。在图形数据库中应有坐标的几何变换、曲线和曲面的形成、图形的交点和连接点计算以及包含检验等功能。

2. 存储功能 在计算机的内存、外存中能存放图形数据,尤其是要存放图形数据之间的相互关系,可根据设计人员的要求实现有关信息的实时拾取,图形的变更、增加、删除等处理。

3. 对话功能 通过图形显示器直接进行人一机通信。设计人员通过显示屏观察设计的结果和图形,通过键盘或鼠标器等对不满意的部分发出修改指令。

4. 输入功能 是把设计过程中图形的形状、尺寸、必要的参数和命令等输入到计算机中。

5. 输出功能 为了长期保存分析计算结果或对话需要的图形、信息等,需要有相应的输出功能。由于对输出的结果有精度、形式、时间等要求,因此输出设备应是多种多样的。

这五种功能是计算机绘图系统所具备的最基本功能,至于每一功能中具有哪些能力,则因系统不同而不同。

第三节 图形显示器

图形显示器是计算机图形学中必不可少的装置。多数图形显示器采用标准的阴极射线管(CRT),也有采用其他技术的显示器,如液晶显示器、等离子显示器、激光显示器等。本节只对广泛应用的光栅扫描图形显示器介绍其工作原理。

一、阴极射线管

阴极射线管一般是利用电磁场产生高速的、经过聚焦的电子束,偏转到屏幕的不同位置轰击屏幕表面的荧光材料而产生可见图形。其主要组成部分有:

- (1) 阴极——当它被加热时,发射电子;
- (2) 控制栅——控制电子束偏转的方向和运动速度;
- (3) 加速结构——用以产生高速的电子束;
- (4) 聚焦系统——保证电子束在轰击屏幕时,汇聚成很细的点;
- (5) 偏转系统——控制电子束在屏幕上的运动轨迹;
- (6) 荧光屏——当它被电子轰击时发出亮光。

所有这些部件都封装在一个真空的圆锥形玻璃壳内,其结构如图 1-3 所示。

阴极射线管主要有两个技术指标,一是分辨率,二是显示速度。一个阴极射线管在水平和垂直两个方向上能识别出的最大光点数称之为分辨率。光点亦称之为像素(pixel)。分辨率主要取决于阴极射线管荧光屏所用荧光物质的类型、聚焦和偏转系统。显然,对相同尺寸的屏幕,点数越多,距离越小,分辨率越高,显示的图形就会越精细。常用 CRT 的分辨率在 1024×1024 左右,即屏幕水平方向和垂直方向上各

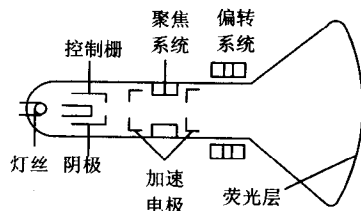


图 1-3 阴极射线管示意图

有1 024个像素点。高分辨率的图形显示器分辨率能达到 $4\,096 \times 4\,096$ 。分辨率的提高除了CRT自身的因素外,还与确定像素位置的计算机字长、存储像素信息的介质、模数转换的精度及速度有关。衡量CRT显示速度的指标一般用每秒显示矢量线段的条数来表示。显示速度取决于:偏转系统的速度、CRT矢量发生器的速度、计算机发送显示命令的速度。CRT采用静电偏转速度快,满屏偏转只需要 $3\mu\text{s}$,但结构复杂,成本较高,采用磁偏转速度较慢,满屏偏转需要 $30\mu\text{s}$ 。通常CRT所用荧光材料的刷新频率在20~30帧/秒。

二、光栅扫描图形显示器

光栅扫描式图形显示器(光栅显示器)是画点设备,可看作是一个点阵单元发生器,并可控制每个点阵单元的亮度,不能直接从单元阵列中的一个可编地址的像素画一条直线到另一个可编地址的像素,只能用尽可能靠近这条直线路径的像素点来近似地表示这条直线。如图1-4所示,是在分辨率为 20×20 的显示器上显示一个立方体轴测图的情况。只有画水平、垂直和正方形对角线时,像素点集在直线路径上的位置才是准确的,其他情况下的直线均呈锯齿线。当显示器的分辨率较高时,可以提高视觉效果。

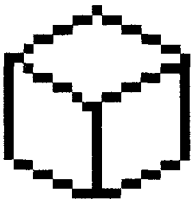


图1-4 立方体的光栅显示

黑白光栅显示器的逻辑框图如图1-5所示,其中帧缓存是一块连续的计算机存储器。对于黑白单灰度显示器每个像素需1位存储器,对一个由 $1\,024 \times 1\,024$ 像素组成的黑白单灰度显示器所需要的最小帧缓存是1 048 576位,并在一个位面上。图形在计算机中是一位一位地产生的,计算机中的每一个存储位只有0或1两个状态,一个位面的帧缓存因此只能产生黑白图形。帧缓存是数字设备,光栅显示器是模拟设备。要把帧缓存中的信息在光栅显示器屏幕上输出必须经过数字/模拟转换,在帧缓存中的每一位像素必须经过存取转换才能在光栅显示器上产生图形。

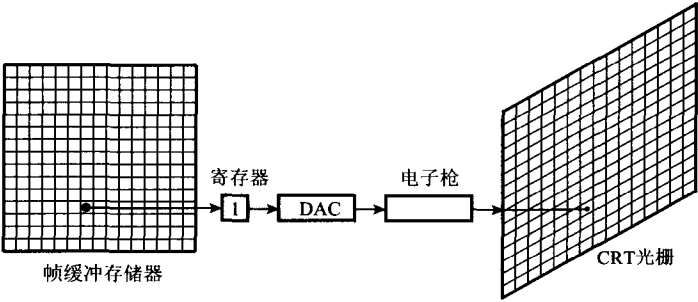


图1-5 具有1位帧缓存的黑白光栅显示器结构图

在光栅图形显示器中多个位面和帧缓存结合起来就可以反映图形的灰度等级。当具有 N 个位面时,就可以显示 2^N 灰度等级。 N 位面中对应的每一位的二进制值(0或1)被存入指定的寄存器中,该寄存器中二进制的数被翻译成灰度等级,其范围在0到 2^N 之间。亮度等级经数模转换器(DAC)变成驱动显示器电子束的模拟电压。对于有3个位面分辨率是 $1\,024 \times 1\,024$ 个像素阵列的显示器需要 $3 \times 1\,024 \times 1\,024$ (3 145 728)位的存储器。

对于彩色光栅显示器,需要3个位面的帧缓存和红(R)、绿(G)、蓝(B)三原色的3个电子枪,每个位面的帧缓存对应一个电子枪。这样就可以显示 2^3 种颜色。要想增加显示的颜色数

量,对每个颜色(三原色)的电子枪可以通过增加帧缓存位面来提高颜色种类,如果每种原色电子枪有 8 个位面的帧缓存和 8 位的数模转换器,每种原色可有 2^8 (256) 种亮度(灰度等级),三种原色的组合将是 $(2^8)^3 = 2^{24}$,即为 16 777 216 种颜色。这种显示器称之为全色光栅图形显示器,其帧缓存称为全色帧缓存,这类帧缓存的位数 N 至少是 24 位。

习 题

1. 计算机绘图研究的内容是什么?
2. 如何构成一个计算机绘图系统?
3. 谈谈你所见过的图形输入、输出设备。
4. 图形显示器如何在屏幕上显示图形?

第二章

计算机绘图的教学基础

第一节 几何元素的描述

一、直线的表达

由平面解析几何可知,用数学方法表达平面上的一条直线,可以使用两点式方程

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} \quad (2-1)$$

由于计算机运算时,除数不能等于零,因此上式不能用来表达最常用的两种直线:竖直线和水平线。上式可以写成

$$(y_2-y_1)(x-x_1)-(x_2-x_1)(y-y_1)=0 \quad (2-2)$$

此式还可以改写成

$$Ax+By+C=0 \quad (2-3)$$

其中 $A=y_2-y_1$, $B=x_1-x_2$, $C=-Ax_1-By_1$ 。式(2-3)就是直线的一般式方程。一般式方程可以描述平面上的任意直线,只要给出系数 A 、 B 、 C 即可。它的缺点是不直观,不能表示出直线的两个端点,因此不便于工程上使用。

工程上常用参数方程表示直线。如果令式(2-1)的两边都等于 t ,即可得到直线的参数方程

$$\begin{aligned} x &= x_1 + (x_2 - x_1)t \\ y &= y_1 + (y_2 - y_1)t \end{aligned}$$

其中 $0 \leq t \leq 1$ 。

直线的参数方程具有下列特点:

(1) 直观。只要给出两点,就可以直接写出该直线的参数方程,且直线的端点坐标在参数方程中明显表示出来了。

(2) 能描述平面上的任意直线。

(3) 参数 t 具有明显的几何意义。当 $t=0$ 时,表示直线的起点; $t=1$ 时,表示直线的终点;当 $0 < t < 1$ 时,表示起点和终点之间直线段上的点。如果将参数 t 的范围扩大,就可以表示直线延长线上的点。

(4) 直线上的点可以按照 t 的大小有序排列。

需要说明的是,在某些场合下,用直线的一般式方程还是很方便的,例如用代数法求点到

直线的距离、求两条直线的交点、求直线与圆的交点时,都要用到直线的一般式方程。

二、圆的表达

描述圆一般采用圆的标准方程

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$$

或者参数方程

$$\begin{aligned} x &= x_0 + R\cos\theta \\ y &= y_0 + R\sin\theta \end{aligned} \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

式中 x_0, y_0 为圆心坐标, R 为圆的半径。都明显地表示出了圆的特征,使用方便。

一般绘图系统中,都有画圆的函数。在某些情况下,可以使用画正多边形代替画圆,正多边形的边数越多,绘制出的正多边形越接近圆。

三、圆弧的表达

圆弧是圆的一部分,因此可以用圆心 (x_0, y_0) 、半径 R 和起点、终点相对于圆心的方向角 θ_1, θ_2 来表示,如图 2-1 所示。用上述参数表达圆弧的参数方程为

$$\begin{aligned} x &= x_0 + R\cos\theta \\ y &= y_0 + R\sin\theta \end{aligned} \quad (\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2) \text{ 或 } (\theta_2 \leq \theta \leq \theta_1) \quad (2-4)$$

当 $\theta_1 < \theta_2$ 时,圆弧按照逆时针方向绘制;反之,则按照顺时针方向绘制。

如果将 θ_1, θ_2 的取值范围定义在 $0 \sim 2\pi$ 之间,不能描述所有的圆弧。如图 2-1-b 所示,若按照逆时针方向绘制,因为 $\theta_1 < \theta_2$, 所以 $\theta_1 = -\pi/4, \theta_2 = \pi/4$ 或 $\theta_1 = 7\pi/4, \theta_2 = 9\pi/4$, 显然超出了 $0 \sim 2\pi$ 的范围。因此,我们规定圆弧的起始角和终止角的取值范围为 $0 \sim 4\pi$ 。

除了上述表达圆弧的方法外,还有许多表达圆弧的方法。例如,不在一条直线上的三个点;圆心、起点和终点;圆心、起点和圆心角;圆心、起点和弦长;起点、终点和半径;起点、终点和圆心角等等都可以定义一个圆弧。但是使用这些方法表达圆弧时,计算圆弧上的点不方便,因此将它们转换成参数表达方法。下面仅讨论两种转化方法。

1. 三点法转换成参数表示法

如图 2-2 所示,通过三点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ 的圆弧,转换为式(2-4)的参数形式,就是要求出圆弧的圆心 (x_0, y_0) 、半径 R 、起始角 θ_1 和终止角 θ_2 。

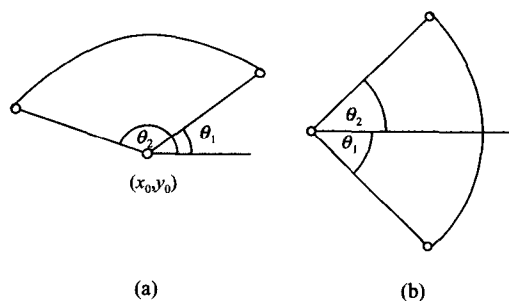


图 2-1 圆 弧

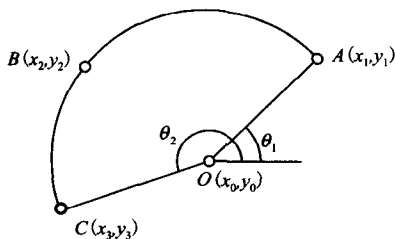


图 2-2 三点定圆弧

实际上,这里的关键问题是求出圆弧的圆心坐标 (x_0, y_0) 。圆心坐标确定后,半径 R 就是

圆心到A点的距离,起始角 θ_1 就是圆心与A点连线的方向角,终止角 θ_2 就是圆心和C点连线的方向角。关于两点间距离和方向角的问题,在下一节中讨论。

求解圆心坐标可以使用下述两种方法:

(1) 代数法求圆心

根据圆心到圆弧上三点的距离相等,可以列出下列方程

$$\begin{cases} (x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2 = (x_0 - x_2)^2 + (y_0 - y_2)^2 \\ (x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2 = (x_0 - x_3)^2 + (y_0 - y_3)^2 \end{cases}$$

上式中, x_0, y_0 是未知数。经过化简,可以消去未知数 x_0 和 y_0 的二次项,变成二元一次方程组,从而求解出 x_0 和 y_0 。

(2) 几何法求圆心

过三点中的任意两点作两条直线,它们的垂直平分线的交点即为圆弧的圆心。

关于垂直平分线和两条直线的交点,在后面的章节中介绍。

2. 起点、终点和半径表示转换成参数表示

如图2-3所示,由起点A、终点B和半径R确定的圆弧有4条,其中两条圆弧逆时针走向(图中的1、2),两条圆弧顺时针走向(图中的3、4);两条圆弧是优弧(圆心角 $>\pi$,图中1、4),两条圆弧是劣弧(圆心角 $<\pi$,图中2、3)。圆弧的走向可以用带正负号的半径区分:逆时针走向的圆弧的半径取正值,顺时针走向的圆弧的半径取负值。优弧和劣弧可以使用变量 k 来区分,劣弧时 $k=1$,优弧时 $k=-1$ 。

为了将由起点A、终点B和半径R确定的圆弧转换为参数表示,就是要求出圆心(x_0, y_0)、起始角 θ_1 和终止角 θ_2 。

如图2-4所示,在 $\triangle AMO$ 中, $OA=|R|$, $MA=AB/2$,AB为A点和B点之间的距离,令 $AB=2e$,则 $MA=e$ 。因此, $OM=\sqrt{R^2-e^2}$,令 $OM=d$ 。

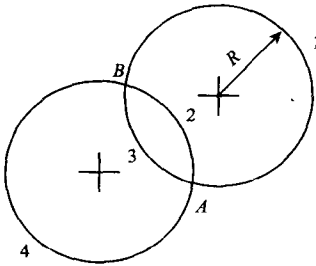


图2-3 起止点相同的圆弧

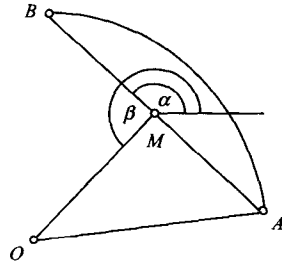


图2-4 求圆弧的圆心

令AB的方向角为 α ,MO的方向角为 β ,则 $\beta=\alpha\pm\pi/2$ 。

当 $R>0$ (逆时针走向)、 $k=1$ (劣弧)时;或者 $R<0$ (顺时针走向)、 $k=-1$ 时,取正号(+),否则取负号(-)。即当 $kR>0$ 时取“+”号, $kR<0$ 时取“-”号。因此可以写成

$$\beta=\alpha+\pi/2\times kR/|R|$$

M是AB的中点,其坐标为

$$\begin{aligned} x_3 &= (x_1 + x_2)/2 \\ y_3 &= (y_1 + y_2)/2 \end{aligned}$$