◆把握课标理念　面向学业考试

新课标 新理念
XINKEBIAO XINLINIAN

教与学系列
JIAOYUXUE

中考全程复习训练

CHUZHONGJIAOYUXUE

初中教与学

数学

（适用于北师大、华师大版新教材）

丛书策划 马志明

紧扣大纲 全程复习
强化训练 挑战高分

浙江科学技术出版社

编写说明

中考复习是初中学习的重要环节，有效的复习能够起到巩固记忆、加深理解、拓展能力等作用。但是，由于同一个班级的学生处于不同的学习水平，教师在复习中往往较难使自己的复习教学适应不同层次的学生。如何使不同层次的学生在中考复习中都能产生一次明显的飞跃，是本丛书各位作者长期研究的课题。本丛书作为这一课题的研究成果，集中体现了如下几个特点：

(1)紧扣课程标准的要求。本丛书紧扣九年制义务教育7~9年级各科课程标准的要求，做到不出偏题、怪题，控制题目的难度，使学生在复习的过程中，不做无用功，在有限的时间内收到最大的收益。

(2)充分体现新课程的理念。各科的课程标准鲜明地提出新的课程理念，本丛书在编写过程中，力求使这些理念具体地体现在全书的各个栏目和各个细节处，从而使本丛书具有鲜明的时代特征。

(3)关注不同层次的学生。本丛书依据初中毕业生的认识规律，选编不同难度的练习题，并将它们安排成合理的层次，让学生有较大的选择余地。这样，既使学习水平较低的学生“吃得了”，也使学习水平较高的学生“吃得饱”，同时也照顾到学生在不同的复习阶段的需求。从而使不同层次的学生通过总复习，都能在原有的水平上获得明显的提高。

(4)集中反映试题研究的成果。课程改革促进了各科中考的命题改革，本丛书充分体现近年来全国各地有关专家和同行命题研究的成果，选编的例题和练习题具有新颖性、趣味性和针对性。

本丛书分语文、数学、英语、科学四个分册。参加编写的作者都是具有丰富经验和研究能力，并亲身实施新课程的科研人员和骨干教师。

本分册的作者为：李钰、游素玉、周建英、泮仔聪、陈朝、章才正、张汶秋、黄剑琛、丁仙雅等。

作为本丛书的设计者和作者，我们愿本丛书能作为广大师生中考总复习的有力的助推器，以提升学生初中学习的成绩，陪伴广大初中学生进入理想的高中学校。我们也殷切地希望广大师生在使用本丛书的过程中，对丛书提出宝贵的意见和建议。

《中考全程复习训练》丛书编写组

2005年12月

目 录

教 与 学
JIAO YU XUE

第一部分 数与代数

第二部分 空间与图形

目　录

第一部分 数与代数

第一章 数与式

第一节 实 数

复习提要

1. 实数是在有理数的基础上扩展得到的，主要是引进了无理数(无限不循环小数)，在数学史上，有人首先发现边长为1的正方形的对角线长($\sqrt{2}$)无法用有理数表示，而当时的人们认为有理数可以表示世界上所有的数量，从而引发了一次数学危机.后来，人们接受了无理数，化解了这一次危机.无理数还有其他形式，如π，0.1212212221……(每两个1之间依次多一个2)等等.

2. 实数的四则运算法则：先算乘方和开方，再算乘除，最后算加减，有括号的先算括号里面的.利用实数的运算律可以改变运算顺序，达到简便运算的目的.实数的运算律包括加法交换律、加法结合律、乘法交换律、乘法结合律、乘法对加法的分配律.

3. 在学习有关数的概念时，要重视绝对值的概念，不但能求一个数的绝对值，而且能理解和运用绝对值的几何意义，即一个数的绝对值是表示这个数的点离开原点的距离.要重视符号“−”的理解，它不但作为运算符号(减法运算)，也可作为性质符号(原数的相反数)；要重视近似数表示法的规则，如有效数字、精确度等，在实际问题的应用中经常会出现近似数.

4. 理解平方根的概念，会求一个数的平方根、算术平方根、立方根，并能运用算术平方根的性质进行计算.

5. 初步了解和掌握数学的分类思想和数形结合思想，尤其通过实数与数轴上的点的对应关系，理解“实数”与数轴上的“点”一一对应的关系，为今后学习函数与图像的对应和关系打下良好的基础.

典型例题

【例1】 在 $(-\sqrt{2})^0$，$\cot45°$，$-\sqrt{9}$，$\sqrt{\pi^2}$，$(-\sqrt{7})^2$，$\frac{22}{7}$，0.1010010001…(每两个1之间依次增加一个0)这些数中，无理数的个数有 ( )

A.1个 B.2个 C.3个 D.4个

【分析】 判断一个数是不是无理数的依据是有理数和无理数的定义.有理数包括整数和分数，所以整数和分数都属于有理数，而无理数是无限不循环小数.本题中有些数还没有化简，因此，先化简，再判断.

【解】 $\because (-\sqrt{2})^0=1$，$\therefore$它是有理数；$\because \cot45°=1$，$\therefore$它是有理数；$\because -\sqrt{9}=-3$，$\therefore$它是有理数；$\because \sqrt{\pi^2}=\pi$，$\therefore$它是无理数；$\because (-\sqrt{7})^2=7$，$\therefore$它是有理数；$\because \frac{22}{7}$是分数，$\therefore$它一定是有理数；$\because$0.1010010001…(每两个1之间依次增加一个0)是一个无限小数，同时它又是不循环小数，$\therefore$它是无理数.

综上所述，这些数中共有2个无理数.故选B.

【回顾】 (1)判断一个数是什么数之前，首先要把它化成最简形式.

(2)在初中范围内，无理数有三种常见形式：①开方开不尽的数，如$\sqrt{2}$，$\sqrt[3]{4}$，等等；②与π有关的数，如$-\pi$，$\frac{\pi}{2}$，等等；③构造性的无限不循环

小数，如0.1010010001…(每两个1之间依次增加一个0).

(3)分数一定是有理数，因为所有分数都能化成有限小数和无限循环小数.

【例2】 如图1-1-1所示，把一个面积为1的正方形等分成两个面积为$\frac{1}{2}$的矩形，接着把面积为$\frac{1}{2}$的矩形等分成两个面积为$\frac{1}{4}$的矩形，再把面积为$\frac{1}{4}$的矩形等分成两个面积为$\frac{1}{8}$的矩形，如此进行下去.试利用图形揭示的规律计算：$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128}+\frac{1}{256}=$______.

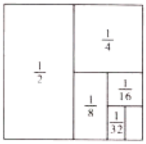


图 1-1-1

【解】 观察图形可知，正方形的面积为1，从图形的分割过程可知$1=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\cdots=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128}+\frac{1}{256}+\frac{1}{256}$，$\therefore\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128}+\frac{1}{256}=1-\frac{1}{256}=\frac{255}{256}$.

【回顾】 这是一道“阅读理解”型题，认真读懂题目的意思，领会其意图可以很快地求解，在本题中关键是将数值$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{8}$等赋予实际意义.如果忽略前面的文字直接去求算式的值，虽然也能求出答案，但很繁琐，而且易错.

变式一：请你利用图1-1-1，求$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{8}-\frac{1}{16}-\frac{1}{32}-\frac{1}{64}-\frac{1}{128}-\frac{1}{256}$的值.

变式二：你能用只含有一个字母n的式子来表示图1-1-1中的规律吗？

【例3】 计算下列各题：

(1)$(\pi-3)^0+(-1)^{2005}-|-2|-(\sqrt{3})^{-2}-(\frac{1}{2})^{-1}$；

(2)$2\sin60°+\frac{2}{\sqrt{3}+1}-\frac{3}{\sqrt{3}}$.

【分析】 (1)$\because a^0=1(a\neq0$时$)$，$\therefore(\pi-3)^0=1$；由乘方的意义可知$(-1)^{2005}=-1$；根据负指数的运算法则：$a^{-n}=\frac{1}{a^n}(a\neq0,n$是正整数$)$，得$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}=2$；

(2)$\sin60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$；$\frac{1}{\sqrt{3}+1}=\frac{\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$，$\frac{3}{\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2}=\sqrt{3}$

【解】 (1)原式$=1-1-2-\frac{1}{3}-2=-4\frac{1}{3}$

(2)原式$=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}-1-\sqrt{3}=\sqrt{3}-1$

【回顾】 对于负整数指数幂的运算公式$a^{-n}=\frac{1}{a^n}(a\neq0,n$是正整数$)$，意义是$a^{-n}$等于$a$的$n$次方的倒数；又$a^{-n}=\frac{1}{a^n}=\left(\frac{1}{a}\right)^n$，意义是$a^{-n}$等于$a$的倒数的$n$次方.当$n=1$时，可知$a^{-1}$表示$a$的倒数，当$n$为大于1的整数时，可以根据$a$来选择算法，如计算$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$和$(\sqrt{5})^{-2}$时，对于$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$可以按照先倒数再乘方的顺序计算，得$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}=-8$，对于$(\sqrt{5})^{-2}$可以按照先乘方再倒数的顺序计算，得$(\sqrt{5})^{-2}=\frac{1}{5}$.

【例4】 用计算器探索①$\sqrt{121(1+2+1)}=$?

②$\sqrt{12321(1+2+3+2+1)}=$?

③$\sqrt{1234321(1+2+3+4+3+2+1)}=$?

…

计算：

$\sqrt{1234567654321(1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1)}$

=______

【解】 $121(1+2+1)=11^2\times2^2=(11\times2)^2=22^2$

$12321(1+2+3+2+1)=111^2\times3^2=(111\times3)^2=333^2$

$1234321(1+2+3+4+3+2+1)=1111^2\times4^2=(1111\times4)^2=4444^2$

由此猜想$1234567654321(1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1)=7777777^2$

经验证，$7777777^2=1234567654321\times49=1234567654321\times(1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1)$

$\therefore\sqrt{1234567654321(1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1)}=7777777$

【回顾】 猜想的结论具有必然性. 在数学史上，费尔马研究了形如$2^{2^n}+1$(其中n是非负整数)的计算结果，他令n分别等于0、1、2、3、4，分别得到3、5、17、257、65537，它们都是质数.于是，费尔马发表猜想：形如$2^{2^n}+1$(其中n是非负整数)的数都是质数.在费尔马死了67年之后的1732年，25岁的数学家欧拉证明了$2^{2^5}+1=2^{32}+1=4294967297=641\times6700417$，这样一来，就否定了费尔马猜想.因此对猜想的结论应该进行说理才能确定是否正确.

【例5】 规定一种新的运算：$a\triangle b=ab-a-b+1$，如$3\triangle4=3\times4-3-4+1$

(1)计算$2\triangle\frac{1}{2}$和$(-2)\triangle(3\triangle4)$；

(2)比较大小：$(-3)\triangle4$和$4\triangle(-3)$.

【分析】 (1)在“$2\triangle\frac{1}{2}$”中，$a=2,b=\frac{1}{2}$，所以把“$a=2,b=\frac{1}{2}$”代入到“$ab-a-b+1$”中就可以求出它的值.在“$(-2)\triangle(3\triangle4)$”中，应该先算括号里面的.

(2)只要分别算出$(-3)\triangle4$和$4\triangle(-3)$的值，就可以比较它们的大小了.

【解】 (1) $2\triangle\frac{1}{2}=2\times\frac{1}{2}-2-\frac{1}{2}+1=-\frac{1}{2}$；

$(-2)\triangle(3\triangle4)=(-2)\triangle(3\times4-3-4+1)=(-2)\triangle6=(-2)\times6-(-2)-6+1=-15$；

(2)$\because(-3)\triangle4=(-3)\times4-(-3)-4+1=-12$，

$4\triangle(-3)=4\times(-3)-4-(-3)+1=-12$，

$\therefore(-3)\triangle4=4\triangle(-3)$

【回顾】 在新定义运算中，关键是准确确定a、b的值，再把它们代入求值即可.

同学们可再思考：在第(2)小题中，你能不用计算比较大小吗？

【例6】 观察下列由棱长1的小立方体摆成的图形(如图1-1-2所示)，①总共有1个小立方体，其中1个看得见，0个看不见；②总共有8个小立方体，其中7个看得见，1个看不见；③总共有27个小立方体，其中19个看得见，8个看不见；……，那么第n个图形，看不见的立方体共有______个.

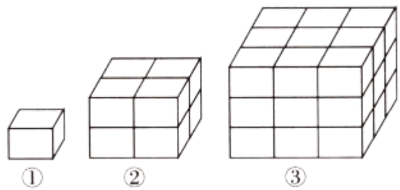


图 1-1-2

【解法一】 探索看不见的小立方体个数，寻找规律：①0，②1，③8，…，可以发现它们是一组完全立方数. 那么这组数的规律是不是一定就是完全立方数呢？观察图形间的规律，可以发现下一个图形中看不见的小立方体恰好等于上一个图形中所有小立方体的个数.这组图形的第n个图形中所有小立方体的个数是n^3，$\therefore$第n个图形中看不见的小立方体的个数共有$(n-1)^3$个.

【解法二】 如图1-1-3所示，首先画出第n个图形的示意图，观察图形分析第n个图形中的看得见的小立方体的个数.

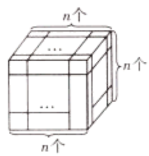


图 1-1-3

在正面，看得见的小立方体共有n^2个.同理，上面和右面看得见的小立方体也分别有n^2个，正面和上面相

交有n个小立方体，它们被重复地计算了两次，同理，正面和右面，以及上面和右面也分别有n个小立方体被重复计算两次，所以，重复计算的小立方体应该减去，而正面、上面和右面相交点有1个小立方体；根据上述分析，可知看得见的小方体的个数是$(3n^2-3n+1)$个，所以看不见的小立方体的个数是$n^3-(3n^2-3n+1)=n^3-3n^2+3n-1$.

【回顾】 通过本题的解法发现探索规律时，可以先数出这组图形中每个图形中看不见的小立方体的个数，观察出这组数的规律，猜想第n个图形中看不见的小立方体的个数. 然后再根据前后图形间的相互关系再验证猜想的结论.

除了上述的方法外，还可以直接分析第n个图形中看不见的小立方体的个数，而且直接分析的方法并不惟一，你还有其他的分析方法吗？

变式：下面是按照一定规律画出的一列"树型"图(如图1-1-4所示)：

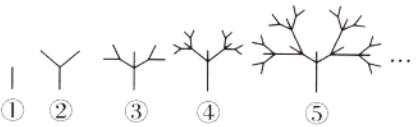


图 1-1-4

经观察可以发现：图②比图①多出2个"树枝"，图③比图②多出5个"树枝"，图④比图③多出10个"树枝"，照此规律，图⑦比图⑥多出________个"树枝".

A组

巩固练习

1.下列四个实数中是无理数的是 ( )

A.2.5 B.$\frac{10}{3}$

C.$\sqrt[3]{9}$ D.1.414

2.已知数轴上的A点到原点的距离是2，那么数轴上到A点的距离为3的点所表示的数有 ( )

A.1个 B.2个 C.3个 D.4个

3.若$|x|=-x$，则x取值范围是 ( )

A.$x=-1$ B.$x=0$ C.$x\geqslant 0$ D.$x\leqslant 0$

4.一批货物总重1.4×10^7 kg，下列可将其一次性运走的合适运输工具是 ( )

A.一艘万吨巨轮 B.一架飞机

C.一辆汽车 D.一辆板车

5.在计算机计算程序中，输入和输出的数据如下表：

输入	…	1	2	3	4	5	…
输出	…	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{17}$	$\frac{5}{26}$	…

那么，当输入的数据是8时，输出的数据是 ( )

A.$\frac{8}{61}$ B.$\frac{8}{63}$ C.$\frac{8}{65}$ D.$\frac{8}{67}$

6.如果$t>0$，那么$a+t$与a的大小关系是 ( )

A.$a+t>a$ B.$a+t<a$ C.$a+t\geqslant a$ D.不能确定

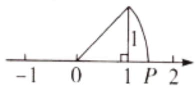
7.$\sqrt{36}$的平方根是 ( )

A.6 B.±6 C.$\pm\sqrt{6}$ D.$\sqrt{6}$

8.若a为实数，下列各数中一定是负数的是 ( )

A.$-a^2$ B.$-(a+1)^2$ C.$-\sqrt{a^2}$ D.$-(|-a|+1)$

9.如图所示，以数轴的单位长线段为边作一个正方形，以数轴的原点为圆心，正方形对角线长为半径作弧，交数轴的正半轴于点P，则点P表示的数是 ( )



(第 9 题)

A.$1\frac{1}{2}$ B.1.4 C.$\sqrt{3}$ D.$\sqrt{2}$

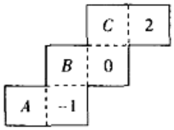
10.某高级中学为每个学生编号，设定末尾用1表示男生，用2表示女生，如果048432表示"2004年入学的8班43号同学，是位女生"，那么今年入学的6班23号男同学的编号是__________.

11.我们平常用的数要用10个数码(又叫数字)：如：$2639=2\times 10^3+6\times 10^2+3\times 10^1+9\times 10^0$，表示十进制的数要用10个数码(又叫数字)：0,1,2,3,4,5,6,7,8,9，在电子数字计算机中用的是二进制，只要两个数码：0,1，如：$101=1\times 2^2+0\times 2^1+1\times 2^0$，等于十进制的数5；$10111=1\times 2^4+0\times 2^3+1\times 2^2+1\times 2^1+1\times 2^0$，等

于十进制的数23，那么，二进制中1101等于十进制数________.

12. 5箱苹果，以每箱30kg为基准，超过的千克数记作正数，每箱苹果记录如下：1.5，-3.2，0，2.4，-1.7，那么5箱苹果共________kg.

13.如图所示是一个正方体包装盒的表面展开图，若在其中的三个正方形A、B、C内分别填上适当的数，使得将这个表面展开图沿虚线折成正方体后，相对面上的两数互为相反数，则填在A、B、C内的三个数依次是________.



(第 13 题)

14.已知：$|x|=3$，$|y|=2$，$x\cdot y<0$，则$x+y$的值等于____.

15.观察一列数：5，8，11，14，17，20，…依此规律，在此数列中比2000大的最小整数是________.

16.已知a、b是实数，且$\sqrt{2a+3b}+|b-2|=0$，则b^{-a}=________.

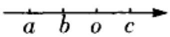
17.计算题：

(1) $\frac{1}{\sqrt{3}-2}-2^2+\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$；

(2) $(\sin60°)^{-2}-(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)+(\sqrt{3}-2)^0$.

18. 化简：(1) 当$x>2$时，化简$x-\sqrt{(2-x)^2}-2|x-2|$；

(2)已知实数a，b，c在实数轴上的对应位置如图所示，化简$|a-c|-|b-a|+|b+c|$.



(第18题)

B组

19.生物学指出：生态系统中，每输入一个营养级的能量，大约只有10%的能量流到下一个营养级：$H_1\to H_2\to H_3\to H_4\to H_5\to H_6$. H_n表示第n个营养级($n=1,2,\cdots,6$)，要使H_6获得10 kJ的能量，那么需要H_1提供的能量为 ( )

A.10^4kJ　　B.10^5kJ

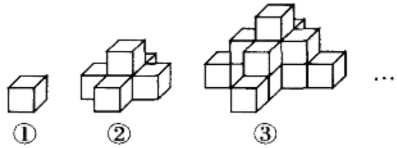
C.10^6kJ　　D.10^7kJ

20.近似数1.20所表示的准确数x的范围是 ( )

A.$1.195\leq x<1.205$　　B.$1.15\leq x\leq 1.25$

C.$1.10\leq x\leq 1.30$　　D.$1.200\leq x\leq 1.205$

21.图①是一个水平摆放的小正方体，图②、③是由这样的小正方体木块叠放而成的，按照这样的规律继续叠下去，至第七个叠放的图形中，小正方体木块总数应是 ( )



(第21题)

A.25　　B.66　　C.91　　D.120

22.已知$a=2^{55}$，$b=3^{44}$，$c=5^{33}$，$d=6^{22}$，那么a、b、c、d从小到大的顺序是( )

A.$a<b<c<d$　　B.$a<b<d<c$

C.$b<a<c<d$　　D.$a<d<b<c$

23. 校学生会生活委员发现学生们在食堂吃午餐时浪费现象十分严重，于是决定写一张标语贴在食堂门口，告诫大家不要浪费粮食，请你帮他把标语中的有关数据填上(已知1g大米约52粒).

如果每人每天浪费 1 粒大米，全国 13 亿人口每天就浪费大约________t 大米！

24. 用计算器探索，按一定规律排列的一组数$\frac{1}{10}$，$\frac{1}{11}$，$\frac{1}{12}$，…，$\frac{1}{19}$，$\frac{1}{20}$，如果从中选出若干个数，使它们的和大于0.5，那么至少要选____个数.

25.比较下面各组计算式结果的大小(在横线上选填">"，"<"，"=").

4^2+3^2________$2\times4\times3$；

$(-2)^2+1$________$2\times(-2)\times1$；

$(\sqrt{2})^2+(\frac{1}{2})^2$______$2\times\sqrt{2}\times\frac{1}{2}$；

2^2+2^2________$2\times2\times2$.

…

通过观察归纳，写出能反映这种规律的一般结论，并加以证明.

26. 阅读下面材料：

(1)现定义某种运算“★”，对于任意两个实数a、b，当$ab\neq1$时，都有$a\bigstar b=\dfrac{1}{ab-1}$，例如$3\bigstar4=\dfrac{1}{3\times4-1}$，请按上面定义的运算解答下面问题.

①填空：当x为实数时，$2\bigstar x=$__________；

②当$2\bigstar x=x$时，则实数$x=$__________.

(2)你能比较两个数2004^{2005}和2005^{2004}的大小吗？为了解决这个问题，先把问题一般化，即比较n^{n+1}与$(n+1)^n$的大小($n\geqslant1$的整数)，然后分析$n=1$，$n=2$，$n=3$，…从这些简单情形入手，从中发现规律，经过归纳，猜想出结论.

①通过计算，比较各组两个数的大小(横线上填“>”，“=”，“<”)

1^2____2^1；2^3____3^2；3^4____4^3；4^5____5^4；5^6____6^5；6^7____7^6；7^8____8^7；…

②从第①小题结论经过归纳，可以猜想n^{n+1}与$(n+1)^n$的大小，关系是：__________；

③根据上面归纳得到的一般结论，可以得2004^{2005}________2005^{2004}(填“>”，“=”，“<”).

27.(1)阅读下面材料：点A、B在数轴上分别表示实数a、b，A、B两点之间的距离表示为$|AB|$.

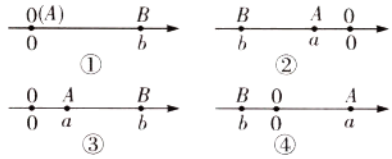
当A、B两点中有一点在原点时，不妨设点A在原点，如图①，$|AB|=|OB|=|b|=|a-b|$；

当A、B两点都不在原点时，

① 如图③，点A、B都在原点的右边，$|AB|=|OB|-|OA|=|b|-|a|=|a-b|$；

② 如图②，点A、B都在原点的左边，$|AB|=|OB|-|OA|=|b|-|a|=-b-(-a)=|a-b|$；

③ 如图④，点A、B在原点的两边，$|AB|=|OB|+|OA|=|b|+|a|=-b+a=|a-b|$.



(第27题)

(2)回答下列问题：

①数轴上表示2和5的两点之间的距离是________，数轴上表示-2和-5的两点之间的距离是________，数轴上表示1和-3的两点之间的距离是________；

②数轴上表示x和-1的两点A和B之间的距离是______，如果$|AB|=2$，那么x为________；

③当代数式$|x+1|+|x-2|$取最小值时，相应的x的取值范围是________.

第二节　整　式

1.有关概念

(1)代数式：用运算符号把数和表示数的字母连接而成的式子叫做代数式；

(2)整式：只用加号和乘号把数和表示数的字母连接而成的式子叫做整式；整式包括单项式和多项式；

(3)同类项：如果两个单项式的字母相同，且相同字母的指数也相同，那么这两个单项式就是同类项.

2.整式的加减

(1)去括号法则：括号前面是“+”，去掉“+”和括号，括号里面的各项都不变；括号前面是“−”，去掉“−”和括号，括号里面的各项都变号.

(2)合并同类项的法则：字母和字母的指数不变，系数相加后的和作为合并后的单项式的系数.合并同类项也可以看成是乘法分配律的逆运用.

(3)整式的加减实质就是去括号和合并同类项.

3.幂的运算

(1) 同底数幂的乘法和除法：同底数幂相乘(除)，底数不变，指数相加(减).即$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$，$a^m\div a^n=a^{m-n}$.

(2)幂的乘方：幂的乘方，底数不变，指数相乘.即$(a^m)^n=a^{mn}$.

(3)积的乘方：积的乘方等于把积中各个因式分别乘方.即$(ab)^n=a^nb^n$，积的乘方可以理解成乘方对乘法的分配律.

4.整式乘法

(1)单项式乘以单项式：单项式乘以单项式，把它们的系数、相同字母的幂分别相乘，其余字母连同它的指数不变，作为积的因式.单项式乘以单项式的实质就是乘法交换律和结合律的应用.

(2)单项式乘以多项式：单项式乘以多项式，就是用单项式乘以多项式中每一项，再把所得的积相加.单项式乘以多项式实质就是乘法分配律的应用.

(3)多项式乘以多项式：多项式乘以多项式，先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项，再把所得的积相加.

(4)乘法公式：

①平方差公式：

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.

②完全平方公式：

$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$.

注意：公式中的字母a、b可以是一个数，也可以是一个字母、单项式、多项式、整式，甚至是一个代数式.

典型例题

【例1】某市为鼓励市民节约用水，对自来水用户按如下标准收费，若每月每户用水不超过$15m^3$，则每立方米水价按a元收费；若超过$15m^3$，则超过的部分每立方米按$2a$元收费，如果某户居民在一个月内用水$35m^3$，那么这户居民该月该缴水费多少元？该用户该月的平均水费为多少元/m^3？

【分析】 根据收费标准可知该户居民的应缴水费分为两部分，$15m^3$和$15m^3$以上的两部分水费，分别表示出这两部分的水费就可以得到应缴水费.平均水费=水费÷水量.

【解】 该户居民该月应缴水费为$15a+(35-15)\cdot 2a=55a$(元)；平均水费为$\frac{55a}{35}=\frac{11}{7}a$(元/$m^3$).

【例2】 小李家住房的结构如图1-2-1所示，小李打算把卧室和客厅铺上木地板，请你帮他算一算，他至少需要买多少平方米的木地板？

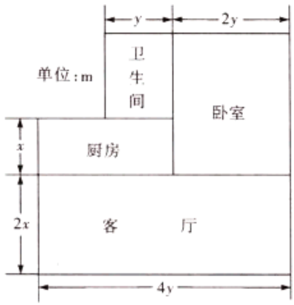


图1-2-1

【解】 卧室面积为：$(x+y)\cdot 2y=4xy(m^2)$，

客厅面积为：$2x\cdot 4y=8xy(m^2)$，

$4xy+8xy=12xy(m^2)$，

∴小李至少要买$12xy(m^2)$的木地板.

【回顾】 解题时要认真审题，往往有些同学不认真审题，只看图形和问题，就误认为求的是整个住房的面积.

【例3】 下列各式计算正确的是 (　　)

A.$2x^2\cdot 3x^2=6x^2$　　B.$x^3+x^3=2x^6$

C.$(x^3)^m\div x^{2m}=x^m$　　D.$(x+y)^2=x^2+y^2$

【分析】 选项A的左边$=2x^2\cdot 3x^2=6x^4\neq$右边；选项B的左边$=x^3+x^3=2x^3\neq$右边；选项C的左边$=(x^3)^m\div x^{2m}=x^{3m}\div x^{2m}=x^m=$右边；选项D的左边$=(x+y)^2=x^2+2xy+y^2\neq$右边.

【解】 选C.

【回顾】 选项A、B和D的错误是部分同学在计算中容易犯的错误.选项A和选项B的错误原因

是混淆了单项式乘以单项式和合并同类项的法则，选项D的错误原因在于误用分配律.特别提醒：乘方对乘法存在分配律，乘法对加法存在分配律，但乘方对加法不存在分配律.

【例4】 (1)已知代数式$3y^2-2y+6$的值为8，求代数式$\frac{3}{2}y^2-y+6$的值；

(2)已知$x+y=a$，$xy=b$，求x^2+y^2和$|x-y|$的值.

【分析】 (1)若先列方程$3y^2-2y+6=8$，求出y值后再代入代数式求值，虽可以求得y的值，但所求得的y值比较繁琐，且它有两个值，因此在代入求值时需要讨论，而且计算繁琐易错.如果仔细观察，可以发现已知的代数式与所求的代数式之间含y的各项的系数存在倍数关系，这样利用整体代入法，可以很简单地求值.

(2)由$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$可表示出结果；要求$|x-y|$的值，可先求出$(x-y)^2$的值，而$(x-y)^2=x^2-2xy+y^2=(x+y)^2-4xy$.

【解】 (1)$\because 3y^2-2y+6=8$，$\therefore 3y^2-2y=2$，

$\therefore \frac{3}{2}y^2-y+6=\frac{1}{2}(3y^2-2y)+6=\frac{1}{2}\times2+6=7$

(2) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=a^2-2b$，

$\because (x-y)^2=x^2-2xy+y^2=(x+y)^2-4xy=a^2-4b$，

$\therefore |x-y|=\sqrt{a^2-4b}$

【回顾】 (1)整体思想是常用的数学思想.

(2)$x+y$和xy是基本的对称式，其他对称式都能用基本对称式来表示，如本题中的x^2+y^2和$|x-y|$.

【例5】 观察下列各式，你会发现什么规律？

$3\times5=15$而$15=4^2-1$

$5\times7=35$而$35=6^2-1$

……

$11\times13=143$而$143=12^2-1$

将你猜到的规律用含一个字母的式子表示出来：________________________.

【分析】 用含一个字母的式子表示上述等式的规律，实际上只要把等式左边的数只用含一个字母的代数式来表示，利用整式的乘法自然可以得到等式右边的代数式.观察到等式左边中的两个因数是两个相邻的奇数，所以表示出前一个因数之后，就很容易表示后一个因数.

【解】 前一个等式可以表示为$(2n+1)(2n+3)=4n^2+8n+3$(n是正整数).

后一个等式可以表示为$4n^2+8n+3=(2n+2)^2-1$.

【回顾】 转化思想是常用的数学思想.在本题中，把表示等式的问题转化为表示第一个因数的问题，把一个较难的问题简单化.

【例6】 现将连续自然数1~2006按图中的方式排成一个长方形方阵，用一个正方形推出16个数(如图1-2-2所示).

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
…	…	…	…	…	…	…
1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
2003	2004	2005	2006			

图1-2-2

(1)图中框出的16个数的和是__________；

(2)在图1-2-2中，要使一个正方形框出的16个数之和分别等于2000，2005，是否可能？若不能，试说明理由；若有可能，请求出正方形框出的16个数中的最大数和最小数.

【分析】 第(1)小题的16个数已经给定，而且方框里成中心对称的两个小方格内的数之和都等于44，所以这16个数的和容易计算.

这个正方形框出的左右相邻的两个数中右边的数比左边的数大1，上下相邻的两个数中下面的数比上面的数大7.在第(2)小题中，可设框出的16个数中的最小数为a，如图1-2-3所示，可以表示出正方形框出的16个数，从而转化为关于a的方程，解方程可求得a的值.由于a的值是整数，而且它只能在长方形方阵的前4列，因此求出a的值之后还要检查它是否满足上述两个条件.

a	$a+1$	$a+2$	$a+3$
$a+7$	$a+8$	$a+9$	$a+10$
$a+14$	$a+15$	$a+16$	$a+17$
$a+21$	$a+22$	$a+23$	$a+24$

图 1-2-3

【解】 (1)在这个方框里的成中心对称的两个方框内的两个数之和都等于44，于是易算出这16个数之和为$44\times8=352$；

(2) 设框出的16个数中最小的一个数为a，则这16个数组成的正方形方框如图1-2-3所示，因为方框中每两个关于正方形的中心对称之和都等于$2a+24$，

$\therefore$16个数之和$=8(2a+24)=16a+192$，

当$16a+192=2000$时，解得$a=113$，

当$16a+192=2005$时，解得$a=113\frac{5}{16}$，

$\because a$为自然数，$\therefore a=113\frac{5}{16}$不合题意，即框出的16个数之和不可能等于2005.

由长方形方阵的排法可知，a可能在1,2,3,4列，即a除以7的余数只可能是1,2,3,4.

因为$113=16\times7+1$，所以，这16个数之和等于2000是可能的，这时，方框中最小的数是113，最大的数是$113+24=137$.

【回顾】 (1)正确表示出正方形框出的16个数是关键；

(2)在求出a值之后必须注意检查a的合理性，在本题中，即a应位于长方形方阵的前4列.

【例7】 计算：

(1)$(-\sqrt{2})^{2005}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{1000}$；

(2)$6(7+1)(7^2+1)(7^4+1)(7^8+1)+1$.

【分析】 (1)注意到$(\sqrt{2})^2=2$，$2^{1000}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{1000}=1$，所以把$(-\sqrt{2})^{2005}$表示为$-2^{1000}\times(\sqrt{2})^5$即可；(2)把6表示为7-1，则可以连续运用平方差进行计算.

【解】 (1)原式$=-(\sqrt{2})^5\times(\sqrt{2})^{2000}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{1000}$

$=-(\sqrt{2})^5\times2^{1000}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{1000}$

$=-4\sqrt{2}$

(2)原式$=(7-1)(7+1)(7^2+1)(7^4+1)(7^8+1)+1$

$=(7^2-1)(7^2+1)(7^4+1)(7^8+1)+1$

$=(7^4-1)(7^4+1)(7^8+1)+1$

$=(7^8-1)(7^8+1)+1$

$=7^{16}-1+1$

$=7^{16}$

【例8】 若$(x^2+px+8)(x^2-3x+q)$的乘积中不含x^3和x^2项，求p和q的值.

【分析】 等式的左边是两个最高次数为2次的含x的整式，所以它们的乘积应该是一个最高次数为4次的整式，已知乘积不含x^3和x^2项，说明这两项的系数都是0，从而求出p、q的值.

【解】 $\because(x^2+px+8)(x^2-3x+q)=x^4+(p-3)x^3+(8+q-3p)x^2+(pq-24)x+8q$，

由题意，得$\begin{cases}p-3=0\\8+q-3p=0\end{cases}$

解得$\begin{cases}p=3\\q=1\end{cases}$

巩固练习

A组

1.下列算式，正确的是 ( )

A.$a^5-a^3=a^2$ B.$a^5\cdot a^3=a^{15}$

C.$a^6\div a^3=a^2$ D.$(-a^5)^2=a^{10}$

2.下列各组不是同类项的是 ( )

A.$-x^2y$与yx^2 B.$3ab^2$与$7a^2b^2$

C.$3abc$与$-abc$ D.$8x^2y$与x^2y

3.若代数式x^2-3x+5的值等于7，则代数式$2-3x^2+9x$的值等于 ( )

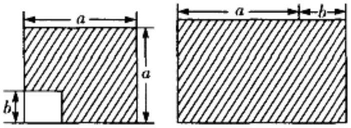
A.0 B.-2 C.-4 D.-6

4.若$y=2x-1$，$z=3y$，则$x+y+z$等于 ( )

A.$9x-4$ B.$9x-1$ C.$9x-2$ D.$9x-3$

5.如图①所示，在边长为a的正方形中挖掉一个边长为b的小正方形($a>b$)，把余下的部分剪拼

成一个如图②所示的矩形，通过计算两个图形阴影部分的面积，验证一个等式，这个等式是（　　）



①　②

（第5题）

A. $(a+2b)(a-b)=a^2+ab-b^2$

B. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

C. $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

D. $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

6.某商品价格为a元，降价10%后，又降价10%，销售额猛增，商店决定再提价20%，提价后这种商品的价格为（　　）

A. a元　B. $1.08a$元　C. $0.972a$元　D. $0.96a$元

7.随着通讯市场竞争日异激烈，某通讯公司的手机市话收费标准按原标准每分钟降低了a元后，再次下调了25%，现在收费标准是每分钟b元，则原收费标准每分钟为（　　）

A. $(\frac{5}{4}b-a)$元　B. $(\frac{5}{4}b+a)$元

C. $(\frac{3}{4}b+a)$元　D. $(\frac{4}{3}b+a)$元

8.填空：

(1)化简$(a+2)^2-2a(a+2)$的结果是________；

(2)计算：$\frac{1}{2}xy^2\cdot(-4x^3y)=$________；

(3)$a^3\div a\cdot\frac{1}{a}=$________；

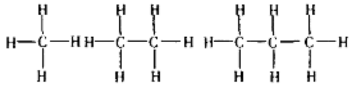
(4)$(x^{4n}\div x^{2n})x^n=$________；

(5)$(9^n)^2=3^8$，则$n=$________；

(6)已知$a^m=2$，$a^n=3$，则$a^{3m+2n}=$________；

(7)已知$\alpha^2+\beta^2=10$，若$(\alpha+\beta)^2=50$，则$\alpha\beta=$______.

9.下列是三种化合物的结构式及分子式，请按其规律，写出后一种化合物的分子式________.



CH_4　C_2H_6　C_3H_8

（第9题）

10.在2006年5月的日历中（如图所示），任意圈出一竖列上相邻的3个数，设中间的一个为a，则用含代数式表示这三个数（从小到大排列）分别为________.

日	一	二	三	四	五	六
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

（第10题）

11.观察下列算式：

$3^1=3,3^2=9,3^3=27,3^4=81,3^5=243,3^6=729,3^7=2187,3^8=6561,\cdots$

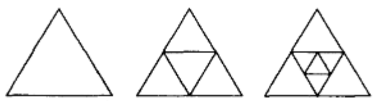
用你所发现的规律写出3^{2006}的末位数字是________.

12.观察下式：$(x-1)(x+1)=x^2-1$

$(x-1)(x^2+x+1)=x^3-1$；$(x-1)(x^3+x^2+x+1)=x^4-1$；…

请你根据上式的规律写出$(x-1)(x^{10}+x^9+\cdots+x+1)=$________.

13.图①是一个三角形，分别连接这三角形各边的中点得图②；再分别连结图②中间的小三角形的各边中点，得到图③，按此方法继续下去，请你根据每个图中三角形个数的规律，完成下列问题.



①　②　③

（第13题）

(1)将下表填完整：

图形编号	1	2	3	4	5	…
三角形个数	1	5	9			…

(2)在第n个图形中有________个三角形(用含n的式子表示).

B组

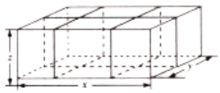
14.计算$2^{10}+2^{10}$的结果是 (　　)

A.2^{20}　　B.4^{10}　　C.4^{20}　　D.2^{11}

15.当$x=1$时，代数式px^3+qx+1的值为2005，则当$x=-1$时，代数式px^3+qx+1的值为 (　　)

A.-2003　B.-2004　C.-2005　D.2003

16. 火车站和机场都为旅客提供打包服务，如果长、宽、高分别为x、y、z的箱按如图方式打包，则打包带的长至少为 (　　)



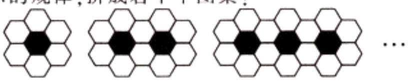
(第 16 题)

A.$4x+4y+10z$　　B.$x+2y+3z$

C.$2x+4y+6z$　　D.$6x+8y+6z$

17.观察下列等式(等式中的"！"是一种数学运算符号)，1！=1，2！=2×1，3！=3×2×1，4！=4×3×2×1，…计算：n！=________.

18.用黑白两种颜色的正六边形地面砖按如下所示的规律，拼成若干个图案：



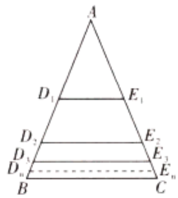
第1个　第2个　第3个

(第18题)

(1)第4个图案中有白色地面砖______块；

(2)第n个图案中有白色地面砖________块.

19.如图所示，在△ABC中，$BC=a$，若D_1、E_1分别是AB、AC的中点，则$D_1E_1=\frac{1}{2}a$；若D_2、E_2分别是D_1B、E_1C的中点，则$D_2E_2=\frac{1}{2}(\frac{a}{2}+a)=\frac{3}{4}a$；若$D_3$、$E_3$分别是$D_2B$、$E_2C$的中点，则$D_3E_3=\frac{1}{2}(\frac{3}{4}a+a)=\frac{7}{8}a$；…；若$D_n$、$E_n$分别是$D_{n-1}B$、$E_{n-1}C$的中点，则$D_nE_n=$______($n\geq1$，且$n$为整数).



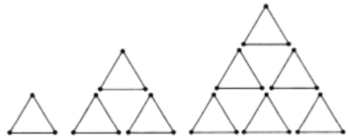
(第19题)

20.计算：$1-2+3-4+\cdots-98+99$

变式一：计算$1^2-2^2+3^2-4^2+\cdots-98^2+99^2$

变式二：计算$(a+b)+(a+2b)+\cdots+(a+2005b)$

21. 如图所示是用火柴棍摆出的一系列三角形图案，按这种方式摆下去，当每边上摆20(即$n=20$)根时，需要的火柴棍总数为________.



$n=1$　$n=2$　$n=3$

(第21题)

22.我们引入一种新的运算，其规则如下：

(1)对于任意实数a、b，有$a*b=(a+1)(b+1)$；

(2)对任意实数a，有$a*^2=a*a$.

那么当$x=2$时，$[3*(x*^2)]-2*x+1$的值是______.

23.解答题：

(1)如果m、n是两个不相等的实数，且满足$m^2-2m=1$，$n^2-2n=1$，那么代数式$2m^2+4n^2-4n+1994=$___.

(2)已知下列等式：

①$1^3=1^2$；

②$1^3+2^3=3^2$；

③$1^3+2^3+3^3=6^2$；

④$1^3+2^3+3^3+4^3=10^2$；

…

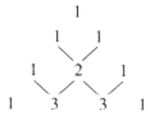
由此规律知，第⑤个等式是________.

24.求B、C的值，使下面的恒等式成立.

$x^2+3x+2=(x-1)^2+B(x-1)+C$

25.下表为杨辉三角系数表，它的作用是指导

读者按规律写出形如 $(a+b)^n$（其中n为正整数）展开式的系数，请你仔细观察下表中的规律，填写$(a+b)^4$展开式中所缺的系数.



$(a+b)=a+b$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

则$(a+b)^4=a^4+$______$a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$

26.下面是用棋子摆成的“上”字：

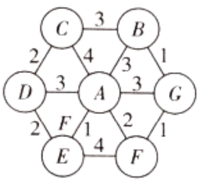
第一个“上”字　第二个“上”字　第三个“上”字

如果按照以上规律继续摆下去，那么通过观察，可以发现：

(1)第四、第五个“上”字分别需用______和______枚棋子；

(2)第n个“上”字需用________枚棋子.

27.某综合性大学拟建校园局域网络，将大学本部A和所属专业学院B、C、D、E、F、G之间用网线连接起来.经过测算，网线费用如图如示(单位：万元)，每个数字表示对应网线(线段)的费用.实际建网时，部分网线可以省略不建，但本部及所属专业学院之间可以传递信息，那么建网所需的最少网线费用为__________万元.



(第 27 题)

第三节　分解因式

复习提要

1.分解因式：把一个多项式分解成几个整式的积的形式，叫做分解因式.分解因式和整式乘法互为逆运算.

2.分解因式的主要方法：提取公因式法和运用公式法.

3.分解因式过程中应注意的几个问题：

(1)分解因式总是在指定的数集中进行，不作特别的说明，一般指实数范围内进行；

(2)分解因式的结果是几个整式积的形式，而每一个因式都应分解到不能分解为止；

(3)在提取公因式时，要防止出现提取不尽、提取全项后，得该项为零、提取系数为负的因式疏忽变号等错误；

(4)运用公式法应当注意，当平方项不是一个字母或数时，可用“换元法”进行分解因式.

典型例题

【例 1】 分解因式：(1)x^2-1；(2)$x^2-10x+25$；(3)ax^2+4ay^2+4axy；(4)$a^2(x-y)+(y-x)^3$.

【分析】 **(1)符合平方差公式的形式特征，可用平方差公式来分解；**

(2)符合完全平方公式的形式特征，可以用完全平方公式来分解；

(3)先提取公因式a，另一个因式符合完全平方公式，继续用完全平方公式分解；

(4)先把$(y-x)^3$变形为$-(x-y)^3$，然后提取公因式$(x-y)$，另一个因式又符合平方差公式，继续用平方差公式分解.

【解】 (1)$x^2-1=x^2-1^2=(x+1)(x-1)$；

(2)$x^2-10x+25=x^2-2\cdot5\cdot x+5^2=(x-5)^2$；

(3)$ax^2+4ay^2+4axy=a(x^2+4y^2+4xy)=a(x+2y)^2$；

(4)$a^2(x-y)+(y-x)^3=a^2(x-y)-(x-y)^3=(x-y)[a^2-(x-y)^2]=(x-y)(a+x-y)(a-x+y)$.

【回顾】 (1)分解因式的顺序：先提取公因式，再运用公式；

(2)注意$(y-x)^3=-(x-y)^3$.其一般情况是：

$(x-y)^1=-(y-x)^1$　　$(x-y)^2=(y-x)^2$

$(x-y)^3=-(y-x)^3$　　$(x-y)^4=(y-x)^4$

…　　…

$(x-y)^{2n+1}=-(y-x)^{2n+1}$　$(x-y)^{2n}=(y-x)^{2n}$（其中n是

整数)

【例2】 已知x、y满足方程组$\begin{cases}3x+2y=4 ① \\ 6x-4y=3 ②\end{cases}$,求代数式$9x^2-4y^2$的值.

【分析】 **通常的方法可以先解方程组求出x、y,再代入代数式$9x^2-4y^2$求值.如果仔细观察可以发现所求的代数式可以分解因式为$(3x-2y)(3x+2y)$,而原方程组中已给出$3x+2y$的值,第二个方程稍作变形可以得到$3x-2y$的值,因此可以利用整体代入的方法求值.**

【解】 由②得 $3x-2y=\frac{3}{2}$ ③

$\therefore 9x^2-4y^2=(3x+2y)(3x-2y)=4\times\frac{3}{2}=6$

【例3】 如图1-3-1所示的是用4张全等的矩形纸片拼成的图形,请利用图中空白部分的面积的不同表示方法写出一个关于a、b的恒等式.

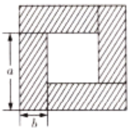


图 1-3-1

【解】 根据图形可知空白部分是一个正方形,它的边长为$(a-b)$,所以它的面积等于$(a-b)^2$;同时空白部分的面积也可以看成是大正方形的面积减去四个矩形的面积,即$(a+b)^2-4ab$,从而得到一个恒等式:$(a+b)^2-4ab=(a-b)^2$

【回顾】 对于同一图形能够用两种不同的方法来表示它的面积是关键.而且本题的答案也不惟一,空白部分的面积也可以表示成$a^2-ab-b(a-b)$,$a(a+b)-2ab-b(a-b)$,这样就可以得到其他的恒等式.

变式一:你能解释恒等式$ac+ad+bc+bd=(a+b)(c+d)$的几何意义吗?

变式二:你能解释恒等式$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$的几何意义吗?

【例4】 阅读下面因式分解的过程,再回答所提出的问题:

$1+x+x(x+1)+x(x+1)^2=(1+x)[1+x+x(x+1)]=(1+x)^2(1+x)=(1+x)^3$

(1)上述分解因式的方法是________,共应用了______次;

(2)若分解$1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\cdots+x(x+1)^{2005}$,则应用上述方法______次,结果是______;

(3)分解因式:$1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\cdots+x(x+1)^n$($n$为正整数).

【解】 (1)观察解题过程,可以发现此题分解时是把前两项$1+x$作为一个整体,提取公因式$(1+x)$后,另一个因式又含有公因式$(1+x)$,再次提取得到结果,所以使用的方法是"提取公因式法",共应用了两次提取公因式法.

(2)与第(1)小题相似,它同样含有公因式$(1+x)$,提取公因式$(1+x)$后,另一个因式变为$1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\cdots+x(x+1)^{2004}$,显然,它又有公因式$(1+x)$,这样又可以继续提取公因式$(1+x)$,…,对比第(1)小题,可知共应用了2005次提公因式法,分解的结果是$(1+x)^{2006}$.

(3)从第(1)、(2)两小题的解法来看,本题仍然可以采用反复提取公因式法来分解因式.同时,可以猜想它的结果是$(1+x)^{n+1}$,然后,再设法解释这个猜想是否正确.显然,第一次提取之后的因式是$1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\cdots+x(x+1)^{n-1}$,第二次提取之后的因式是$1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\cdots+x(x+1)^{n-2}$,…,当它提取了$(n-2)$次后,因式是$1+x+x(x+1)+x(x+1)^2$,即原式$=(1+x)^{n-2}(1+x)^3=(1+x)^{n+1}$.

【回顾】 本题综合运用了观察、猜想、比较、化归等思想方法.解题时在猜想出结论之后,还应努力设法去解释它的正确性.

【例5】 计算:(1)$123456788^2-123456789\times123456787$;(2)$20052005\times2006-20062006\times2005$.

【分析】 **(1)注意到123456787、123456788和123456789是三个相邻的整数,可以设中间的数为n,则另两个数可以表示为$n-1$、$n+1$,从而把原式只用含一个字母的式子来表示,化简之后一定是只含有n的代数式,最后只要把$n=123456788$代入这个代数式,就可以求出原式的值,用字母来表示大数可以达到简化运算的目的.**