



天骄之路中学系列

新课标

读想用

人教版

八年级数学(下)

主编 沈立新 (特级教师)
审定 全国中学课程改革研究组



机械工业出版社
China Machine Press

天骄之路中学系列

新课标读想用

八年级数学(下)

(人教版)

沈立新 主编

全国中学课程改革研究组 审定



机械工业出版社

新课标读想用丛书

编委会名单

主 编:南秀全 邓 文

编 委:(排名不分先后)

肖一鸣 付东风 姜文清 沈立新 余光正 夏云贵 余召锋 郑伦松
邓长升 周 灿 库 畅 王桂壮 马关府 王莉芬 王远征 张军齐
肖正奇 吕正浩 汪丰金 张双春 肖 珂 段文敏 徐守云 杨立新
汪 俊 张晓丽 方 瑛 沈月娥 江东志 程望春 舒 斌 王 琨
唐顺宁 沈子俊 顾 坚 高 烈 王 冉 许松华 陈世文 王 岚

“天骄之路”已在国家商标局注册(注册号:1600115),任何仿冒或盗用均属非法。

因编写质量优秀,读者好评如潮,“天骄之路”已独家获得国内最大的门户网站——新浪网(www.sina.com)在其教育频道中以电子版形式刊载,并与《中国教育报》、中国教育电视台合作开办教育、招生、考试栏目。

本书封面均贴有“天骄之路系列用书”椭圆形激光防伪标志(带转动光栅),凡无上述特征者为非法出版物。盗版书因错漏百出、印制粗糙,对读者会造成身心侵害和知识上的误解,希望广大读者不要购买。盗版举报电话:(010)82608886。

欢迎访问全国最大的中高考专业网站:“天骄网”(<http://www.tjzl.com>),以获取更多信息支持。

版权所有 翻印必究

图书在版编目(CIP)数据

新课标读想用. 八年级数学(下):人教版/沈立新主编. —北京:机械工业出版社, 2005. 12

(天骄之路中学系列)

ISBN 7-111-17922-6

I. 新… II. 沈… III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 136937 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:王春雨 版式设计:沈玉莲

封面设计:李文广 责任印制:何全君

北京中兴印刷有限公司印刷

2005 年 12 月第 1 版·第 1 次印刷

880mm×1230mm 1/32·8.5 印张·323 千字

定价:11.80 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话 (010)82608889、68326294

封面无防伪标均为盗版

欢迎加入:

“天骄之路”高考会员俱乐部

“天骄之路”高考会员俱乐部是一家专门为高考考生服务的大型专门机构。宗旨在于推动命题者与考生的沟通,使会员能及时了解高考重大政策、题型变革等必要的信息,并能享受许多非会员所没有的超值服务,因而能在激烈的高考竞争中做到“中流击水”,一举成功。

自成立以来,累计会员达到数十万人。她秉承“会员至上,服务至上”的宗旨,为更好地服务于高考考生这一特殊群体,俱乐部不但聘有考试中心顾问为您提供最新高考信息,特级教师为您的复习指点迷津,还有高考状元为您介绍学习经验,大学专家为您提供志愿填报,更有营养师为您考前合理调试,使千千万万的会员顺利通过了高考这座“独木桥”。她实行封闭式计算机管理,从而严格保障会员权利的实施,学生不但可以单独入会,也可以几个人联合入会(但在会员卡上只能登记一个人的名字),这样一来,考生可以花最少的钱,或许能改变一生的命运。

加入俱乐部需一次性汇 50 元至公司,汇款时请注明所在年级与科别(文或理)。即可成为“天骄之路”高考会员俱乐部的会员(切勿在信中夹带现金)。所有会员均可至多拥有三年的会员资格,但至该会员高考结束时终止,每年高考前一个月停办高三学生入会。高一、高二及高三的学生均可报名加入,从而在未来的高考决战中领先其他考生。所有会员均享有以下八大权利:

☆1. 更多、更新、更快的高考信息 所有会员的姓名、地址等被计算机存档,一旦相关部门有重大高考改革措施出台,会员将提早获悉,以利会员及时调整学习或复习方向。

☆2. 状元请回家 由清华、北大的高考状元和奥赛奖牌得主为会员答疑解惑,对他们进行个性化辅导。会员在学习中不管遇到什么问题,随时都可以在网上或来信把问题提出来,状元们将

及时详细解答问题,让您的疑难问题一扫而空,学习从此变得轻松和快乐。

☆3. 享受赠卷大餐 向会员免费赠送最新全国重点中学高考调研模拟题,这些试卷均含答案,为内部使用,肯定对高考有很大帮助。

☆4. 资源共享 俱乐部是高考考生进行信息交流,资源共享的场所。在这里,会员可以分享到其他会员向俱乐部提供的各类试卷、心得体会及前沿信息等,这些资源将定期在会员杂志或网上发布。由此,您的付出可以得到数十倍的回报,不用四处搜罗,您尽可以享受全国各地(包括各重点中学)的有效高考资源。

☆5. 会员杂志奉送 会员会定期收到一本会员杂志,此会刊为各类高考资源的汇总,如最新高考畅销推荐书目,最新高考信息动态,各地会员资料汇编,北大清华状元经验启示,特级教师及命题人员访谈录,高考复习方法技巧漫谈及高考填报志愿指南、考前营养调试等。(双月刊)

☆6. 令人惊喜的价格 会员在邮购或网上购买“天骄之路”丛书或本俱乐部推荐的其他图书时,可享受 30% 的优惠(每次购书加 3 元挂号费)。这样一来,会员不但可以享受超值优惠(将会费赚回来),而且可以“等书上门”,免去书店奔波之苦。

☆7. “天骄之路”状元奖 凡考上北大、清华的会员,可以从本俱乐部获赠奖金 500 元;凡外地考生考上北京市本科院校的本科生,可以从本俱乐部获赠入会费 50 元。

☆8. 专属会员卡 会员入会后收到一张精美的会员卡及卡号密码,此为会员的身份证,会员在行使各项权利时应出示此卡(购书时在汇款单附言栏注明会员卡卡号),这样才能保证您的订单、账目万无一失。

“天骄之路”邮购部

多年来,“天骄之路”中学系列以其对学生学习辅导的针对性、有效性和对高考把握的敏锐性、准确性而备受读者的关爱与青睐。但由于交通不便或销售渠道的限制,致使有些地方难以见到我们的产品。平日里,公司不断接到学生和家长的来电、来函询问购买图书的方式或地点。为方便读者,满足大家的需求,我们特开展了邮购业务。购书时请将姓名、详细地址、邮编、书名、邮购册数等事项填写清楚(每次购书加 3 元挂号费),款到后我们即可发货。

电 话:俱乐部 010-82608889 转 851(831)

邮购部 010-82608645(直拨)或 82609888 转 898(836)

传 真:010-82608886

地 址:北京市海淀区苏州街 18 号长远天地 B2 座 15 层 天骄之路俱乐部或邮购部收 邮编:100080

说 明:致电请于周一至周五的上午:8:30~12:00,下午:1:30~5:30



任洪丞(男,河南省商水县人,身份证号:412723198505226839,会员号:502908,现为清华大学机械系机械工程及自动化专业2005级新生):我感觉自己英语学得比较好,今年考了138分。我特意要提到的是“天骄之路”的英语《易错题宝典》,其他各科也要多参考《读想练》和《易错题宝典》等资料,参考《会员杂志》,上面介绍的学习方法和试题都非常有价值。

王跃(男,天津市静海县人,身份证号:12022319870309017X,会员号:653980,现为清华大学热能系能源动力系统及自动化专业2005级新生):高中三年,最关键的是效率。因此,一套优质的参考书就显得尤为重要。初入高一,当为做过大量习题而成绩不见提高而迷惘时,我遇到了“天骄”的《宝典》,被它一下子迷住了,它经典的习题、精辟的讲解、精湛的技巧与精彩的状元经验谈使我后来的理化成绩遥遥领先。进入高三后,我加入了会员俱乐部,邮购了《名模》、《海模》全套试卷,这些设计精妙且附有详细答案的试题令我受益匪浅。总之,走上“天骄之路”,幸运+幸福。

曹姗姗(女,天津市南开区人,身份证号:120109198708050027,会员号:614657,现为北京大学医学部医学英语专业2005级新生):在上初中的时候,我就已经对“天骄之路”的大名有所耳闻。回顾高中的学习经历,我深切地体会到“天骄之路”丛书犹如茫茫题海当中的指路灯塔,帮我从许许多多的题目中选出最具代表性的典型题目,极大地提高了我的学习效率。

高二时,我买了几本《读想用》,感觉里面的习题题量适中,都是优中选优,做这些习题后让我举一反三,充分掌握每一类习题的解题方法。这对于我巩固基础知识,升华知识储备,起了重大作用。到高三时,“天骄之路”书系的《名模》、《海模》、《宝典》更是让我受益匪浅。《宝典》中的例题及习题重点突出,讲解切中要害,提升我的灵活性,既开拓了视野,又拓宽了思路,解题能力大大提高。《名模》、《海模》中的试卷更是充分达到了模拟的效果,使我认识了高考,熟悉了高考,信心倍增。

吴美(女,呼和浩特市人,身份证号:150103198602210149,会员号:613152,现为清华大学经管学院工商管理类专业2005级新生):我是“天骄之路”的一名会员。回忆高中三年的学习,“天骄之路”给了我很大的帮助。刚上高中时,一位学姐向我推荐“天骄之路”,我先后购买了整套的《易错题宝典》和《海模》。《宝典》中的习题典型而且新颖,题目解析详细而且思路灵活,巧妙。《海模》中的习题选择精当,试题设计很贴近高考的模式,使我在高考的准备过程中信心倍增。加入高考会员俱乐部后,“天骄之路”定期邮来的高考期刊及时提供了一些高考资讯和学习方面的建议,指导我科学地备战高考。在此,我衷心地感谢“天骄之路”的老师们精心编出这样一套套优秀的辅导书,祝“天骄之路”越出越好。

黄苓(女,广西隆林各族自治县人,身份证号:452631198611190026,会员号:503222,现为北京大学信息管理系2005级新生):我从高一一起就开始使用“天骄之路”《读想用》丛书,并加入了他们举办的高考会员俱乐

部。这些对我的学习帮助很大。首先,《读想用》丛书例题经典,解析到位,能够帮助我更快更好地在同步学习中掌握该书所要求掌握的知识点和思想方法。练习题由浅入深,循序渐进,有很好的代表性,答案详尽,帮助我节约了宝贵的自习时间,并取得事半功倍的效果。丛书中有特约的课外阅读部分,既开阔了我的视野,又为枯燥的学习生活增添了一些情趣。

加入了俱乐部后,俱乐部定期寄来的资料能帮助我查漏补缺,巩固已学知识。高三时俱乐部提供的模拟题均含金量较高,答案十分详尽,提高了我的复习效率。

王静(女,北京市昌平区人,身份证号:410305198703194026,会员号:619779,现为北京大学外国语学院缅甸语专业2005级新生):在同学的强烈推荐下,我试着购买了几本“天骄之路”的系列丛书,其中《易错题宝典》对我的数学提高有很大的帮助。它的题型新而不偏,紧贴高考。易错分析紧紧抓住了学生在学习中的薄弱环节。详尽的答案,让你看了就懂。更有一题多解,大大地打开了我的思路。

后来又相继购买了《命题趋向》等书。它们都对我的高考成功有重要的作用。

边雷(女,黑龙江省齐齐哈尔市人,身份证号:230203198611121020,会员号:656797,现为北京大学环境学院2005级新生):“天骄之路”的确是通向清华、北大的捷径,她“总是被模仿,从未被超越”。《闯关》、《总复习》让我将第一轮复习进行扎实稳妥;《步步为赢》让我各个击破,思路开阔;《易错题宝典》是检验学习漏洞的法宝,让我总有顿悟,总感收获;《海模》、《名模》收集了名题,也涵盖了新信息;定期而至的会员杂志,帮我调整好面对高考的平和心态,发挥如常。

钟意(男,广西桂林人,身份证号:460104198610310317,会员号:651379,现为北京大学外国语学院俄语语言文学专业2005级新生):我认为“天骄之路”系列丛书是一套特别适合高考考生的书。我建议同学们在高一、高二时使用《读想用》、《步步为赢》,它里面的知识要点都十分的经典,再配上里面出考频率十分高的题目,你们前两年的知识基础就可以夯实得十分牢固了。在高三期间,《宝典》是你们必不可少的参考秘籍,它能为你们查漏补缺,总结每一个易错点,切记,纠错是你们求学道路上必不可少的一个学习方法。

李强(男,山东省济南市人,身份证号:37012319880102381X,会员号:617155,现为北京大学信息科学技术学院2005级新生):高一时,我们班很多同学买了《读想用》系列丛书,高三是冲刺的一年。我先后邮购了《名模》、《海模》。这些试卷以其高质量赢得了我们班很多同学的青睐。这些试卷都能及时传达高考资讯,使我们能及早了解最新的信息动态。而《宝典》则以其题型丰富,讲解详细深受欢迎。

注:以上来信仅为部分考上清华、北大的天骄会员来信摘录

编写说明

经各家名师的苦心构思和精心编写,各位编辑的层层推敲和点点把关,一套与新课程标准教材同步配套并经全国部分著名重点中学师生试用成功的新型教学辅导丛书与全国广大中学生和教师见面了。

读、想、用(Reading, thinking & using)是当今国际教育领域的最新科研成果,现已受到国内教研名家的高度重视,必然会带来中学教学方法的大革命。“读”即让学生变苦读为巧读,融会贯通课本知识;“想”即让学生对所学知识进行规律性的把握和思想能力的培养;“用”即让学生在现行考试制度下具备用综合能力素质应考的本领。在新课程标准实施的过程中,教与学更应强调整体性及关联性。教学质量的高低不完全取决于教师、教材、教学法。上述三方面只是提高教学质量的外因,而学生的求知欲望、能动性则是内因。有了求知欲望和能动性,还有一个方法问题。现在,很多学生学得十分被动。他们的学习方法简单、落后,并有相当程度的个体性和盲目性。比如说,课前预习是个重要的步骤,它直接影响45分钟的教学质量。可是目前由于学生的独立自学能力差,他们把课前预习只理解为教材的通读,至于诸如教材向学生传递了什么重要知识点?教材中的重点难点如何把握?这些重点难点如何才能有效突破?如何才能运用已有的知识点形成独特的解题技巧与思路等等问题,则很少思考。学生既然在课前没有充分思考,上课自然十分被动,必然出现课上被教师牵着鼻子走和“满堂灌”的现象,而学生却失去了宝贵的参与和讨论的机会。至于课后复习这一环,很多学生就做得更不好了,他们要么背课本,要么钻题海,要么依老师,要么靠家长,没有目标,漫无边际,缺乏行之有效的总结归纳和精辟灵活的重点检测。“读想用”正是从学的角度出发为学生提供思考、实践的机会,并帮助学生培养良好的学习方法、收集处理信息的能力、获取新知识的能力、分析和解决问题的能力及语言文字表达能力。

推进中学新课程标准的过程即是推进中学生“读、想、用”的过程。因此,“读想用”丛书的编写思路与众不同,它博采众长,匠心独运,注重实效,它融入了近几年初中教学科研的最新成果和中考的最新特点,遵循教、学、练、考的整体原则,各科以节(课)为点,以章为面,以点带面进行透彻、详细的解说及训练。

具体来说,本书的“章”栏目有:

〔课前自我构建〕:对本章的知识体系、内容背景、能力要求及学习目标进行提炼以供读者在课前进行预习之用,使读者在上课时能做到心中有数,有的放矢。

〔单元专题归纳〕:对本章的知识点、能力点以专题形式进行归纳、提炼,有利于读者对所学知识进行系统的复习。

〔注意问题总结〕:对本章的一些重要问题单列出来进行精辟的讲解并给予解题提示,锻炼读者举一反三的能力。

〔规律方法指津〕:对本章涉及的解题规律及方法加以阐释,有利于提高读者在应试过程中的应变能力。

〔中考命题探究〕:将中考中有关本章的考点及历年真题进行了详尽的总结说明,使读者在同步学习过程中对中考的命题趋势及规律有前瞻性的认识。

〔单元综合测试〕:模拟“实战”演练,提高对学科知识点、知识体系、规律性的整体掌

握水平以及灵活运用知识的学科能力。

〔奥赛趣味练习〕:给自学能力较强、学习成绩较好的高才生和尖子生在平时接触各类竞赛、奥赛试题的机会,所占篇幅不大。

〔创新研究学习〕:以学生的探索性学习为基础,从生活中选择和确定研究专题,通过亲身实践获取直接经验,从而培养学生的创新能力和解决实际问题的能力。

本书的“节”栏目有:

〔学习目标〕:将学习目标从知识与技能、过程与方法、情感、态度与价值观等方面列出,使学生明确学习要求、目的,做到心中有数。

〔学法指导〕:对本节学习方法提出指导性意见,帮助学生尽快掌握本节知识点。

〔要点详析〕:对本节应掌握的基础及重要知识点、考试要求与学习方法进行提炼和延展。

〔误点批答〕:将读者在本节学习、应试中容易犯错的题型进行归纳、总结,并由名师予以批注。

〔典例剖析〕:通过对本节典型例题的精析,将该题所涉及的知识体系和能力体系加以言简意赅的说明。

〔创新应用〕:近年来各科试题中的创新题和实际应用题不断增多,本栏目着力培养学生的创新精神和创新能力,将理论贴近生活、应用于生活,时代气息较浓。

〔中考链接〕:将涉及本节知识点的历年中考题及各地著名模拟试题进行总结、例析,培养学生的中考意识和应试能力。

〔强化评估〕:通过选编适量的习题,使学生对本节所学的知识点能够融会贯通并有所巩固和提高。

〔兴趣乐园〕:依据新课标要求,补充一些与本节(课)有关的课外知识,有助于学生扩大知识面,提高学习兴趣。

另外,本书还特设了期中综合测试、期末综合测试等栏目,供学生自学、自测及教师评估教学效果时参考。

虽然我们在成书过程中,本着近乎苛刻的态度,题题推敲,层层把关,力求能够帮助读者更好地把握本书的脉络和精华,但书中也难免有疏忽和纰漏之处。读者对本书如有意见、建议,请来信寄至:(100080)北京市海淀区苏州街18号长远天地大厦B座15层天骄之路丛书编委会收,电话:(010)82608889,或点击“天骄网”(http://www.tjzl.com),在留言板上留言,也可发电子邮件,以便我们在再版修订时参考。

编 者

2005年12月于北京大学燕园

目 录

第十六章 分式

课前自我构建 (1)

16.1 分式 (2)

16.1.1 从分数到分式 ... (2)

16.1.2 分式的基本性质 ... (9)

16.2 分式的运算 (18)

16.2.1 分式的乘除 (18)

16.2.2 分式的加减 (25)

16.2.3 整数指数幂 (34)

16.3 分式方程 (40)

单元专题归纳 (49)

注意事项总结 (52)

规律方法指津 (52)

中考命题探究 (53)

单元综合测试 (54)

奥赛趣味练习 (57)

创新研究学习 (57)

第十七章 反比例函数

课前自我构建 (58)

17.1 反比例函数 (58)

17.1.1 反比例函数的意

义 (58)

17.1.2 反比例函数的图像
和性质 (64)

17.2 实际问题与反比例函
数 (74)

单元专题归纳 (81)

注意事项总结 (82)

规律方法指津 (82)

中考命题探究 (83)

单元综合测试 (84)

奥赛趣味练习 (87)

创新研究学习 (88)

第十八章 勾股定理

课前自我构建 (89)

18.1 勾股定理 (89)

18.2 勾股定理的逆定理 ... (100)

单元专题归纳 (107)

注意事项总结 (109)

规律方法指津 (109)

中考命题探究 (110)

单元综合测试 (111)

奥赛趣味练习 (113)

创新研究学习 (114)

课前自我构建 (115)

19.1 平行四边形 (116)

19.1.1 平行四边形的性

质 (116)

19.1.2 平行四边形的判

定 (124)

19.2 特殊的平行四边形 ... (130)

19.2.1 矩形 (130)

19.2.2 菱形 (138)

19.2.3 正方形 (147)

19.3 梯形 (157)

19.4 课题学习 重心

(略) (167)

单元专题归纳 (167)

注意问题总结 (170)

规律方法指津 (170)

中考命题探究 (171)

单元综合测试 (173)

奥赛趣味练习 (176)

创新研究学习 (176)

课前自我构建 (177)

20.1 数据的代表 (177)

20.1.1 平均数 (177)

20.1.2 中位数和众数 ... (183)

20.2 数据的波动 (193)

20.2.1 极差 (193)

20.2.2 方差 (193)

20.3 课题学习 体质健康测试

中的数据(略) ... (205)

单元专题归纳 (205)

注意问题总结 (207)

规律方法指津 (207)

中考命题探究 (208)

单元综合测试 (209)

奥赛趣味练习 (212)

创新研究学习 (212)

期中综合测试 (213)

期末综合测试 (216)

参考答案提示 (219)

注:每节均包含[学习目标]、[学法指导]、[要点详析]、[误点批答]、[典例剖析]、[创新应用]、
[中考链接]、[强化评估]、[兴趣乐园]九个板块.

第 十 六 章

分 式



一、本章纵览

本章是继整式之后对代数式的进一步研究. 在本章我们将要学习分式的概念、基本性质、分式的四则运算以及分式方程等内容.

本章突出的重点是分式的概念、性质、运算及分式方程的应用. 其突出的特点是与现实生活联系密切, 突出了分式、分式方程的模型. 注重数学思想方法的应用, 突出培养学生的合理推理能力. 适当控制分式运算的难度, 注重对算理的理解. 本章的难点是分式的应用. 在应用分式的时候, 应特别注意数学思想方法的应用. 在探索本章的过程中, 应对类比推理与转化思想加强理解.

二、能力要求

1. 经历用字母表示现实情境中数量关系(分式、分式方程)的过程, 了解分式、分式方程的概念, 体会分式、分式方程的模型思想, 进一步发展符号感.
2. 经历通过观察、归纳、类比、猜想、获得分式的基本性质、分式乘除运算法则、分式加减运算法则的过程, 发展合情推理能力与代数恒等变形的能力.
3. 熟练掌握分式的基本性质, 会进行分式的约分、通分和加减乘除四则运算, 会解可化为一元一次方程的分式方程(方程中分式不超过两个), 会检验分式方程的根.
4. 能解决一些与分式、分式方程有关的实际问题, 具有一定的分析问题、解决问题的能力 and 应用意识.
5. 通过学习, 能获得学习代数知识的常用方法, 能感受代数学习的价值.



16.1 分式

16.1.1 从分数到分式



学习目标

◆ 知识与技能

理解分式的概念,能求出分式有意义、分式的值为零的条件.

◆ 过程与方法

通过实际生活中的应用问题出现的代数式得出分式的概念,并探讨分式的值和分式有意义的条件.

◆ 情感、态度与价值观

在与分数类比学习的过程中,培养缜密的思维习惯,形成类比思想,体会数学的价值.



学法指导

1. 区别分式与整式的方法:分式的分母中含有字母,而整式的分母中不含有字母.

2. 分式的值有意义、无意义和分式的值为零的条件:分式中字母代表什么数(或式)是有条件的,分母有意义的条件是分式的分母不等于零;分式无意义的条件是分式的分母等于零;分式的值等于零的条件是分式的分子等于零且分母不等于零.



要点详析

重点

分式的概念

正确理解分式的概念,应把握以下三点:

1. 分式 $\frac{A}{B}$ 中 A 、 B 是两个整式,它是两个整式相除的商,分数线有除号和括号的两个作用. 如 $\frac{m+n}{m-n}$ 可表示成 $(m+n) \div (m-n)$.

2. 分母 B 一定含有字母,分子可以含字母也可以不含字母,这是正确区分整式和分式的依据.

3. 分式 $\frac{A}{B}$ 只有当 $B \neq 0$ 时,才有意义,否则就无意义. 若是在分式概念上模糊不清,它将直接影响到今后的学习,所以在本节中把分式的概念列为重点.

难点

1. 理解分式概念的注意事项

(1) 分式是两个整式相除的商, 其中分母是除式, 分子是被除式, 而分数线则可以理解为除号, 还含有括号的作用, 如 $\frac{a-b}{c+d}$ 表示 $(a-b) \div (c+d)$.

(2) 判断形如 $\frac{A}{B}$ 的式子是不是分式, 就看分母 B 中含不含有字母, 如果 B 中含有字母, 就是分式; 如果 B 中不含有字母, 就不是分式, 而是整式.

(3) 分母不得为零是分式概念的重要组成部分.

2. 如何判断分式是否有意义

(1) 分式中的分母是含有字母的代数式, 它的值是随着式中字母取值不同而变化的, 字母所取的值有可能使分母的值等于零, 当分母的值为零时, 分式就没有意义了. 这与分数不同, 因为分数的分母是一个具体的数, 是否为零, 一目了然, 而分式要明确其是否有意义, 就必须分析、讨论分母中所含字母不能取哪些值, 以避免分母的代数式的值为零.

(2) 本章中如没有特别说明, 所遇到的分式都是有意义的, 也就是说分式中分母的值不等于零.

(3) 必须在分式有意义的前提下, 才能谈分式的值是多少. 也就是说, 必须在分式有意义的前提下, 才能讨论分式的值不等于零的条件.

误点批答**易错点 1** 对分式的概念理解不透

例 1 找出下列各式中的分式: $3a^2 + b$, $\frac{x+y}{4}$, $\frac{hr}{3\pi}$, $2a + \frac{1}{b^2}$, $a^2 + 2b + c$, $\frac{2x^2}{x}$.

错解 $\frac{hr}{3\pi}$ 是分式.

错解分析 之所以把 $\frac{hr}{3\pi}$ 认作是分式, 在这里错误地认为 π 是一个字母, 实际上 π 不是字母而是一个具体的数, 没有把 $2a + \frac{1}{b^2}$ 当作分式是认为它是一个多项式, 实际上 $2a + \frac{1}{b^2}$ 不是多项式, 而是分式. 把 $\frac{2x^2}{x}$ 看成是整式, 这里错误地把 $\frac{2x^2}{x}$ 进行了约分, 认为 $\frac{2x^2}{x}$ 与 $2x$ 是等同的, 但前者必须 $x \neq 0$, 后者 x 为任何数. 它们是不一样的, 这一点希望同学们今后一定注意.

正解 $2a + \frac{1}{b^2}$, $\frac{2x^2}{x}$ 是分式.

易错点2 当确定分式值为零时,只考虑到了分子为零而忽略了分母不为零

例2 当 x 为何值时 $\frac{x^2-16}{x-4}$ 的值为零?

错解 $x^2-16=0, x^2=16, x=\pm 4$

当 $x=\pm 4$ 时,分式的值为零.

错解分析 这里忽视了分式有意义的前提是分式有意义,如果分式没有意义,分式也就没有什么值了.所以,只有当分子等于零而分母不等于零时,分式的值才为零.

正解 $x^2-16=0$ 且 $x-4 \neq 0, x^2=16, x=\pm 4, x-4 \neq 0, x \neq 4$

$\therefore$ 当 $x=-4$ 时,分式的值为零.

典例剖析

知识点1 整式和分式的区分

例1 (基础题)下列各有理式中,哪些是整式?哪些是分式?

$$\frac{1}{x}, \frac{x^2+1}{x-1}, \frac{x}{2\pi}, -\frac{3}{2+y}, -\frac{1}{8}, \frac{a-b}{3}$$

精析与解答 在有理式中,区分整式与分式的惟一标准就是看分母,分母中不含字母的是整式,分母中含有字母的是分式.

整式有 $\frac{x}{2\pi}, -\frac{1}{8}, \frac{a-b}{3}$; 分式有 $\frac{1}{x}, \frac{x^2+1}{x-1}, -\frac{3}{2+y}$.

说明: 有理式 $\frac{x}{2\pi}$ 中, π 是一个常数,它等于3.1415926..., 所以 $\frac{x}{2\pi}$ 是整式.

知识点2 关于分式有(无)意义的讨论

例2 (探究题) x 取什么值时,分式 $\frac{x-5}{(x-2)(x+3)}$ (1)无意义? (2)有意义?

精析与解答 当分母为零时,分式无意义;当分母不为零时,分式有意义.

(1) 由分母 $(x-2)(x+3)=0$,

解得 $x=2$ 或 $x=-3$.

$\therefore$ 当 $x=2$ 或 $x=-3$ 时,分式无意义.

(2) 由分母 $(x-2)(x+3) \neq 0$

得 $x-2 \neq 0$ 且 $x+3 \neq 0$

即 $x \neq 2$ 且 $x \neq -3$

$\therefore$ 当 $x \neq 2$ 且 $x \neq -3$ 时,分式有意义.

说明: 本例用了两个字“或”与“且”,它们所表达的含义完全不同,请认真体会.

例3 (能力题)下列分式中,当 x 取什么值时,分式有意义? 当 x 取什么值时,分式的值为零?

(1) $\frac{x}{x^2+1}$

(2) $\frac{x-5}{x^2}$;

(3) $\frac{x^2-1}{x+1}$;

(4) $\frac{2}{x^2+5}$.

精析与解答 (1) 因为对于一切实数, $x^2 \geq 0$, 所以 $x^2+1 \geq 1 > 0$, 所以当 x 为任意实数时, 分式 $\frac{x}{x^2+1}$ 都有意义.

当 $x=0$ 时, 分式的值为零

(2) 由分母 $x^2=0$, 得 $x=0$, 即 $x \neq 0$ 时, 分式有意义

由分子 $x-5=0$, 得 $x=5$, 而当 $x=5$ 时, 分母 $x^2=5^2=25 \neq 0$

$\therefore x=5$ 时, 分式 $\frac{x-5}{x^2}$ 的值为零

(3) 由分母 $x+1=0$, 得 $x=-1$

即 $x \neq -1$ 时, 分式 $\frac{x^2-1}{x+1}$ 有意义

由分子 $x^2-1=0$, 得 $x=1$ 或 $x=-1$

当 $x=1$ 时, 分母 $x+1=1+1=2 \neq 0$

当 $x=-1$ 时, 分母 $x+1=-1+1=0$

$\therefore$ 当 $x=1$ 时, 分式 $\frac{x^2-1}{x+1}$ 的值为零.

(4) 因为对一切实数, $x^2 \geq 0$

所以 $x^2+5 \geq 5 > 0$, 所以当 x 为任意实数时, 分式 $\frac{2}{x^2+5}$ 都有意义

由于分子为 2, 永远不为零, 所以分式的值永不为零, 这样的 x 值不存在.

说明: 当分式中的分母的值不为零时, 分式有意义, 即当分母的值为零时, 分式无意义, 除此以外, 分式都有意义. 而对分子中字母的取值无任何要求. 当分式的值为零外, 除了要求分子的值为零外, 一定要同时使分母的值不为零, 分式的值才能为零. 在这里, 首先要使分式有意义.

知识点 3 关于分式的值等于零的讨论

例 4 (探究题) 当 x 取什么值时, 分式 $\frac{x^2-16}{x+4}$ 的值等于零?

精析与解答 当 $\begin{cases} x+4 \neq 0 \\ x^2-16=0 \end{cases}$ ① ② 时, 分式值为零.

由①得: $x \neq -4$

由②得: $x^2=16$

即 $x = \pm 4$

综合①、②, 当 $x=4$ 时, 分式的值为零.

说明:(1)“分母值 $\neq 0$ ”是研究分式取值的前提条件,必须考虑.具体解题可用上例的方法,即分别求出使分母值不等于零的字母的取值范围和使分子值等于零的字母的值后求出公共部分;也可以先求出使分子值等于零的字母的值,再将此值代入分母,检验是否使分母的值为零,若使分母值为零则应舍去.

(2)研究分式有无意义及分式值是否为零时一定不能将分式化简,应直接对原分式进行讨论.

创新应用

应用题

例题

一项工程,甲独作需 x 小时,乙比甲多用4小时完成,那么甲乙合作完成这项工程所需时间是(用分式表示)_____.

精析 甲的工效为 $\frac{1}{x}$,乙的工效为 $\frac{1}{x+4}$,甲、乙合作的工效为 $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+4}$,则甲、乙合作完成全部工程需 $\frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{x+4}}$ 小时.

答案 $\frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{x+4}}$ 小时

中考链接

主要考查分式的概念及成立的意义,多以选择、填空形式出现.

例1

(2005·沈阳)当 x _____时,式子 $\frac{9}{2x-1}$ 有意义.

精析 由 $2x-1 \neq 0$,得 $x \neq \frac{1}{2}$.

答案 $\neq \frac{1}{2}$

例2

(2004·锦州)若分式 $\frac{\sqrt{2x+1}}{x-1}$ 有意义,则 x 的取值范围是()

A. $x \geq -\frac{1}{2}$ 且 $x \neq 1$

B. $x > -\frac{1}{2}$ 且 $x \neq 1$

C. $x \neq 1$

D. $x \geq -\frac{1}{2}$

精析 要使分式有意义,只要满足 $\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases}$,解得 $x \geq -\frac{1}{2}$ 且 $x \neq 1$,故选 A.

答案 A

 (2004·乌鲁木齐)若分式 $\frac{2+x^2}{x-1}$ 无意义,则 x 的取值范围是()

- A. $x = -1$ B. $x = 0$ C. $x = 1$ D. 一切实数

精析 要使分式 $\frac{2+x^2}{x-1}$ 无意义,只要满足分母 $x-1=0$ 即可,解得 $x=1$,故选 C.

答案 C

强化评估

(答案→219)

一、基础题

1. 下列各式中哪个是分式()

- A. $3a \div 5$ B. $\frac{1}{7}xy - \frac{1}{9}a^2b$
C. $\frac{5}{a+b}$ D. $\frac{a^2b^2}{7}$

2. 分式 $\frac{x+a}{2x-1}$ 中,当 $x=-a$ 时,以下结论正确的是()

- A. 分式的值为零 B. 分式无意义
C. 当 $a \neq -\frac{1}{2}$ 时,分式的值为零 D. 不同于以上答案

3. 当 $x=-2$ 时,下列分式中有意义的有()

- ① $\frac{x+3}{x-2}$ ② $\frac{x-2}{x+2}$ ③ $\frac{(x+2)(x+3)}{(x-2)(x-3)}$ ④ $\frac{(x-1)(x+3)}{(x+2)(x-3)}$

- A. 只有① B. 只有④
C. 只有①③ D. 只有②④

4. 分式 $\frac{|x|-3}{x^2-2x-3}$ 的值为零时, x 的值是()

- A. ± 3 B. 3
C. -3 D. 以上结论都不对

5. 在下列各有理式: $\frac{1}{3}x^2$, $\frac{x}{y}$, $\frac{1}{a}$, $a^2b - ab^2$, $\frac{1}{x} + x^2 + 1$, $\frac{a+b}{2}$, $\frac{1}{4+m}$ 中,是分式的是

_____.

6. 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时,分式 $\frac{|x|-3}{x+1}$ 的值为零.

二、能力题

7. 若分式 $\frac{a^4-4}{1+\frac{1+3a}{2a}}$ 没有意义, a 的值应是()

- A. 0 B. $\frac{1}{3}$ 或 0

C. ± 2 或 0D. $-\frac{1}{5}$ 或 08. 分式 $\frac{x+a}{3x-1}$ 中当 $x = -a$ 时, 下列结论正确的是()

A. 分式的值为零

B. 分式无意义

C. 当 $a \neq -\frac{1}{3}$ 时, 分式的值为零D. 当 $a \neq \frac{1}{3}$ 时, 分式的值为零**三、探究题**

9. (1) 指出下列各式中的分式.

① $\frac{x^2}{2} + 2$; ② $\frac{3x}{x-5}$; ③ $\frac{a^2+b^2}{a-b}$; ④ $\frac{2}{\pi}$; ⑤ $\frac{2}{x} + 3$.(2) 当 x 取什么数时下列分式有意义? 当 x 取什么数时, 分式的值是零?① $\frac{x+3}{2x-7}$; ② $\frac{2x-10}{x-5}$; ③ $\frac{3x}{|x|-2}$.(3) 当 x 满足什么条件时, 分式 $\frac{7}{-3x-5}$ 的值是正数?10. 当 a 取什么数时, 分式 $\frac{|a|-2}{a^2+3a+2}$

(1) 有意义;

(2) 值为零.

兴趣乐园**学数学要一丝不苟**

我们常听到同学说:“老师,我这道题只错了一个符号,怎么算全错?”或者说:“小数点错了一位,为什么扣那么多分?”看来,有些同学对数学学科的一个特点——准确性,缺乏足够的认识. 一篇作文,主题明确,中心突出,构思严谨,文字优美,虽说有一两个错别字,是缺点,但也无伤大雅,仍不失为一篇好文章. 数学则不然,不仅解题思路要正确,具体解题过程也不能出错,差之毫厘,往往失之千里.

这里介绍两则真实的故事.

1962 年,美国发射了一艘飞往金星的“航行者一号”太空飞船. 根据预测,飞船起飞 44 分钟以后,太阳能装置会自动开始工作;80 天后,电脑完成对航行的矫正工作;100 天以后,飞船就可以绕金星航行,开始拍照. 可是,出人意料的是,飞船起飞不到四分钟,就一头栽进大西洋里. 这是什么原因呢? 后来经过详细调查,发现当初在把资料输入电脑时,有一个数据前面的负号给漏掉了,这样就使得负数变成了正数,以致影响了整个运算结果,使飞船计划失败. 一个小小的负号,竟使美国航天局白白浪