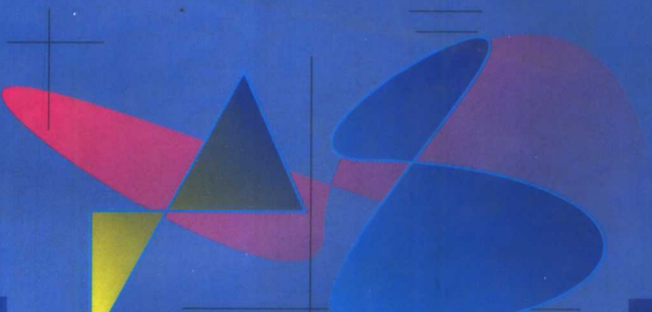
初三

素质培养梯度练习

数学

SHUXUE

主编 孔令颐



北京工业大学出版社

素质培养梯度练习

数　　学

（初三）

主编　孔令颐

北京工业大学出版社

内 容 简 介

本书以国家教委全日制中学各科教学大纲和人民教育出版社“六三”制中学课本为依据，采取基本上与教材内容同步的方法，由从教多年的名校名师按章编写，每章分为知识要点和能力要求、典型例题解析、能力训练练习、自测题四部分，内容包括一元二次方程、函数及其图象、统计初步、解直角三角形、圆. 书中精选精编了大量名校名师反复使用多年且证明行之有效的训练题和自测题，既体现了应掌握的知识的基点、要点，又突出了重点和难点，先易后难，循序渐进，体现了一定的知识梯度.

本书既可用于会考复习，又可用于各类升学考试的能力训练，也能满足兴趣更加广泛的同学使用.

素质培养梯度练习
数 学（初三）
主编 孔令颐
※
北京工业大学出版社出版发行
各地新华书店经销
世界知识印刷厂印刷
※
1997年8月第1版 1997年8月第1次印刷
787mm×1092mm 32开本 8.375印张 185千字
印数：1～15000册
ISBN 7-5639-0613-4/G・340
定价：8.50元

前　言

怎样将基础教育阶段的素质培养与应试能力训练融为一体，以便在提高学生素质、巩固所学知识的前提下，增强学生的应试能力，优化智能状况，这是当前教育界、学生和家长普遍关心的一个热点问题. 为了在这方面作一尝试并力争有所突破，我们组织北京市部分名校名师编写了这套《素质培养梯度练习》. 本丛书共包括九年义务教育三年制初中《语文》、《数学》、《英语》，每个年级各1册，《物理》初二、初三各1册，《化学》初三1册，总计12册. 今后，随着高中教材的更新，还将陆续出版高中的相应用书. 这套书主要有以下几个特点.

1. 本书为《素质培养梯度练习》丛书数学（初三）分册，是以国家教委九年义务教育全日制中学现行数学课本为依据，结合我国目前基础教育的实际情况，采用基本上与教材内容同步，并广泛应用一些优秀教学指导学的理论精编而成的. 依照学科特点，本书按章编写，每章分为“知识要点和能力要求”“典型例题解析”“能力训练练习”和“自测题”四部分，并附有练习题参考答案，有些题还给出提示或解题指导. 通过以上四部分的有机结合，使素质培养与能力训练融为一体.

2. 本书融汇了多位知名教师从教多年的教学经验和教育成果，在“知识要点和能力要求”中不但集中了知识精髓和知识网络，而且明确地提出了对素质培养和能力训练的要

求. 绝大部分练习选自一些名校曾多次使用过的优良题型，具有较高的可信性、典型性和适用性. 其中，一小部分习题作为“典型例题”详细剖析以作示范，旨在启发学生的解题思路，而绝大部分习题作为训练练习题安排在有关的“能力训练练习”中. 在书后的“参考答案”中除给出答案外，对重点题、难点题还附有“提示”“解法”，或多种解法的对比. 本书的大量优秀练习确实反映了名校名师精选精编的水平，对于学习者掌握知识的基点、要点、重点和难点很有帮助.

3. “能力训练练习”中的题目是按梯度由易到难安排的，一般是先易后难，循序渐进. 为了适应不同能力读者的需要，书中的训练练习题分为不同梯度并作了标示. 第一梯度（不打 * 号）为必会题、基本题；第二梯度（打 * 号）为重点题、难点题. 这样，本书既可用于会考复习，又可用于各类升学考试的能力训练，也能满足兴趣更加广泛的同学使用.

本分册由孔令颐主编，由曹林杰、蒋哲敏、华桦等参加编写.

本丛书组编委员会

1997 年 3 月

目　　录

第一部分　代　数

第二部分　几　何

第一部分

代　数

第一章　一元二次方程

【知识要点和能力要求】

一、知识要点

（一）一元二次方程

1. 一元二次方程——只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是 2 的整式方程，叫做一元二次方程. 一元二次方程的一般式为 $ax^2+bx+c=0.$（$a\neq 0$）

2. 一元二次方程的解法：

直接开平方法——利用平方根的意义直接解方程.

配方法——把方程的常数项移到方程的右边，再把左边配成一个完全平方式，如果右边是非负数，则通过直接开平方法求出方程的解.

公式法——用求根公式解一元二次方程的方法.

$$ax^2+bx+c=0.(a\neq 0)$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.(b^2-4ac\geqslant 0)$$

因式分解法——把一元二次方程等号的一边变为零，另一边变为两个因式的积，则每一个因式为零，再分别解一元一次方程，得到的解就是一元二次方程的解.

3. 一元二次方程的根的判别式——$\Delta=b^2-4ac$.

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0.$　（$a\neq 0$）$\Longleftrightarrow$

$$\begin{cases}\Delta>0\text{ 时，有两个不相等的实数根}\\ \Delta=0\text{ 时，有两个相等的实数根}\\ \Delta<0\text{ 时，没有实数根}\end{cases}$$

4. 一元二次方程根与系数的关系：

若 $ax^2+bx+c=0$ ($a\neq0$) 的两个根是 x_1、x_2，那么 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$.

若 $x^2+px+q=0$ 的两个根是 x_1、x_2，那么 $x_1+x_2=-p$，$x_1\cdot x_2=q$.

5. 二次三项式的因式分解（公式法）——在分解二次三项式 ax^2+bx+c 的因式时，可先用公式求出 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根 x_1、x_2，再写成：

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2).$$

6. 一元二次方程的应用.

（二）可化为一元二次方程的方程

1. 可化为一元二次方程的分式方程.

2. 无理方程——根号下含有未知数的方程，叫做无理方程.

3. 可化为一元一次、一元二次方程的无理方程.

（三）简单的二元二次方程组

1. 二元二次方程——含有两个未知数，并且含有未知数的项的最高次数是 2 的整式方程，叫做二元二次方程.

2. 二元二次方程组.

3. 由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的方程组的解法——一般用代入法，或用一元二次方程的根与系数的关系.

4. 由一个二元二次方程和一个可以分解为两个二元一次方程的方程组成的方程组的解法——基本思想是“降次”和“换元”.

二、能力要求

（一）一元二次方程

1．了解一元二次方程的概念，会用直接开平方法解形如 $(x-a)^2=b\ (b\geqslant 0)$ 的方程，用配方法解数字系数的一元二次方程；掌握一元二次方程求根公式的推导，会用求根公式解一元二次方程；会用因式分解法解一元二次方程．灵活运用一元二次方程的四种解法求方程的根．

2．理解一元二次方程的根的判别式，会根据根的判别式判断数字系数的一元二次方程的根的情况．

3．掌握一元二次方程根与系数的关系式，会用它们由已知一元二次方程的一个根求出另一个根与未知系数，会求一元二次方程两个根的倒数和与平方和．

4．了解二次三项式的因式分解与解方程的关系，会利用一元二次方程的求根公式在实数范围内将二次三项式分解因式．

5．能够列出一元二次方程解应用题．

（二）可化为一元二次方程的方程

1．掌握可化为一元二次方程的分式方程（方程中的分式不超过三个）的解法，会用去分母法或换元法求分式方程的解，并会验根．

2．能够列出可化为一元二次方程的分式方程解应用题．

3．了解无理方程的概念，掌握可化为一元一次、一元二次方程的无理方程（方程中含有未知数的二次根式不超过两个）的解法，会用两边平方或换元法求无理方程的解，并会验根．

（三）简单的二元二次方程

1．了解二元二次方程、二元二次方程组的概念，掌握由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的方程组的解

法，会用代入法求方程组的解.

2. 掌握由一个二元二次方程和一个可以分解为两个二元一次方程的方程组的解法.

【典型例题解析】

【例 1】 一元二次方程有哪些解法？各举例说明.

答：一元二次方程的解法有：直接开平方法、配方法、公式法、因式分解法.

①直接开平方法.

例：解方程 $x^2-9=0$.

移项： $x^2=9$.

由平方根定义： $x=\pm 3$.

②配方法.

例：解方程 $x^2+4x-6=0$.

移常数项： $x^2+4x=6$.

配方： $x+4x+4=6+4$.

$(x+2)^2=10$.

直接开平方： $x+2=\pm\sqrt{10}$.

∴ $x_1=\sqrt{10}-2$，$x_2=-\sqrt{10}-2$.

③公式法.

例：解方程 $x^2-2x-2=0$.

系数：$a=1$，$b=-2$，$c=-2$.

判别式：$b^2-4ac=(-2)^2-4\times 1\times(-2)=12>0$.

∴ $$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}$$

$$=\frac{2\pm2\sqrt{3}}{2}$$

$$=1\pm\sqrt{3}.$$

$\therefore\quad x_1=1+\sqrt{3},\quad x_2=1-\sqrt{3}.$

④分解因式法.

例：解方程　$(x+1)(x+2)=6.$

化简，得：　$x^2+3x-4=0.$

分解因式：　$(x-1)(x+4)=0.$

$\therefore\quad x_1=1,\ x_2=-4.$

【例 2】　解下列方程时，用哪一种方法较好？

（1）$3x^2-1=0$，用______；

（2）$x^2-5x+6=0$，用______；

（3）$x^2+4x-6=0$，用______；

（4）$2x^2+1=2\sqrt{2}x$，用______；

（5）$x^2-3x+1=0$，用______；

（6）$2(x+1)^2-3(x+1)(2-x)-2(x-2)^2=0$，用______.

答：（1）因为方程中 $b=0$，所以用开方法.

（2）易看出因式，从而得 $(x-2)(x-3)=0$，所以用因式分解法.

（3）不易看出因式，故可用公式法；但此方程首项为 1，一次项是偶数，用配方法更好，配方得 $(x+2)^2=10.$

（4）方程可变为 $(\sqrt{2}x)^2-2(\sqrt{2}x)+1=0$，故用配方法.

(5) 无法分解因式，配方也不简单，故用公式法.

(6) 方程较复杂，但可化为 $[2(x+1)+(x-2)][(x+1)-2(x-2)]=0$,故用因式分解法.

【例 3】 说明：一元二次方程 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$，当 $\Delta<0$ 时为什么没有实数根？

答：对方程 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$ 配方：

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0,$$

$$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a},$$

$$\therefore \quad \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2},$$

$$\therefore \quad x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}.$$

若 $\Delta=b^2-4ac<0$，则 $\frac{b^2-4ac}{4a^2}<0$ 是负数，而负数在实数范围内不能开平方，故方程没有实数根.

【例 4】 求下列各题中 m、n 的值或取值范围.

(1) 如果方程 $x^2-(\sqrt{3}+m)x+\sqrt{3}=0$ 的一个根是 $\sqrt{3}$；

(2) 若方程 $m(x-m)=n(x-n)$ 有唯一解；

(3) 如果一元二次方程 $(m+2)x^2-mx-1=0$ 有实数根.

答：(1) 把 $x=\sqrt{3}$ 代入方程：

$$(\sqrt{3})^2-(\sqrt{3}+m)\cdot\sqrt{3}+\sqrt{3}=0,$$

即 $$\sqrt{3}m=\sqrt{3}.$$

$$\therefore \quad m=1.$$

(2) 整理方程，得：$(m-n)x=m^2-n^2$.

当 $m-n\neq 0$，即 $m\neq n$ 时，方程有唯一解.

即应满足条件 $m\neq n$.

(3) 依题意，有：

$\Delta=m^2-4(m+2)\cdot(-1)=m^2+4m+8\geqslant 0$，

但 $m=-2$ 时，原方程变成 $2x-1=0$，不是一元二次方程.

$\therefore$ m 的取值范围是 $m\neq -2$.

也可写成：$-\infty<m<-2$，或 $-2<m<+\infty$.

【例 5】 一元二次方程根与系数有什么关系？

答：根与系数的关系即韦达定理：

若一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$ 的两根是 x_1、x_2，

则 $$x_1+x_2=-\frac{b}{a},\ x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}.$$

韦达定理的逆定理：

若 $$x_1+x_2=-\frac{b}{a},\ x_1\cdot x_2=\frac{c}{a},$$

则 x_1、x_2 是方程 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$ 的两个根.

【例 6】 判断 $2\sqrt{5}+1$、$2\sqrt{5}-1$ 是不是方程 $x^2-2x-4=0$ 的解.

分析 韦达定理（逆定理）有多种应用（例 6～例 11 举出了几种用法）. 本例是检验一元二次方程解（根）的正确性.

解 对方程 $x^2-2x-4=0$，由韦达定理：

$$x_1+x_2=-\frac{-2}{1}=2,\quad x_1\cdot x_2=\frac{-4}{1}=-4,$$

而所给根为：$x_1=2\sqrt{5}+1$，$x_2=2\sqrt{5}-1$，

$$x_1+x_2=4\sqrt{5},\quad x_1\cdot x_2=19.$$

可见所给两根不都是（或都不是）方程的根.

把 $x_1=2\sqrt{5}+1$，$x_2=2\sqrt{5}-1$ 代入方程，经检验 $x_1=2\sqrt{5}+1$ 是方程的根，而 $x_2=2\sqrt{5}-1$ 不是方程的根.

【例 7】 求作一个一元二次方程，使它的两个根比方程 $x^2-5x+6=0$ 的两个根大 2.

解　法一　设方程 $x^2-5x+6=0$ 的两个根是 x_1、x_2，所求作的方程为　$x^2+px+q=0$.

$$\because \quad x_1+x_2=5, x_1\cdot x_2=6,$$

$$\begin{aligned}\therefore \quad p &= -[(x_1+2)+(x_2+2)] \\ &= -(x_1+x_2+4) \\ &= -9. \\ q &= (x_1+2)(x_2+2) \\ &= x_1\cdot x_2+2(x_1+x_2)+4 \\ &= 6+2\times5+4 \\ &= 20.\end{aligned}$$

$\therefore$　$x^2-9x+20=0$ 为所求方程.

法二　设方程 $x^2-5x+6=0$ 的两个根是 x'_1、x'_2，要求的方程的两根为 x_1、x_2.

由题意：$\begin{cases} x_1=x'_1+2, \\ x_2=x'_2+2. \end{cases}$

即：$\begin{cases} x'_1=x_1-2, \\ x'_2=x_2-2. \end{cases}$

即原方程的根 x' = 新方程的根 $x-2$.

x' 是原方程的根，代入原方程一定适合，

$$\therefore \quad (x-2)^2-5(x-2)+6=0.$$

整理得：　$x^2-9x+20=0$.