

学而优

XIAOXUE SHUXUE TIGAO YUNLIAN

小学数学

# 提高训练



六年级

供中等水平以上学生使用

总主编 沈丹丹



科学技术文献出版社

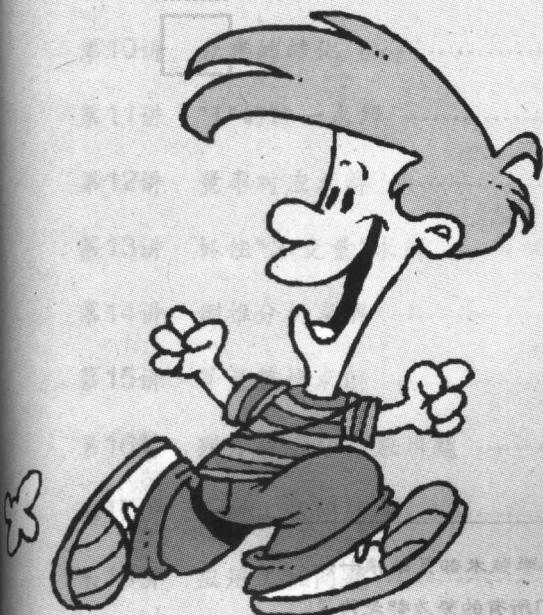
TIGAO XUNLIAN

小学数学

# 提高训练

(供中等水平以上学生使用)

总主编 沈丹丹  
主编 汪利岳  
编委 沈丹丹 汪利岳



六年级

**图书在版编目(CIP)数据**

学而优·小学数学提高训练·六年级/汪利岳主编. -北京:科学技术文献出版社,  
2006.6

ISBN 7-5023-5279-1

I . 学… II . 汪… III . 数学课-小学-习题 IV . B624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 022680 号

**出 版 者** 科学技术文献出版社

**地 址** 北京市复兴路 15 号(中央电视台西侧)/100038

**图书编务部电话** (010)58882909,(010)58882959(传真)

**图书发行部电话** (010)68514009,(010)68514035(传真)

**邮 购 部 电 话** (010)58882952

**网 址** <http://www.stdph.com>

E-mail: stdph@istic.ac.cn

**策 划 编 辑 科 文**

**责 任 编 辑** 杨 光

**责 任 校 对** 赵文珍

**责 任 出 版** 王杰馨

**发 行 者** 科学技术文献出版社发行 全国各地新华书店经销

**印 刷 者** 北京国马印刷厂

**版 (印) 次** 2006 年 6 月第 1 版第 1 次印刷

**开 本** 787×1092 16 开

**字 数** 202 千

**印 张** 9.75

**印 数** 1~8000 册

**定 价** 11.50 元

© 版权所有 违法必究

购买本社图书,凡字迹不清、缺页、倒页、脱页者,本社发行部负责调换。

(京)新登字 130 号

---

科学技术文献出版社是国家科学技术部系统惟一一家中央级综合性科技出版机构，我们所有的努力都是为了使您增长知识和才干。

并编出稿文本苏生辉、高北、陈士平、叶平、孙平六、林世南、数学逻辑、洪而学、

5000 6000

65 200 200 200

200 400 600 800 1000 1200 1400 1600 1800 2000 2200 2400 2600 2800 3000 3200 3400 3600 3800 4000 4200 4400 4600 4800 5000 5200 5400 5600 5800 6000 6200 6400 6600 6800 7000 7200 7400 7600 7800 8000 8200 8400 8600 8800 9000 9200 9400 9600 9800 10000 10200 10400 10600 10800 11000 11200 11400 11600 11800 12000 12200 12400 12600 12800 13000 13200 13400 13600 13800 14000 14200 14400 14600 14800 15000 15200 15400 15600 15800 16000 16200 16400 16600 16800 17000 17200 17400 17600 17800 18000 18200 18400 18600 18800 19000 19200 19400 19600 19800 20000 20200 20400 20600 20800 21000 21200 21400 21600 21800 22000 22200 22400 22600 22800 23000 23200 23400 23600 23800 24000 24200 24400 24600 24800 25000 25200 25400 25600 25800 26000 26200 26400 26600 26800 27000 27200 27400 27600 27800 28000 28200 28400 28600 28800 29000 29200 29400 29600 29800 30000 30200 30400 30600 30800 31000 31200 31400 31600 31800 32000 32200 32400 32600 32800 33000 33200 33400 33600 33800 34000 34200 34400 34600 34800 35000 35200 35400 35600 35800 36000 36200 36400 36600 36800 37000 37200 37400 37600 37800 38000 38200 38400 38600 38800 39000 39200 39400 39600 39800 40000 40200 40400 40600 40800 41000 41200 41400 41600 41800 42000 42200 42400 42600 42800 43000 43200 43400 43600 43800 44000 44200 44400 44600 44800 45000 45200 45400 45600 45800 46000 46200 46400 46600 46800 47000 47200 47400 47600 47800 48000 48200 48400 48600 48800 49000 49200 49400 49600 49800 50000 50200 50400 50600 50800 51000 51200 51400 51600 51800 52000 52200 52400 52600 52800 53000 53200 53400 53600 53800 54000 54200 54400 54600 54800 55000 55200 55400 55600 55800 56000 56200 56400 56600 56800 57000 57200 57400 57600 57800 58000 58200 58400 58600 58800 59000 59200 59400 59600 59800 60000 60200 60400 60600 60800 61000 61200 61400 61600 61800 62000 62200 62400 62600 62800 63000 63200 63400 63600 63800 64000 64200 64400 64600 64800 65000 65200 65400 65600 65800 66000 66200 66400 66600 66800 67000 67200 67400 67600 67800 68000 68200 68400 68600 68800 69000 69200 69400 69600 69800 70000 70200 70400 70600 70800 71000 71200 71400 71600 71800 72000 72200 72400 72600 72800 73000 73200 73400 73600 73800 74000 74200 74400 74600 74800 75000 75200 75400 75600 75800 76000 76200 76400 76600 76800 77000 77200 77400 77600 77800 78000 78200 78400 78600 78800 79000 79200 79400 79600 79800 80000 80200 80400 80600 80800 81000 81200 81400 81600 81800 82000 82200 82400 82600 82800 83000 83200 83400 83600 83800 84000 84200 84400 84600 84800 85000 85200 85400 85600 85800 86000 86200 86400 86600 86800 87000 87200 87400 87600 87800 88000 88200 88400 88600 88800 89000 89200 89400 89600 89800 90000 90200 90400 90600 90800 91000 91200 91400 91600 91800 92000 92200 92400 92600 92800 93000 93200 93400 93600 93800 94000 94200 94400 94600 94800 95000 95200 95400 95600 95800 96000 96200 96400 96600 96800 97000 97200 97400 97600 97800 98000 98200 98400 98600 98800 99000 99200 99400 99600 99800 100000

### 科学技术文献出版社

SCIENTIFIC AND TECHNICAL DOCUMENTS PUBLISHING HOUSE



科学技术文献出版社方位示意图

册 0008-1 邮

元 02.11 邮

向您推荐我社部分  
优秀畅销书

金典双测

小学数学第 7 册	9.00
小学数学第 9 册	9.00
小学数学第 11 册	9.00
小学语文一年级上	9.00
小学语文二年级上	9.00
小学语文第 5 册	9.00
小学语文第 7 册	9.00
小学语文第 9 册	9.00
小学语文第 11 册	9.00

注:邮费按书款总价另加 20% 邮购热线:(010)58882952

邮购地址:北京市复兴路 15 号(中央电视台西侧)/ 100038

向您推荐我社部分  
优秀畅销书

金典双测

小学语文第 12 册	6.00
小学语文第 10 册	7.00
小学语文第 8 册	7.00
小学语文第 6 册	6.00
小学数学第 12 册	7.00
小学数学第 10 册	7.00
小学数学第 8 册	7.00
小学数学第 6 册	7.00
小学数学一年级上	9.00
小学数学二年级上	9.00

注:邮费按书款总价另加 20% 邮购热线:(010)58882952

邮购地址:北京市复兴路 15 号(中央电视台西侧)/ 100038

# 目 录

第1讲 估算求值 .....	1
第2讲 定义新运算 .....	4
第3讲 分数大小的比较 .....	7
第4讲 巧算分数和与差 .....	10
第5讲 简算分数积与商 .....	14
第6讲 浓度问题(一) .....	17
第7讲 浓度问题(二) .....	20
第8讲 利润和折扣 .....	24
第9讲 利息和利率 .....	27
第10讲 分率的转化 .....	31
第11讲 “1”的统一求解 .....	35
第12讲 量率对应求解 .....	39
第13讲 抓住“不变量”求解 .....	42
第14讲 倒推分析求解 .....	46
第15讲 等量替换求解 .....	50
第16讲 列方程解分数应用题 .....	53
第17讲 一般工程问题 .....	56
第18讲 应用工程问题 .....	60
第19讲 周期工程问题 .....	64

第20讲 圆的周长 .....	68
第21讲 圆的面积有关计算 .....	71
第22讲 与圆组合的图形面积计算 .....	74
第23讲 钟面问题 .....	77
第24讲 立体方位形态问题 .....	80
第25讲 表面积的计算 .....	83
第26讲 圆柱和圆锥的体积 .....	86
第27讲 巧妙求比 .....	89
第28讲 比的应用 .....	93
第29讲 按比例分配 .....	97
第30讲 运用正比例求解答 .....	101
第31讲 运用反比例求解答 .....	105
第32讲 比和比例的综合运用 .....	108
第33讲 行程问题(一) .....	112
第34讲 行程问题(二) .....	116
第35讲 行程问题(三) .....	120
第36讲 能力测试(一) .....	124
第37讲 能力测试(二) .....	126
参考答案 .....	128

# 第1讲

## 估算求值

在我们的生活实践和数学解题中,估算是一种重要的计算方法,这就需要我们熟练地掌握估算方法来确定某个数或整个算式的取值范围,并能有根据地算出一个符合条件的正确结果。



**例1** 计算  $12345678910111213 \div 31211101987654321$ , 它的小数点后三位数字是几?

### 试一试

想一想 将上式写成分数形式是  $\frac{12345678910111213}{31211101987654321}$ , 一个分数的分子不变, 分母扩大, 分数的值变小; 分母减小, 分数的值就变大, 所以  $\frac{12345678910111213}{3122000000000000} < \frac{12345678910111213}{3121000000000000}$  ①

$\frac{12345678910111213}{31211101987654321} < \frac{12345678910111213}{3121000000000000}$ , 我们只需计算到小数点后第四位就可以了。② ③

①式只要计算:  $1234.56789 \div 3122 \approx 0.3954$ , ③式只要计算:  $1234.56789 \div 3121 \approx 0.3955$ , 那么②的值在 0.3954 和 0.3955 之间, 从而确定小数点后三位的数字。

看一看 小数点后面的前三位数字是 3,9,5。

**例2** 已知  $S = \frac{1}{\frac{1}{1980} + \frac{1}{1981} + \frac{1}{1982} + \dots + \frac{1}{1991}}$ , 求 S 的整数部分。

### 试一试

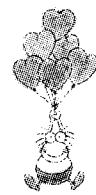
想一想 若对分母中的 12 个分数通分求和, 非常繁琐, 因此变换方法来计算。因为  $\frac{1}{1980} \times 12 > \frac{1}{1980} + \frac{1}{1981} + \frac{1}{1982} + \dots + \frac{1}{1991} > \frac{1}{1991} \times 12$  而  $\frac{1}{\frac{1}{1980} \times 12} = 165$ ,  $\frac{1}{\frac{1}{1991} \times 12} \approx 165.92$ , 所以 S 的取值范围是  $165 < S < 165.92$ , 整数部分只能是 165。

看一看 S 的整数部分是 165。

1

第1讲

估算求值



**例 3** 在方框里分别填上两个相邻的整数,使下式成立。

$$\square < \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} < \square$$



想一想 由于  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$ ,

$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right) + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} = \frac{3}{8} + \frac{3}{10} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} < \frac{3}{8} + \frac{3}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{8}$ , 而  $\frac{3}{8} + \frac{3}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{8} = 1$ , 从而可以知原式大于 1 而小于 2。

看一看 本题的答案是 1 和 2。



本讲只要使用“放大缩小法”来进行估算取值,我们应该要做到“放缩”适度。只要找到合适的“放缩”度,就能减少繁琐的计算和得到正确的答案。

2



1. 已知  $A = \frac{1}{\frac{1}{1992} + \frac{1}{1993} + \frac{1}{1994} + \dots + \frac{1}{2002}}$ , 求 A 的整数部分是多少?

2. 小华在计算 11 个自然数的平均数时,得数是 27.19(按四舍五入法保留两位小数),它的最后一位数字错了,你能求出正确的结果吗?



3.  $1 + \frac{1}{2004} + \left(1 + \frac{1}{2004} \times 2\right) + \left(1 + \frac{1}{2004} \times 3\right) + \cdots + \left(1 + \frac{1}{2004} \times 3\right) + \left(1 + \frac{1}{2004} \times 165\right) + \left(1 + \frac{1}{2004} \times 166\right)$  的结果是  $A$ , 那么, 与  $A$  最接近的整数是多少?

4. 已知  $A = \frac{11 \times 66 + 12 \times 67 + 13 \times 68 + 14 \times 69 + 15 \times 70}{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69} \times 100$ , 问:  $A$  的整数部分是多少?



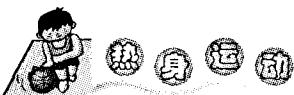
5. 有一列数, 第一个数是 285, 第二个数是 205, 从第三个数开始, 每个数都是它前面两个数的平均数, 那么第 2004 个数的整数部分是多少?

6. 一本科幻小说中间的一张被撕掉了, 余下的页码数字之和正好是 2700, 问(1) 这本书一共有多少页? (2) 撕掉的是哪一张?

## 第2讲

## 定义新运算

在掌握加、减、乘、除四则运算的基础上，学习“定义新运算”，理解运算符号的新规定，你一定能严格按照规定的法则进行正确计算。



**例1**  $x \text{※} y = \frac{xy}{x-y}$ ，则  $10 \text{※} 8 \text{※} 30$  的值是多少？

## 试一试

想一想 这个新运算的定义是：两个数的积除以两个数的差来进行计算。

即： $10 \text{※} 8 \text{※} 30 = \frac{10 \times 8}{10 - 8} \text{※} 30 = 40 \text{※} 30 = \frac{40 \times 30}{40 - 30} = 120$ 。

看一看  $10 \text{※} 8 \text{※} 30$  的值是 120。

**例2** 规定  $a \diamond b = ax + \frac{a+b}{a \times b}$ ，而且  $1 \diamond 2 = 2 \diamond 3$ ，求  $\frac{1}{3} \diamond \frac{1}{4}$  的值是\_\_\_\_\_。

## 试一试

想一想 本题的关键先要求出  $x$  的值，根据规定可以列出： $1 \diamond 2 = x + \frac{1+2}{1 \times 2} = x + \frac{3}{2}$ ，

$$2 \diamond 3 = 2x + \frac{2+3}{2 \times 3} = 2x + \frac{5}{6}；$$

又因为  $1 \diamond 2 = 2 \diamond 3$ ，所以  $x + \frac{3}{2} = 2x + \frac{5}{6}$ ，解得： $x = \frac{2}{3}$ 。

因此  $\frac{1}{3} \diamond \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}} = \frac{2}{9} + 7\frac{2}{9}$ 。

看一看  $\frac{1}{3} \diamond \frac{1}{4}$  的值是  $7\frac{2}{9}$ 。

**例3** 规定  $\textcircled{3} = 2 \times 3 \times 4$ ,  $\textcircled{4} = 3 \times 4 \times 5$ ,  $\textcircled{5} = 4 \times 5 \times 6 \cdots$ ,  $\textcircled{10} = 9 \times 10 \times 11 \cdots$  如果  $\frac{1}{\textcircled{16}} = \frac{1}{\textcircled{17}} \times \frac{1}{\square}$ ，那么方框中应填的数是\_\_\_\_\_。

## 试一试

想一想 从规定可以知道  $\frac{1}{16} - \frac{1}{17} = \frac{1}{15 \times 16 \times 17} - \frac{1}{16 \times 17 \times 18} = \frac{18 - 15}{15 \times 16 \times 17 \times 18} = \frac{3}{15 \times 16 \times 17 \times 18} = \frac{1}{16 \times 17 \times 18} \times \frac{1}{5}$ , 从而解答出应填的数是 5。

看一看 方框中应填的数是 5。



“定义新运算”的学习,先应弄清楚“※、★、△、☆、◎”等多种符号所表示的意义,再按照它所规定的法则运算,替换成加、减、乘、除的四则运算,若有未知数的应根据已知条件先解答出未知数,再进行计算。注意许多新运算对交换律、结合律等这些运算定律不能应用。



1. 如果  $P \text{※} Q$  表示  $\frac{P+Q}{2}$ , 求  $3 \text{※}(6 \text{※} 8)$ ?

5

2. 如果  $\frac{1}{2} \triangle 3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{3} \triangle 4 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{7} \triangle 2 = \frac{1}{7} \times \frac{1}{8}$ , 那么

(1)  $\frac{1}{2} \triangle 4 - \frac{1}{3} \triangle 4$

(2) 根据  $\frac{1}{n} \triangle 4 = \frac{1}{840}$ ,  $n$  是多少?



3. 设  $a \text{※} b$  表示  $a$  的 3 倍减去  $b$  的 2 倍, 即  $a \text{※} b = 3a - 2b$ , 例如当  $a = 5, b = 6$  时,  $5 \text{※} 6 = 3 \times 5 - 2 \times 6 = 3$ 。

$$(1) \text{计算: } \left( \frac{5}{3} \text{※} \frac{4}{5} \right) \text{※} \frac{3}{4}$$

$$(2) \text{已知 } x \text{※}(4 \text{※} 1) = 7, \text{求 } x.$$



4. 规定, 符号“○”表示选择两数中较大数的运算, 如  $3.5 \bigcirc 2.9 = 2.9 \bigcirc 3.5 = 3.5$ , 符号“△”表示选择两数中较小数的运算, 如  $3.5 \triangle 2.9 = 2.9 \triangle 3.5 = 2.9$ 。

$$\text{计算: } \frac{\left(0.62 \triangle \frac{23}{33}\right) \times \left(\frac{155}{186} \bigcirc 0.4\right)}{\left(\frac{1}{3} \bigcirc 0.3\right) + \left(\frac{235}{104} \triangle 2.25\right)}$$

6

5. 有一种经过特殊处理的计算机, 将一个输入一块区域后会输出另一个数。A 区将输入的数加上 5; B 区将输入的数除以 2; C 区将输入的数减去 4; D 区将输入的数乘以 10。这些区域可以连接, 如果 A 区域后面连接 B 区域就写成  $A \cdot B$ , 输入 1 后, 经过  $A \cdot B$ , 显示 3。

(1) 输入 9, 经过  $A \cdot B \cdot C \cdot D$ , 输出几?

(2) 经  $B \cdot D \cdot A \cdot C$ , 输出的是 501, 输入的数是多少?

(3) 输入 10, 输出的还是 10, 用尽量少的区域该怎样连接?

## 第3讲

## 分数大小的比较

在掌握相同分子或相同分母的分数大小比较的基础上,你如果再学习和掌握倒数比较、差数比较、乘积比较、中间数比较等方法进行大小的比较,会更加简便。



**例1** 试比较分数 $\frac{1234567890}{2345678901}$ 与分数 $\frac{1234565897}{2345676908}$ 的大小。

## 试一试

**想一想** 这两个分数的分子、分母的数字都很大,化成同分母或化成同分子进行比较都不太方便。(1)可以用倒数法进行比较: $\frac{1234567890}{2345678901}$ 的倒数为 $\frac{2345678901}{1234567890} = 1 + \frac{1111111011}{1234567890}$ ,因为 $\frac{1111111011}{1234567890} < \frac{1111111011}{1234565897}$ ,即 $\frac{1234567890}{2345678901} > \frac{1234565897}{2345676908}$ 。

**看一看**  $\frac{1234567890}{2345678901} > \frac{1234565897}{2345676908}$ 。  
(2)可以用求差法进行比较。因为 $\frac{1234567890}{2345678901} = 1 - \frac{1111111011}{2345678901}$ , $\frac{1234565897}{2345676908} = 1 - \frac{1111111011}{2345676908}$ 被减数相同,减数大的差反而小,也可以得出结果。

**例2** 比较分数的大小。(1)  $\frac{218191}{654321}$ 和 $\frac{152347}{456789}$  (2)  $\frac{21}{34}$ 和 $\frac{34}{55}$

## 试一试

**想一想** (1)本题可以用“倒数法”进行比较。这里介绍取中间数进行比较。因为这两个数都略大于 $\frac{1}{3}$ ,可以借助于 $\frac{1}{3}$ 来比较大小: $\frac{218191}{654321} - \frac{1}{3} = \frac{84}{654321}$ , $\frac{152347}{456789} - \frac{1}{3} = \frac{84}{456789}$ ,





同减一个 $\frac{1}{3}$ 数,而前一个差比较小,差小的原数也就小。

(2) 这道题可以根据通分的原理,用相乘法,即交叉相乘法可以得出分母相同来比较,哪个分子乘得的积大,分数就大。因为  $21 \times 55 = 1155 < 34 \times 34 = 1156$ , 所以  $\frac{21}{34} < \frac{34}{55}$ 。

**看一看** (1)  $\frac{218191}{654321} < \frac{152347}{456789}$ , (2)  $\frac{21}{34} < \frac{34}{55}$ 。

**例3** 在下面4个算式中,得数最大的算式是\_\_\_\_\_。

$$(1) \left( \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \right) \times 20 \quad (2) \left( \frac{1}{24} + \frac{1}{29} \right) \times 30$$

$$(3) \left( \frac{1}{31} + \frac{1}{37} \right) \times 40 \quad (4) \left( \frac{1}{41} + \frac{1}{47} \right) \times 50$$

### 试一试

**想一想** 观察上面算式,可以先逐一用乘法分配律展开,把带分数拆成整数和分数两部分,然后转化成分子相等的式子,再进行比较。

$$(1) \left( \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \right) \times 20 = 2 + \left( \frac{3}{17} + \frac{1}{19} \right) = 2 + \left( \frac{9}{51} + \frac{3}{57} \right)$$

$$(2) \left( \frac{1}{24} + \frac{1}{29} \right) \times 30 = 2 + \left( \frac{6}{24} + \frac{1}{29} \right) = 2 + \left( \frac{9}{36} + \frac{3}{87} \right)$$

$$(3) \left( \frac{1}{31} + \frac{1}{37} \right) \times 40 = 2 + \left( \frac{9}{31} + \frac{3}{37} \right) = 2 + \left( \frac{9}{31} + \frac{3}{37} \right)$$

$$(4) \left( \frac{1}{41} + \frac{1}{47} \right) \times 50 = 2 + \left( \frac{9}{41} + \frac{3}{47} \right) = 2 + \left( \frac{9}{41} + \frac{3}{47} \right)$$

从上面可以看出,分子相同,式中的分母31、37都最小,因而它的值最大。

**看一看** 得数最大的算式是(3)。



比较分数的大小,先要仔细观察每个分数的特点,根据不同的特点,合理选择不同的比较方法,达到灵活运用。



1. 比较下列各组数的大小。

$$(1) \frac{15}{16} \text{ 和 } \frac{16}{17}$$

$$(2) \frac{1111}{11111} \text{ 和 } \frac{111}{1111}$$