

学而优

XIAOXUE SHUXUE TIGAO XUNLIAN

小学数学

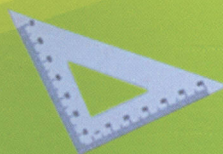
提高训练



四年级

供中等水平以上学生使用

总主编 沈丹丹



科学技术文献出版社

TIGAO XUNLIAN

小学数学

提高训练

(供中等水平以上学生使用)

总 主 编 沈丹丹
主 编 毛小江
编 委 邵静芬 章敏娜
林贺密 曹洪武
沈丹丹

四年级



科学技术文献出版社

图书在版编目(CIP)数据

学而优·小学数学提高训练. 四年级/毛小江主编. -北京:科学技术文献出版社, 2006.6

ISBN 7-5023-5277-5

I. 学… II. 毛… III. 数学课-小学-习题 IV. B624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 022680 号

出 版 者 科学技术文献出版社

地 址 北京市复兴路 15 号(中央电视台西侧)/100038

图书编务部电话 (010)58882909, (010)58882959(传真)

图书发行部电话 (010)68514009, (010)68514035(传真)

邮 购 部 电 话 (010)58882952

网 址 <http://www.stdph.com>

E-mail: stdph@istic.ac.cn

策 划 编 辑 科 文

责 任 编 辑 崔 岩

责 任 校 对 张述庆

责 任 出 版 王杰馨

发 行 者 科学技术文献出版社发行 全国各地新华书店经销

印 刷 者 北京高迪印刷有限公司

版 (印) 次 2006 年 6 月第 1 版第 1 次印刷

开 本 787×1092 16 开

字 数 172 千

印 张 8.25

印 数 1~8000 册

定 价 10.00 元

© 版权所有 违法必究

购买本社图书,凡字迹不清、缺页、倒页、脱页者,本社发行部负责调换。



科学技术文献出版社方位示意图

(京)新登字·130号

科学技术文献出版社是国家科学技术部系统唯一一家中央级综合性科技出版机构,我们所有的努力都是为了使您增长知识和才干。

目录

第1讲	找规律填数	1
第2讲	等差数列	3
第3讲	等差数列求和	6
第4讲	加减法中的速算与巧算	8
第5讲	乘除法中的简算与巧算	10
第6讲	错中求解	12
第7讲	巧填运算符号和括号	15
第8讲	算式谜	17
第9讲	和差积商的变化规律	20
第10讲	一笔画	23
第11讲	方阵(一)	27
第12讲	方阵(二)	30
第13讲	巧求周长	33
第14讲	图形的切拼	37
第15讲	格点与面积	41
第16讲	巧求三角形面积	45
第17讲	等积转化	48
第18讲	巧求图形面积	51
第19讲	页码中的数字问题	54
第20讲	数阵图	57
第21讲	数学中的操作问题	61
第22讲	判断推理(一)	64

第23讲	判断推理(二)	68
第24讲	优化问题	71
第25讲	必胜的游戏	75
第26讲	可能性	79
第27讲	排列	82
第28讲	组合	85
第29讲	排列与组合	88
第30讲	还原法	91
第31讲	列表法解题	94
第32讲	过桥问题	97
第33讲	归一问题	100
第34讲	归总问题	102
第35讲	余数与周期问题	104
第36讲	和、差、倍问题的综合	106
第37讲	鸡兔同笼问题	108
第38讲	盈亏问题	110
第39讲	平均数问题	112
第40讲	行程问题(一)	114
第41讲	行程问题(二)	116
第42讲	综合练习(一)	118
第43讲	综合练习(二)	120
参考答案		122

第1讲

找规律填数

数列按一定的内在联系排列,同学们只要认真观察,认真分析已知数之间的数量关系,便可以从中找出规律,然后再按规律填数。



例1 找规律填数:

(1) 1, 4, 16, 64, _____, _____, ...

(2) 1, 3, 7, 15, _____, 63, _____, ...

试一试

想一想 (1) 这一列数的排列规律是: 后一个数是前一个数的4倍, 写成公式是: 前一个数 $\times 4 =$ 后一个数。

看一看 (1) 1, 4, 16, 64, 256, 1024

试一试

想一想 (2) 这一列数的排列规律是: 第一个数 $+ 2^1 =$ 第二个数, 第二个数 $+ 2^2 =$ 第三个数, 第三个数 $+ 2^3 =$ 第四个数……或: 前一个数 $\times 2 + 1 =$ 后一个数。

看一看 (2) 1, 3, 7, 15, 31, 63, 127, ...

例2 在数列 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, (), 34, 55, ... 中, 括号里应填上什么数。

试一试

想一想 经仔细分析, 不难发现, 从第三个数开始, 每一个数都等于它前两个数的和。即 $1 + 1 = 2$, $1 + 2 = 3$, $2 + 3 = 5$, $3 + 5 = 8$, $5 + 8 = 13$, ...

看一看 $8 + 13 = 21$ 或 $34 - 13 = 21$, $55 - 34 = 21$

例3 按规律填数:

{1, 5, 10}, {2, 10, 20}, {3, 15, 30}, { }, { }

试一试

想一想 观察已知3组数, 发现: 3组数中的第1个数是这个组的序号, 每组数中的第



2 个数是第 1 个数的 5 倍,第 3 个数是第 1 个数的 10 倍。

看一看 第 4、5 组数是 $\{4, 20, 40\}$, $\{5, 25, 50\}$



方法点拨

怎样才能保证正确呢?关键是找到这列数的排列规律,因此在填数前要仔细观察、认真分析,看其前后项的变化,或分组运算,再把结果进行比较,总结数与数、式与式的内在联系和变化规律,这样才能推理出要填的数是什么。



热身演练

1. 在下列各数列的括号中填上合适的数。

(1) 1, 3, 9, 27, 81, () (2) 9, 11, 15, 21, 29, (), 51

2. 在下面的括号里填上合适的数。

2, 3, 5, 8, 13, 21, ()

3. 有一列由 3 数组成的数组,它们依次是

$\{1, 4, 8\}$, $\{2, 8, 16\}$, $\{3, 12, 24\}$, ..., 问第 20 个数组内的 3 个数分别是多少?



闪亮登场

1. 找出规律,在括号里填上适当的数:

(1) 6, 3, 8, 5, 10, 7, 12, 9, (), ()

(2) 1, 4, 7, 5, 8, 11, 9, 12, (), ()

2. 找规律,填得数:

$$12345679 \times 9 = 111\ 111\ 111$$

$$12345679 \times 18 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$12345679 \times 27 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$12345679 \times 36 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$12345679 \times 54 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$12345679 \times 45 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$12345679 \times 81 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$12345679 \times 72 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$12345679 \times 63 = \underline{\hspace{2cm}}$$

3. 下面括号中排列了一些数,依次组成一组数组,最前面 4 组是 $\{1\}$, $\{1, 2, 1\}$, $\{1, 2, 3, 2, 1\}$, $\{1, 2, 3, 4, 3, 2, 1\}$ 。问第 10 组的括号内的所有数之和是多少?

4. 按规律填数:

11	9
5	4

7	9
2	8

13	8
3	7

	5
7	2

等差数列

在我们的课外书中,常出现一类有规律的数列求和问题,如 $1+2+3+4+\cdots+99+100=?$ 法国著名数学家高斯在上小学时就发现了这一串数的求和规律:

$$1+2+3+4+\cdots+99+100 = (1+100) + (2+99) + (3+98) + \cdots + (50+51) = 101 \times 50.$$

即 $(100+1) \times (100 \div 2) = 101 \times 50 = 5050$ 。像这样,把若干个数组成一列称为数列,第一个数叫做第一项,又叫首项;第二个数叫第二项,……,最后一个数叫末项。每一项与它的前面一项的差都相等,就称这个数列为等差数列,后项与前项之差称为公差。由高斯的巧算可知,在等差数列中有如下规律:(1)项数 $= (\text{末项} - \text{首项}) \div \text{公差} + 1$ 。(2)末项 $= \text{首项} + (\text{项数} - 1) \times \text{公差}$ 。(3)数列和 $= (\text{首项} + \text{末项}) \times \text{项数} \div 2$ 。



例1 有一等差数列: $2, 5, 8, \cdots, 104$

- (1) 这个等差数列一共有多少项?
- (2) 它的第16项是多少?



想一想 (1) 这个等差数列的首项是2,公差是3,末项是104,要求项数,根据项数 $= (\text{末项} - \text{首项}) \div \text{公差} + 1$,得:

$$\text{项数} = (104 - 2) \div 3 + 1 = 35$$

(2) 这个等差数列的第2项比首项多1个公差,第3项比第2项多2个公差,依此类推,第16项比首项多 $(16-1)$ 个公差。按照此规律,就可以求出等差数列中任意一项,也可以求出这一数列中的某个数是第几项上的数。

$$\text{第16项的数(末项)} = \text{首项} + (\text{项数} - 1) \times \text{公差} = 2 + (16 - 1) \times 3 = 47$$



例2 计算

$$2 + 6 + 10 + 14 + \cdots + 398 = ?$$

试一试

想一想 这个等差数列的首项是2,末项是398,它的和可以根据公式数列和=(首项+末项)×项数÷2求出,但命题中还缺少项数,因此须先根据项数=(末项-首项)÷公差+1求出这个数列共有多少项,然后再求它的和。

$$\text{项数} = (398 - 2) \div 4 + 1 = 100$$

$$\text{数列和} = (2 + 398) \times 100 \div 2 = 20000$$

例3 计算 $(2 + 4 + 6 + \cdots + 100) - (1 + 3 + 5 + \cdots + 99)$ **试一试**

想一想 解法一:被减数和减数都是等差数列的和,因此,需先分别求出它们的和,然后再相减。

$$\text{原式} = (100 + 2) \times 50 \div 2 - (99 + 1) \times 50 \div 2 = 50$$

解法二:可以运用交换律和结合律,分别用被减数中的双数减去减数中相对应的单数,把原式转化成整齐的结构“1+1+1+...+1”。

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (2 - 1) + (4 - 3) + (6 - 5) + \cdots + (100 - 99) \\ &= 1 \times 50 \\ &= 50 \end{aligned}$$

**方法点津**

记住等差数列中的一些公式,对于我们解题是有很大的帮助的。

**热身演练**

1. 求等差数列 1, 5, 9, 13, 17, 21, ... 的第 100 项。

2. 有一个等差数列 2, 5, 8, 11, 14, ..., 602。这个等差数列共有多少项?

3. 计算下面各题。

(1) $2 + 6 + 10 + 14 + 18 + \cdots + 82$

(2) $2000 - 3 - 6 - 9 - \cdots - 57 - 60$

(3) $12 + 14 + 16 + 18 + \cdots + 96 + 98$



1. 下面的算式是按一定的规律排列的, $5+3, 7+6, 9+9, 11+12, \cdots$ 它的第 1000 个算式的结果是多少?

2. $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \cdots + 1997 - 1998 + 1999$

3. $(1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 1999) - (2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 1998)$



第 3 讲

等差数列求和

对于日常生活中的一些问题,可以巧妙地把它转化成等差数列,用等差数列求和公式求出它们的结果。



例 1 有 12 个同学聚会,如果见面时每个同学都和其他的人握手一次,那么一共握手多少次?

试一试

想一想 假设 12 个同学横着排成一排,然后第 1 个同学依次和其余的 11 个人握手,共握了 11 次;接着第 2 个同学和剩下的 10 个人握手,共握了 10 次;第三个人握了 9 次;……第 11 个人和剩下的 1 人握了一次。这样,他们握手的次数为: 11, 10, 9, 8, …, 2, 1。

解: 他们一共握手的次数是: $11 + 10 + 9 + 8 + \cdots + 2 + 1$

$$= (11 + 1) \times 11 \div 2$$

$$= 66$$

例 2 某电影院有 30 排座位,后面一排都比前面一排多 2 个座位,最后一排有 142 个座位,这个电影院一共有多少个座位?

试一试

想一想 这道题可以联系到利用等差数列求和进行计算: 30 排座位可以看成等差数列的项数, 2 可以看作等差数列的公差,最后一排有 142 个座位可以看作等差数列的末项,要求和必须先求出首项。根据首项 = 末项 - (项数 - 1) × 公差可求第一排座位

$$= 142 - (30 - 1) \times 2$$

$$= 142 - 58$$

$$= 84$$

看一看 $(84 + 142) \times 30 \div 2 = 226 \times 30 \div 2 = 3390$ (个)

答: 这个电影院共有 3390 个座位。

例 3 求所有被 8 除余数是 1 的三位数的和。

试一试

想一想被 8 除没有余数的三位数最小是 104, 所以被 8 除余数是 1 的最小三位数是 105, 第二个是 113, 第三个是 121, ... 被 8 除余数是 1 的最大三位数是 993, 这样的三位数相邻两个数相差都是 8, 因此它们构成一个等差数列: $105 + 113 + 121 + \dots + 993$ 。

$$\text{项数} = (993 - 105) \div 8 + 1 = 112$$

$$\text{数列和} = (993 + 105) \times 112 \div 2 = 61488$$



方法点津

在解决具体的数字求和问题时一定要根据题目的具体特点, 简单的可直接用等差数列求和公式求得数; 复杂的可适当分组配对, 再用等差数列求和公式求解。



热身演练

1. 求自然数中所有三位数之和是多少?
2. 小明读一本故事书, 他第一天读 30 页, 从第二天起, 他每天读的页数都比前一天多 4 页, 最后一天读 70 页, 正好读完, 这本书共有多少页?
3. 求所有被 7 除余 2 的两位数的和。
4. 求所有被 6 除余 1 的三位数的和。
5. 电影院有 13 排座位, 后一排比前一排多 4 个座位, 最后一排有 90 个座位, 问这个电影院共有多少个座位?



闪亮登场

学校举行羽毛球比赛, 每个选手都要和其他所有选手各赛一场, 如果有 25 个人参加比赛, 问一共要进行多少场比赛?



第4讲

加减法中的速算与巧算

同学们想把枯燥、烦琐的计算,变得更加简单、有趣吗?



例1 $9998 + 998 + 98 + 8$

试一试

想一想 题中 9998 比较接近 10000, 998 比较接近 1000, 98 比较接近 100, 8 比较接近 10, 所以可以先看作整十、整百、整千……的数来加, 每个数多加了 2, 所以每个数还要减 2, 一共减 4 个 2。

看一看

$$\text{原式} = 10000 + 1000 + 100 + 10 - 2 \times 4 = 11110 - 8 = 11102$$

例2 (1) $989 - 271 - 529$ (2) $6478 - 927 - 387 - 1073 - 1613$

试一试

想一想 这两题都是从一个数里连续减去几个数, 而且连续减去的这几个数是能凑成整十, 整百, 整千……的数。可以利用减法的性质进行简算。

看一看

$$\begin{aligned} (1) \text{原式} &= 989 - (271 + 529) \\ &= 989 - 800 \\ &= 189 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{原式} &= 6478 - (927 + 1073) - (387 + 1613) \\ &= 6478 - 2000 - 2000 \\ &= 2478 \end{aligned}$$

例3 (1) $978 - (178 + 69)$ (2) $4623 - (623 - 287)$

试一试

想一想 (1) 中的和不是整十、整百、整千……的数, 但其中的一个加数的尾数和被减



数的尾数相同,可以用连续减这两个数的办法来简算。

(2) 题是一个数减两个数的差,根据减法的性质,用这个数先减差里的被减数,再加上差里的减数。

看一看

$$(1) \text{ 原式} = 978 - 178 - 69 = 800 - 69 = 731$$

$$(2) \text{ 原式} = 4623 - 623 + 287 = 4000 + 287 = 4287$$



方法点津

同学们,如果你想学好数学,首先要会算,而且要算得好,既正确、合理,又迅速灵活,除了加、减、乘、除基本运算要熟练外,还要熟练掌握一些运算技巧。



热身演练

$$1. 9997 + 997 + 97 + 9$$

$$2. 9 + 99 + 999 + 9999 + 99999$$

$$3. 536 + (541 + 464) + 469$$

$$4. 547 - 137 - 263$$

$$5. 1759 - 45 - 239 - 55 - 461$$

$$6. 1998 - (376 + 998)$$

$$7. 1999 - (899 - 158)$$



闯关擂台

$$1. 899998 - 799999 + 89998 - 79999 + 8998 - 7999 + 898 - 799 + 88 - 79$$

$$2. 1 + 2 + 3 + \cdots + 98 + 99 + 100 + 99 + 98 + \cdots + 3 + 2 + 1$$

第5讲

乘除法中的简算与巧算

请同学们记住以下的定律和公式：

乘法交换律： $A \times B = B \times A$

结合律： $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$

分配律： $(A + B) \times C = A \times C + B \times C$

商不变的性质： $A \div B = (A \times C) \div (B \times C)$

$A \div B = (A \div C) \div (B \div C)$ (B, C 不等于 0)

积不变的性质： $A \times B = A \times C \times (B \div C)$

$A \times B = A \div C \times (B \times C)$ (B, C 不等于 0)

除法的性质： $A \div B \div C = A \div (B \times C)$ (B, C 不等于 0)



例 1 (1) $25 \times 96 \times 125$ (2) $54000 \div 8 \div 125$

试一试

想一想 (1) 题中把 96 可分解成 $4 \times 3 \times 8$, 以便把 4 与 25、8 与 125 结合起来。

(2) 题逆用除法性质, $a \div (b \times c) = a \div b \div c$, 可以简化计算。

看一看

$$\begin{aligned} (1) \text{ 原式} &= 25 \times (4 \times 3 \times 8) \times 125 = (25 \times 4) \times 3 \times (8 \times 125) \\ &= 100 \times 3 \times 1000 = 300000 \end{aligned}$$

$$(2) \text{ 原式} = 54000 \div (125 \times 8) = 54000 \div 1000 = 54$$

例 2 (1) $999 + 999 \times 999$ (2) $9999 \times 7778 + 3333 \times 6666$

(3) 1111×9999

试一试

想一想 (1) 题可以利用乘法分配律简算。(2) 可把 3333×6666 分解成 $3333 \times (3 \times 2222)$, 然后化成 9999×2222 , 这样可以利用乘法分配律, 使计算简便。(3) 题可先将 9999 凑整 ($9999 = 10000 - 1$), 得算式 $1111 \times (10000 - 1)$, 然后利用乘法分配律计算。