

黑博士品牌标志



黑博士考研  数学系列

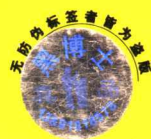
2004年硕士研究生入学考试

数学最后30天冲刺

命题预测试卷——新典型800题

● 组 编 黑博士考研信息工作室

● 主 编 铁军 陈光 李强 (著名命题研究专家)



命题规律揭密+综合性典型题+重点预测800题

- 2004年考研数学最后30天冲刺权威经典预测800题
大胆预测2004年数学命题方向、重点、热点和频考点
- 优化精选最具代表典型性预测新试题800道
数学命题重点、典型题及2004年常考知识点之细化操作
- 理工焦点：积分中值定理、微分中值定理的综合性运用
经济焦点：极值的经济应用是2004年的命题新动向
- 大胆预测2004年考研数学命题的新特点、新重点、新难点
北京六大权威考研班核心重点密集强化训练及命题重点揭密



 世界图书出版公司

黑博士考研数学系列

2004 年硕士研究生入学考试
数学最后 30 天冲刺
命题预测试卷

——新典型 800 题 · 数学一

(理工类 · 经典版)

组 编 黑博士考研信息工作室

主 编 铁 军 陈 光 李 强 (著名命题预测专家)

世界图书出版公司

西安 · 北京 · 广州 · 上海

图书在版编目 (CIP) 数据

数学最后 30 天冲刺命题预测试卷. 理工类·数学一 / 铁军, 陈光, 李强 主编

—西安: 世界图书出版西安公司, 2002.10

(黑博士考研数学系列)

ISBN 7 - 5062 - 5598 - 7

I. 数… II. ① 铁… ② 陈… ③ 李… III. 高等数学—研究生—入学考试—试题

IV. 013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 074634 号

黑博士考研数学系列

数学最后 30 天冲刺命题预测试卷

——新典型 800 题 (数学一)

铁军 陈光 李强 主 编

焦毓本 责任编辑

黑博士工作室 总 策 划

世界图书出版西安公司 出版发行

(西安市南大街 17 号 邮编: 710001 电话: 7279676)

新世纪印刷厂印刷

各地新华书店经销

开本: 787×1092 (毫米) 1/16 印张: 80.75 字数: 1200 千字

2003 年 9 月第 3 版 2003 年 9 月第 3 次印刷

ISBN 7-5062-5598-7/G · 79

Wx 5598 全套二册定价: 78.00 元

若发现黑博士系列图书有倒页、白页、少页及影响阅读的质量问题请拨打下面电话联系调换: (029) 4233161 4235409

关于2004年考研数学命题的几点重要说明

黑博士考研信息工作室

2003年9月于北京

1. 2004年考研数学教育部大纲新增考点、最新修订说明

2004年教育部考研大纲明确规定：数学一、二试卷高等数学部分，“函数、极限、连续”的考试要求的第10条作了修改，将“了解闭区间上连续函数的性质”改为“理解闭区间上连续函数的性质”，“一元函数微积分学”的考试要求的第5条作了修改，改为“会求隐函数和由参数方程所确定的函数及反函数的导数”。

数学二试卷高等数学部分增加“多元函数微积分学”内容，对其考试内容和考试要求作了规定。

数学三中概率与数理统计部分，“随机变量的联合概率分布”的第5条改为“求其简单函数的概率分布”。

数学四中概率论部分，“随机变量的数字特征”的第5条改为“了解切比雪夫不等式”。

调整了各卷种主、客观题的比例，选择题与填空题的比例由过去的30%增加到40%，解答题（包括证明题）的比例由过去的70%减少到60%。

根据试卷结构的调整，重新制定了样卷，增加两个选择题，选择题的总分为32分。减少一个解答题，解答题的总分为94分。

每一卷种中，整卷各种类型试题统一排序，序号为(1)~(23)。

2. 2004年数学试卷命题设计的七大关键要求和标准

- 一、**试卷长度**：题量适当，数学题量为23道（其中填空6道，选择8道，解答题、综合题、应用题和证明题9道），即“ $6+8+9=23$ ”型。
- 二、**考试题型**：主、客观性试题在试卷中的占分比例为94:56。主观性试题包括计算题、证明题。主观性试题在试卷中由9道大题考查，共计94分。客观性试题有填空题和选择题，填空题和选择题在试卷中各6、8道，每题均为4分，共计56分。
- 三、**试题广度**：试题有较大的章节内容覆盖面。由于数学考试内容广泛，而考试时间有限（3个小时），一般要求保证重点章节被考查。作为研究生考试，注重考查能力，试题不追求面面俱到、节节有题。故而一定要突出重点，重点突破！！
- 四、**试题深度**：试题以考查数学的基本概念、基本理论和基本方法为主，在此基础上注重考查考生的抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力和综合运用所学的知识分析和解决问题的能力。

五、**试题难度**：试卷中尽量避免出现过难或过易的试题，试题难度一般在 0.3 至 0.8 之间，区分度在 0.3 以上。试题的排列顺序遵循先易后难、先简后繁的原则，使考生尽可能发挥水平。

六、**填空题**主要用于考查三基以及数学重要性质，一般不出成省去解答过程的大计算题，以中等难度的试题为主。**选择题**主要考查考生对数学概念、数学性质的理解并能进行简单推理、判定和比较，一般不出成纯粹的计算题。

七、**综合题**考查的知识点之间是有机的结合，避免纯粹人为和机械的知识叠加。应用题一般结合与考生专业相关的背景知识。

3. 2004 年考研数学填空题、选择题、解答题和证明题的核心考查目标和高分对策建议

值得一提和特别强调的是，2003 年可称为“考研数学元年”，数学卷面总分增加了 50 分，考试内容和考试要求基本没有太大本质性变化，题数也基本没变（增加了两道客观题，一道填空题，一道选择题），增加的只是每道题的赋分值。从本质上来讲，等于送给每个考生 50 分的分数！对于数学基础中级以上或较好的同学来说，无疑是一个重大利好消息！同时亦暗示出与往年相比数学对所有考生的极端重要性！

填空题考查的目标主要是考查考生在三基以及重要数学性质方面掌握的情况，从认知的角度看，这些题可分为识记、理解、掌握和简单应用三个层次，但从难度上看是以中等难度为主，同时由填空题也可了解同学在简捷、准确运算能力以及简单推理方面的情况。

选择题主要用于考查考生对数学概念、性质、方法的理解与掌握程度，从理论上讲选择题可以考核各层次的知识 and 能力，但现阶段主要考查的是中低层次，了解考生在简单推理、比较以及判别能力方面的情况，同时，也可以了解考生在一些常见的概念性、方法性错误方面的状态。

解答题和证明题是数学考试的主要题型，是对考生三基以及数学能力、水平的一个全面评估。通过解答题可考核考生对数学的基本原理、方法、公式和定理掌握及熟练运用的程度，可考查运算能力、抽象概括能力、数学建模解决实际问题的能力，而通过证明题可了解考生对数学主要原理、定理理解和掌握的程度，考查逻辑推理能力。总之，解答题和证明题有一定综合性，是考研数学拉开分数差距的关键！需高度重视！

根据题型的考核要求，我们知道无论是填空题还是选择题，每个题涉及的知识点不会很多，计算的复杂性不会太高（有的题可能会有简便方法），综合性也不会特别强，推理亦相对简单，这些题应当做好。但另一方面，一份试卷

中安排填空题与选择题必然加大了总题量,因而也就增加了考核的知识点,扩大了考试内容的覆盖面,因此考生在备考阶段一定要全面系统复习,不能有所偏废,要重视三基,防止眼高手低,华而不实,把基础打扎实了。考试时从填空题入手,由于题目难度适中,会有利于缓解考试时紧张的心情,开头顺了更便于发挥水平,但切记要突出重点并做典型题!

4. 2004 年数学一、二、三、四试卷结构、题型及分数比例

		2003 年数学一	2004 年数学一
题分及考试时间		试卷满分 150 分, 考试时间为 180 分钟	试卷满分 150 分, 考试时间为 180 分钟
内 容 比 例	高等数学	约 60%	约 90 分 / 150 = 60%
	线性代数	约 20%	约 30 分 / 150 = 20%
	概率论与数理统计	约 20%	约 30 分 / 150 = 20%
题 型	填空题与选择题	填空题: 6 道 $\times$ 4 分/道 = 24 分 选择题: 6 道 $\times$ 4 分/道 = 24 分	填空题: 6 道 $\times$ 4 分/道 = 24 分 选择题: 8 道 $\times$ 4 分/道 = 32 分
比 例	解答题(包括证明题)	10 道题共 102 分, 占 68%	9 道题共 94 分, 占 60%

		2003 年数学二	2004 年数学二
题分及考试时间		试卷满分 150 分, 考试时间为 180 分钟	试卷满分 150 分, 考试时间为 180 分钟
内 容 比 例	高等数学	约 77%	约 80%
	线性代数	约 23%	约 20%
题 型	填空题与选择题	填空题: 6 道 $\times$ 4 分/道 = 24 分 选择题: 6 道 $\times$ 4 分/道 = 24 分	填空题: 6 道 $\times$ 4 分/道 = 24 分 选择题: 8 道 $\times$ 4 分/道 = 32 分
比 例	解答题(包括证明题)	10 道题共 102 分, 占 68%	9 道题共 94 分, 占 60%

		2003 年数学三	2004 年数学三
题分及考试时间		试卷满分 150 分, 考试时间为 180 分钟	试卷满分 150 分, 考试时间为 180 分钟
内 容 比 例	高等数学	约 50%	约 50%
	线性代数	约 25%	约 25%
	概率论与数理统计	约 25%	约 25%
题 型	填空题与选择题	填空题: 6 道 $\times$ 4 分/道 = 24 分 选择题: 6 道 $\times$ 4 分/道 = 24 分	填空题: 6 道 $\times$ 4 分/道 = 24 分 选择题: 8 道 $\times$ 4 分/道 = 32 分
比 例	解答题(包括证明题)	10 道题共 102 分, 占 68%	9 道题共 94 分, 占 60%

		2003 年数学四	2004 年数学四
题分及考试时间		试卷满分 150 分, 考试时间为 180 分钟	试卷满分 150 分, 考试时间为 180 分钟
内 容 比 例	高等数学	约 50%	约 50%
	线性代数	约 25%	约 25%
	概率论与数理统计	约 25%	约 25%
题 型 比 例	填空题与选择题	填空题: 6 道 $\times$ 4 分/道=24 分 选择题: 6 道 $\times$ 4 分/道=24 分	填空题: 6 道 $\times$ 4 分/道=24 分 选择题: 8 道 $\times$ 4 分/道=32 分
	解答题(包括证明题)	10 道题共 102 分, 占 68%	9 道题共 94 分, 占 60%

5. 考研数学高分总公式、高分经验及经典资料的标准

需要明确的是: 在当前激烈的考研竞争中, 对于数学基础较好或具有中高级以上水平的同学而言, 做一定数量的典型题是成功的关键。也就是说, 数学要想考高分, 除过做典型题, 再没有其它的秘诀或捷径, 这是多年来的高分经验总结, 亦是多数考研辅导专家的共识!

特别推荐《考研数学新典型题 1000 题》、《数学最后 30 天冲刺命题预测试卷—新典型 800 题》和《数学考点·重点·难点复习指导及预测》, 以上资料题目具有一定代表性、典型性、预测性、综合性, 谨慎建议, 提醒注意!!

在当前考试辅导用书品种数量众多、优劣并存的情况下, 考生选择考试辅导用书必须客观、冷静、理性、慎重。针对性强、质量过硬的参考书不仅取决于作者是否具有丰富的教学经验和辅导经验, 而且取决于作者能否准确把握考试方向、高度凝炼考试重点、精辟透析考试难点、巧妙攻破考生弱点, 同时取决于作者能不能精编出一定量高效度、高信度的练习题目等诸多方面的能力以及对广大读者的高度责任心。

6. 关于《数学最后 30 天冲刺命题预测试卷—新典型 800 题》的主要内容简介问题

这本《数学最后 30 天冲刺命题预测试卷—新典型 800 题》主要包括:

- 权威的资料+科学的研究=鲜为人知的可靠结论
[独家揭密] 最新·常考知识点统计·分析·预测及命题规律
- 2004 年考研数学最后 30 天冲刺权威经典预测 800 题
大胆预测 2004 年数学命题方向、重点、热点和频考点
- 2004 年数学大纲新增核心内容及高分对策与技巧
优化精选最具代表性典型性预测新试题 800 道

优化精选最具代表性典型性预测新试题 800 道

- 数学命题重点、典型题及 2004 年常考知识点之细化操作
2004 年考试大纲核心重点密集强化训练及命题重点揭密
- 数学命题重点、难点、热点预测及典型 200 题
北京六大权威考研班特别推荐之核心模拟及讲稿
- 精选考研数学高分密集强化专项练习典型题 100+100 道;
理工焦点: 积分中值定理、微分中值定理的综合运用;
- 大胆预测 2004 年考研数学命题的新特点、新重点、新难点;
经济焦点: 极值的经济应用是 2004 年的命题新动向;
- 浓缩提供 2004 年快速击破考研数学之弱点及障碍的高分技巧;
有重点有针对性地精解精析答题技巧、思路和方法。

7. 关于本书作者和本书在考研数学研究独创方面的问题

值得一提的是, 本书的几位作者具有多年的考研辅导经验, 具有多年的高等数学、线性代数、概率论的教学经验和考研数学辅导实践, 理论功底深厚, 教学经验丰富, 研究水平高, 辅导效果比较显著, 是全国闻名的考研数学方面的少数“实力派专家”之一, 亦是全国少有的几位命题预测专家之一。

作者全面深入地研究了近年来考研命题的规律及新特点, 分析了历年考研试题的常考知识点分布及难易程度, 并结合作者多年来考研数学阅卷的经验以及 8 年来全国各大城市“考研班辅导的经验”, 根据 2004 年最新考试大纲的考试内容、考试要求及试卷结构精心编写了这本实战训练复习指导——《数学最后 30 天冲刺命题预测试卷—新典型 800 题》(其中含有命题预测及重点题)。

本书注解详尽细腻透彻, 关键考点注解分析到位; 题目提问方式灵活, 迷惑性强, 题型考点新颖广泛; 选题难度较高, 题目难度高于真实考题; 书中的典型题分析针对性非常强, 技巧方法讲解有理有据; 高分对策分析透彻全面, 典型练习选编紧扣考试大纲要求。因而, 完全有理由相信一定会成为数学学习者提高考研数学成绩的必备工具, 成为考研应试者和数学爱好者不可多得的良师益友。我们深信此书是一本极具参考价值的考研数学命题预测复习用书!

“苦干加巧干, 方法加实践”, 这就是成功的秘诀。衷心祝愿大家在 2004 年的研究生入学考试中取得优异成绩, 顺利跨入 21 世纪研究生的行列!

黑博士考研信息工作室
2003 年 9 月于北京

特 别 声 明

●本套丛书作者多数为北京大学、清华大学、中国人民大学、北京航空航天大学、北京师范大学、首都经贸大学、北京工商大学、西安交通大学、西北工业大学、复旦大学、同济大学、上海交通大学、华南理工大学、南京大学、浙江大学、武汉大学、四川大学、西北农林科技大学的“中青年实力派”考研辅导重量级权威教师。

●本套丛书在整体编写、选题策划、体例制定、编创队伍建设、市场推广等诸多方面得到了北京大学考研班、清华大学考研班、中国人民大学考研班、黑博士培训学校、北京导航考研、北京海文考研、上海精英考研、济南高联考研、长沙博闻考研、西安交大 10 教授考研等全国著名大型权威考研班的大力支持，特此鸣谢！

●本套丛书著者均属“考研实力派”，多数直接参加过多年研究生入学考试的命题工作、题库建设和主持过多年考研阅卷工作，洞察和深谙命题规律，教考经验独特，著作难度高于考题；本套丛书汇集著者多年考研辅导经验和考研辅导实践之最新成果，针对性强、信息量大、方向感强、预测命中率高！

●该套丛书自出版以来，以其出人意料独特效果受到全国广大考生的热烈欢迎与强烈拥戴，产生强烈反响。在此对为我们提供资料和信息辅导老师表示衷心的感谢和最崇高的敬意！

●最后，诚祝考生复习顺利，考研成功！“从绝望中寻找希望，人生终将辉煌”！

黑博士考研信息工作室
2003 年 9 月于北京

目 录

2004 年全国硕士研究生入学考试

数学最后 30 天冲刺·命题预测试卷·新典型 800 题

关于 2004 年考研数学命题的几点重要说明
特别说明

● 第一部分 ● 理工类 数学一 (黑博士命题预测试卷)

2004 年硕士研究生入学考试数学一 最后 30 天冲刺命题预测试卷一	(3)
2004 年硕士研究生入学考试数学一 最后 30 天冲刺命题预测试卷一参考答案	(8)
2004 年硕士研究生入学考试数学一 最后 30 天冲刺命题预测试卷二	(19)
2004 年硕士研究生入学考试数学一 最后 30 天冲刺命题预测试卷二参考答案	(24)
2004 年硕士研究生入学考试数学一 最后 30 天冲刺命题预测试卷三	(34)
2004 年硕士研究生入学考试数学一 最后 30 天冲刺命题预测试卷三参考答案	(38)
2004 年硕士研究生入学考试数学一 最后 30 天冲刺命题预测试卷四	(48)
2004 年硕士研究生入学考试数学一 最后 30 天冲刺命题预测试卷四参考答案	(53)
2004 年硕士研究生入学考试数学一 最后 30 天冲刺命题预测试卷五	(62)
2004 年硕士研究生入学考试数学一 最后 30 天冲刺命题预测试卷五参考答案	(67)
2004 年硕士研究生入学考试数学一 最后 30 天冲刺命题预测试卷六	(76)
2004 年硕士研究生入学考试数学一 最后 30 天冲刺命题预测试卷六参考答案	(81)
2004 年硕士研究生入学考试数学一 最后 30 天冲刺命题预测试卷七	(92)
2004 年硕士研究生入学考试数学一 最后 30 天冲刺命题预测试卷七参考答案	(96)
2004 年硕士研究生入学考试数学一 最后 30 天冲刺命题预测试卷八	(106)
2004 年硕士研究生入学考试数学一 最后 30 天冲刺命题预测试卷八参考答案	(111)
2004 年硕士研究生入学考试数学一 最后 30 天冲刺命题预测试卷九	(120)
2004 年硕士研究生入学考试数学一 最后 30 天冲刺命题预测试卷九参考答案	(125)
2004 年硕士研究生入学考试数学一 最后 30 天冲刺命题预测试卷十	(136)

2004年硕士研究生入学考试数学一 最后30天冲刺命题预测试卷十参考答案	(141)
2004年硕士研究生入学考试数学一 最后30天冲刺命题预测试卷十一	(152)
2004年硕士研究生入学考试数学一 最后30天冲刺命题预测试卷十一参考答案	(157)
2004年硕士研究生入学考试数学一 最后30天冲刺命题预测试卷十二	(169)
2004年硕士研究生入学考试数学一 最后30天冲刺命题预测试卷十二参考答案	(173)
2004年硕士研究生入学考试数学一 最后30天冲刺命题预测试卷十三	(183)
2004年硕士研究生入学考试数学一 最后30天冲刺命题预测试卷十三参考答案	(187)
2004年硕士研究生入学考试数学一 最后30天冲刺命题预测试卷十四	(197)
2004年硕士研究生入学考试数学一 最后30天冲刺命题预测试卷十四参考答案	(201)
2004年硕士研究生入学考试数学一 最后30天冲刺命题预测试卷十五	(210)
2004年硕士研究生入学考试数学一 最后30天冲刺命题预测试卷十五参考答案	(215)

● 第二部分 ● 2004 北京考研班最新内部讲稿典型预测 227 题精选

Part A 清华大学考研辅导班核心笔记及内部讲稿内容

——考研数学典型预测 136 题精解

(226)

Part B 北京大学考研辅导班核心笔记及内部讲稿内容

——考研数学典型预测 91 题精解

(262)

附: Part B 北京大学考研辅导班核心笔记及内部讲稿内容

——考研数学典型预测 91 题答案与分析

(272)

● 第三部分 ● 2003 年黑博士数学命中情况对照表部分

2003 年黑博士数学命中情况对照表部分.....

(307)

特别声明

(311)

2004 年北京考研班畅销精品排行榜

(312)

2004 年黑博士考研精品系列 20 经典

(313)

2004 年考研高分经验五大核心内容

(314)

——来自北京大学、清华大学、中国人民大学八位 400 分以上的高分考生的声音

2004 年全国硕士研究生入学考试 数学最后 30 天冲刺·命题预测试卷·新典型 800 题

数学(一)

试卷密号:

试卷密号:

此密号考生不得填写

考试科目 数 学 (一)

题号	得 分	评 卷 人
一		
二		
三(15)		
三(16)		
三(17)		
三(18)		
三(19)		
三(20)		
三(21)		
三(22)		
三(23)		
总分		

准考证编号 _____

考 试 科 目 _____

报考学科、专业 _____

报考研究方向 _____

报 考 单 位 _____

注意:此半页考生不得填写

注 意 事 项

1. 以上各项除试卷密号之外必须填写清楚。
2. 答案必须写准确、清晰,必须写在试卷上。
3. 字迹要清楚、卷面要整洁。
4. 草稿纸另发,考试结束,统一收回。

2004 年全国硕士研究生入学考试 数学最后 30 天冲刺·命题预测试卷·新典型 800 题

数学一 黑博士命题预测试卷(一)

——北京大学数学考研班命题预测信息及精华浓缩

黑博士考研信息工作室
2003 年 9 月于北京

高分经验警示:在当前激烈的考研竞争中,对于数学基础较好或具有中高级以上水平的同学而言,做一定数量的典型题是成功的关系,也就是说:“数学要想考高分,除过做典型题之外,再没有其它的秘诀或捷径!”

提醒特别注意:此部分题目具有一定的代表性、典型性、预测性、综合性,特别推荐!在 2003 年考研中,本书中 48 道题相似或命中考题中非客观题(大题)32 道(次),其中数学一,10 题 136 分;数学二,9 题 124 分;数学三,11 题 142 分;数学四,9 题 120 分。

黑博士锦囊妙计:命题试卷中题目带※者为 2004 年重点预测之典型题。

此部分题目具有一定代表性、典型性、预测性、综合性,特别推荐!

得分	评卷人

一、填空题(本题共 6 小题,每题 4 分,满分 24 分.把答案填在题中横线上)

(1) 设 $f(x)$ 有一阶连续导数,且 $f(0) = 0, f'(0) = 1$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} [1 + f(x)]^{\frac{1}{\ln(1+x)}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

※(2) $\int_0^1 dy \int_y^1 \sqrt{x^2 - y^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

※(3) 微分方程 $y'' + y' = xe^{-x}$ 的通解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(4) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^{11} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^{10} = \underline{\hspace{2cm}}$.

※(5) 已知 $x \sim N(3, 4)$, Y 服从指数分布, $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}y}, & y > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}$, X 与 Y 的相关系数

$\rho = -\frac{1}{4}$, $Z = 3X - 4Y$, 则 Z 的方差 $D(Z) = \underline{\hspace{2cm}}$.

※(6) 设随机变量 X, Y 相互独立, 其边缘密度函数与边缘分布函数分别为 $f_X(x), f_Y(y)$ 与 $F_X(x), F_Y(y)$, 则 $N = \min(X, Y)$ 的分布密度函数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

得分	评卷人

二、选择题(本题共 8 小题,每题 4 分,满分 32 分.每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内)

※(7) 设 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{(x - a)^{\frac{1}{3}}} = 1$, 则函数 $f(x)$ 在点 a 处必然()

(A) 取极大值 (B) 取极小值 (C) 可导 (D) 不可导

 (8) 下列函数在 $(0,0)$ 点不可微的是()

$$(A) f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$$

$$(B) f(x,y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$$

$$(C) f(x,y) = \begin{cases} xy \frac{x-y}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$$

$$(D) f(x,y) = \begin{cases} xy \frac{x-y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$$

 ※(9) 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{\beta} + \ln n + \alpha^n}{n^{\alpha} + \beta^n}$, α, β, γ 均为大于 1 且与 n 无关的常数, 则()

 (A) 当 $\alpha > \beta$ 时, 级数收敛

 (B) 当 $\alpha < \beta$ 时, 级数收敛

 (C) 当 $\alpha > \gamma$ 时, 级数收敛

 (D) 当 $\alpha < \gamma$ 时, 级数收敛

 (10) 设 $f(x,y)$ 连续, 且 $f(x,y) = xy + \iint_D f(u,v) du dv$, 其中 D 是由 $y=0, y=x^2, x=1$ 所围区域, 则 $f(x,y)$ 等于()

 (A) xy

 (B) $2xy$

 (C) $xy + \frac{1}{8}$

 (D) $xy + 1$

 (11) 直线 $\begin{cases} x-2y+z=0 \\ x+y-2z=0 \end{cases}$ 与平面 $2x+y+z=1$ 的位置关系是()

(A) 直线在平面内

(B) 平行

(C) 相交但不垂直

(D) 垂直

 ※(12) 设 A 是三阶矩阵, $|A|=3, A^2+2A=0, 2A^2+A=0$, 则 A^* 的全部特征值是()

 (A) $-\frac{3}{2}, -6, 1$

 (B) $-2, -1, 3$

 (C) $2, 1, 3$

 (D) $-\frac{3}{2}, 6, -1$

 (13) 设矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times n}$, 则二次型 $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n (a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n)^2$ 的矩阵为()

 (A) A

 (B) A^2

 (C) $A^T A$

 (D) AA^T

 ※(14) 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且均服从正态分布 $N(0,1)$, 则()

 (A) $P\{X+Y \geq 0\} = \frac{1}{4}$

 (B) $P\{X-Y \geq 0\} = \frac{1}{4}$

 (C) $P\{\max(X,Y) \geq 0\} = \frac{1}{4}$

 (D) $P\{\min(X,Y) \geq 0\} = \frac{1}{4}$

三、解答题(本题共9小题,满分94分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

得分	评卷人

※(15) (本题满分12分)

已知 $u = u(\sqrt{x^2 + y^2})$ 有连续二阶偏导数,且满足 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = x^2 + y^2$, 试求 u .

得分	评卷人

※(16) (本题满分12分)

求 $I = \iint_S \frac{xdydz + ydzdx + zdx dy}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$, 其中 S 是椭球面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, 取外侧.

得分	评卷人

(17) (本题满分12分)

设函数 $\varphi(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续, 周期为1, 且 $\int_0^1 \varphi(x) dx = 0$, 函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上有连续导数, 设 $a_n = \int_0^1 f(x) \varphi(nx) dx$, 证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ 收敛.

得分	评卷人

(18) (本题满分12分)

根据水力学中的定律, 水从距水面深度为 h mm 的孔中流出时, 它的速度 $v = \sqrt{2gh}$

cm/s, 其中 g 是重力加速度, 现有盛满水而高为 1 m 的半球形容器, 水从它的底端的一个面积为 1 cm^2 的孔中流出, 孔口的收缩系数为 0.6 (流出来水柱的截面积与孔口面积之比), 试求水深 h 与时间 t 的函数关系, 以及流尽所有水所需时间的表达式.

得分	评卷人

※(19) (本题满分 10 分)

设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, $f(0) = 0, f(1) = 1$, 证明: 对于任意给定的数 a 和 b , 在 $(0, 1)$ 内存在不同的 ξ, η 使

$$\frac{a}{f'(\xi)} + \frac{b}{f'(\eta)} = a + b$$

得分	评卷人

(20) (本题满分 8 分)

设向量 $\alpha_1 = (1, -1, 2, -1)^T, \alpha_2 = (-3, 4, -1, 2)^T, \alpha_3 = (4, -5, 3, -3)^T, \alpha_4 = (-1, \lambda, 3, 0)^T, \beta = (0, k, 5, -1)^T$.

试问 λ, k 取何值时, β 不能由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性表出? λ, k 取何值时, β 可由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性表出? 并写出线性表达式.

得分	评卷人

(21) (本题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

1. 设 A 为 r 阶方阵, B 为 $r \times n$ 矩阵, $r(B) = r$, 且 $AB = 0$, 证明 $A = 0$.