

学 而 优

XIAOXUE SHUXUE TIGAO XUNLIAN

小学 数学

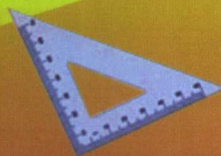
提高训练



六年级

供中等水平以上学生使用

总主编 沈丹丹



科学技术文献出版社

TIGAO XUNLIAN

小学数学

提高训练

(供中等水平以上学生使用)

总 主 编 沈丹丹
主 编 汪利岳
编 委 沈丹丹 汪利岳

六年级



科学技术文献出版社

图书在版编目(CIP)数据

学而优·小学数学提高训练. 六年级/汪利岳主编. -北京:科学技术文献出版社,
2006.6

ISBN 7-5023-5279-1

I. 学… II. 汪… III. 数学课-小学-习题 IV. B624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 022680 号

出 版 者 科学技术文献出版社
地 址 北京市复兴路 15 号(中央电视台西侧)/100038
图书编务部电话 (010)58882909, (010)58882959(传真)
图书发行部电话 (010)68514009, (010)68514035(传真)
邮 购 部 电 话 (010)58882952
网 址 <http://www.stdph.com>
E-mail: stdph@istic.ac.cn
策 划 编 辑 科 文
责 任 编 辑 杨 光
责 任 校 对 赵文珍
责 任 出 版 王杰馨
发 行 者 科学技术文献出版社发行 全国各地新华书店经销
印 刷 者 北京国马印刷厂
版 (印) 次 2006 年 6 月第 1 版第 1 次印刷
开 本 787×1092 16 开
字 数 202 千
印 张 9.75
印 数 1~8000 册
定 价 11.50 元

© 版权所有 违法必究

购买本社图书,凡字迹不清、缺页、倒页、脱页者,本社发行部负责调换。

(京)新登字 130 号

科学技术文献出版社是国家科学技术部系统唯一一家中央级综合性科技出版机构,我们所有的努力都是为了
使您增长知识和才干。

科学技术文献出版社

SCIENTIFIC AND TECHNICAL DOCUMENTS PUBLISHING HOUSE



科学技术文献出版社方位示意图

向您推荐我社部分
优秀畅销书

金典双测

小学数学第7册	9.00
小学数学第9册	9.00
小学数学第11册	9.00
小学语文一年级上	9.00
小学语文二年级上	9.00
小学语文第5册	9.00
小学语文第7册	9.00
小学语文第9册	9.00
小学语文第11册	9.00

注:邮费按书款总价另加 20% 邮购热线:(010)58882952
邮购地址:北京市复兴路 15 号(中央电视台西侧)/100038

向您推荐我社部分
优秀畅销书

金典双测

小学语文第 12 册	6.00
小学语文第 10 册	7.00
小学语文第 8 册	7.00
小学语文第 6 册	6.00
小学数学第 12 册	7.00
小学数学第 10 册	7.00
小学数学第 8 册	7.00
小学数学第 6 册	7.00
小学数学一年级上	9.00
小学数学二年级上	9.00

注:邮费按书款总价另加 20% 邮购热线:(010)58882952
邮购地址:北京市复兴路 15 号(中央电视台西侧)/100038

目录

第1讲	估算求值	1
第2讲	定义新运算	4
第3讲	分数大小的比较	7
第4讲	巧算分数和与差	10
第5讲	简算分数积与商	14
第6讲	浓度问题(一)	17
第7讲	浓度问题(二)	20
第8讲	利润和折扣	24
第9讲	利息和利率	27
第10讲	分率的转化	31
第11讲	“1”的统一求解	35
第12讲	量率对应求解	39
第13讲	抓住“不变量”求解	42
第14讲	倒推分析求解	46
第15讲	等量替换求解	50
第16讲	列方程解分数应用题	53
第17讲	一般工程问题	56
第18讲	应用工程问题	60
第19讲	周期工程问题	64

第20讲	圆的周长	68
第21讲	圆的面积有关计算	71
第22讲	与圆组合的图形面积计算	74
第23讲	钟面问题	77
第24讲	立体方位形态问题	80
第25讲	表面积的计算	83
第26讲	圆柱和圆锥的体积	86
第27讲	巧妙求比	89
第28讲	比的应用	93
第29讲	按比例分配	97
第30讲	运用正比例求解答	101
第31讲	运用反比例求解答	105
第32讲	比和比例的综合运用	108
第33讲	行程问题(一)	112
第34讲	行程问题(二)	116
第35讲	行程问题(三)	120
第36讲	能力测试(一)	124
第37讲	能力测试(二)	126
参考答案		128

第 1 讲

估算求值

在我们的生活实践和数学解题中,估算是一种重要的计算方法,这就需要我们要熟练地掌握估算方法来确定某个数或整个算式的取值范围,并能有根据地算出一个符合条件的正确结果。



例 1 计算 $12345678910111213 \div 31211101987654321$, 它的小数点后面前三位数字是几?

试一试

想一想 将上式写成分数形式是 $\frac{12345678910111213}{31211101987654321}$, 一个分数的分子不变, 分母扩

大, 分数的值变小; 分母减小, 分数的值就变大, 所以 $\frac{12345678910111213}{3122000000000000} <$

$\frac{12345678910111213}{31211101987654321} < \frac{12345678910111213}{3121000000000000}$, 我们只需计算到小数点后第四位就可以了。

①式只要计算: $1234.56789 \div 3122 \approx 0.3954$, ③式只要计算: $1234.56789 \div 3121 \approx 0.3955$, 那么②的值在 0.3954 和 0.3955 之间, 从而确定小数点后面前三位的数字。

看一看 小数点后面的前三位数字是 3, 9, 5。

例 2 已知 $S = \frac{1}{\frac{1}{1980} + \frac{1}{1981} + \frac{1}{1982} + \dots + \frac{1}{1991}}$, 求 S 的整数部分。

试一试

想一想 若对分母中的 12 个分数通分求和, 非常繁琐, 因此变换方法来计算。因为 $\frac{1}{1980} \times 12 > \frac{1}{1980} + \frac{1}{1981} + \frac{1}{1982} + \dots + \frac{1}{1991} > \frac{1}{1991} \times 12$ 。而 $\frac{1}{\frac{1}{1980} \times 12} = 165, \frac{1}{\frac{1}{1991} \times 12} \approx$

165.92, 所以 S 的取值范围是 $165 < S < 165.92$, 整数部分只能是 165。

看一看 S 的整数部分是 165。

1

第 1 讲
估算求值



例 3 在方框里分别填上两个相邻的整数,使下式成立。

$$\square < \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} < \square$$

试一试

想一想 由于 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$,

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right) + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} = \frac{3}{8} + \frac{3}{10} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} < \frac{3}{8} + \frac{3}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{8} = 1, \text{从而可以知原式大于 } 1 \text{ 而小于 } 2.$$

看一看 本题的答案是 1 和 2。



本讲只要使用“放大缩小法”来进行估算取值,我们应该要做到“放缩”适度。只要找到合适的“放缩”度,就能减少繁琐的计算和得到正确的答案。



1. 已知 $A = \frac{1}{\frac{1}{1992} + \frac{1}{1993} + \frac{1}{1994} + \cdots + \frac{1}{2002}}$, 求 A 的整数部分是多少?

2. 小华在计算 11 个自然数的平均数时,得数是 27.19(按四舍五入法保留两位小数),它的最后一位数字错了,你能求出正确的结果吗?

3. $1 + \frac{1}{2004} + \left(1 + \frac{1}{2004} \times 2\right) + \left(1 + \frac{1}{2004} \times 3\right) + \dots + \left(1 + \frac{1}{2004} \times 3\right) + \left(1 + \frac{1}{2004} \times 165\right) + \left(1 + \frac{1}{2004} \times 166\right)$ 的结果是 A , 那么, 与 A 最接近的整数是多少?

4. 已知 $A = \frac{11 \times 66 + 12 \times 67 + 13 \times 68 + 14 \times 69 + 15 \times 70}{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69} \times 100$, 问: A 的整数部分是多少?



5. 有一列数, 第一个数是 285, 第二个数是 205, 从第三个数开始, 每个数都是它前面两个数的平均数, 那么第 2004 个数的整数部分是多少?

6. 一本科幻小说中间的一张被撕掉了, 余下的页码数字之和正好是 2700, 问(1) 这本书一共有多少页? (2) 撕掉的是哪一张?



第2讲

定义新运算

在掌握加、减、乘、除四则运算的基础上,学习“定义新运算”,理解运算符号的新规定,你一定能严格按照规定的法则进行正确计算。



例1 $x \ast y = \frac{xy}{x-y}$, 则 $10 \ast 8 \ast 30$ 的值是多少?

试一试

想一想 这个新运算的定义是: 两个数的积除以两个数的差来进行计算。

$$\text{即: } 10 \ast 8 \ast 30 = \frac{10 \times 8}{10 - 8} \ast 30 = 40 \ast 30 = \frac{40 \times 30}{40 - 30} = 120.$$

看一看 $10 \ast 8 \ast 30$ 的值是 120。

例2 规定 $a \diamond b = ax + \frac{a+b}{a \times b}$, 而且 $1 \diamond 2 = 2 \diamond 3$, 求 $\frac{1}{3} \diamond \frac{1}{4}$ 的值是_____。

试一试

想一想 本题的关键先要求出 x 的值, 根据规定可以列出: $1 \diamond 2 = x + \frac{1+2}{1 \times 2} = x + \frac{3}{2}$,

$$2 \diamond 3 = 2x + \frac{2+3}{2 \times 3} = 2x + \frac{5}{6}; \text{ 又因为 } 1 \diamond 2 = 2 \diamond 3, \text{ 所以 } x + \frac{3}{2} = 2x + \frac{5}{6}, \text{ 解得: } x = \frac{2}{3}.$$

$$\text{因此 } \frac{1}{3} \diamond \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}} = \frac{2}{9} + 7 = 7\frac{2}{9}.$$

看一看 $\frac{1}{3} \diamond \frac{1}{4}$ 的值是 $7\frac{2}{9}$ 。

例3 规定 $\textcircled{3} = 2 \times 3 \times 4$, $\textcircled{4} = 3 \times 4 \times 5$, $\textcircled{5} = 4 \times 5 \times 6 \dots$, $\textcircled{10} = 9 \times 10 \times 11, \dots$ 如果 $\frac{1}{\textcircled{16}}$

$-\frac{1}{\textcircled{17}} = \frac{1}{\textcircled{17}} \times \frac{1}{\square}$, 那么方框中应填的数是_____。

试一试

想一想 从规定可以知道 $\frac{1}{16} - \frac{1}{17} = \frac{1}{15 \times 16 \times 17} - \frac{1}{16 \times 17 \times 18} = \frac{18-15}{15 \times 16 \times 17 \times 18} =$
 $\frac{3}{15 \times 16 \times 17 \times 18} = \frac{1}{16 \times 17 \times 18} \times \frac{1}{5}$, 从而解答出应填的数是 5。

看一看 方框中应填的数是 5。



“定义新运算”的学习,先应弄清楚“※、*、△、☆、⊙”等多种符号所表示的意义,再按照它所规定的法则运算,替换成加、减、乘、除的四则运算,若有未知数的应根据已知条件先解答出未知数,再进行计算。注意许多新运算对交换律、结合律等这些运算定律不能应用。



1. 如果 $P※Q$ 表示 $\frac{P+Q}{2}$, 求 $3※(6※8)$?

2. 如果 $\frac{1}{2}△3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}△4 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}△2 = \frac{1}{7} \times \frac{1}{8}$, 那么

(1) $\frac{1}{2}△4 - \frac{1}{3}△4$

(2) 根据 $\frac{1}{n}△4 = \frac{1}{840}$, n 是多少?



3. 设 $a \ast b$ 表示 a 的 3 倍减去 b 的 2 倍, 即 $a \ast b = 3a - 2b$, 例如当 $a = 5, b = 6$ 时, $5 \ast 6 = 3 \times 5 - 2 \times 6 = 3$ 。

(1) 计算: $\left(\frac{5}{3} \ast \frac{4}{5}\right) \ast \frac{3}{4}$

(2) 已知 $x \ast (4 \ast 1) = 7$, 求 x 。



4. 规定, 符号“ $\bigcirc$ ”表示选择两数中较大数的运算, 如 $3.5 \bigcirc 2.9 = 2.9 \bigcirc 3.5 = 3.5$, 符号“ $\triangle$ ”表示选择两数中较小数的运算, 如 $3.5 \triangle 2.9 = 2.9 \triangle 3.5 = 2.9$ 。

计算:
$$\frac{\left(0.62 \triangle \frac{23}{33}\right) \times \left(\frac{155}{186} \bigcirc 0.4\right)}{\left(\frac{1}{3} \bigcirc 0.3\right) + \left(\frac{235}{104} \triangle 2.25\right)}$$

5. 有一种经过特殊处理的计算机, 将一个输入一块区域后会输出另一个数。A 区将输入的数加上 5; B 区将输入的数除以 2; C 区将输入的数减去 4; D 区将输入的数乘以 10。这些区域可以连接, 如果 A 区域后面连接 B 区域就写成 $A \cdot B$, 输入 1 后, 经过 $A \cdot B$, 显示 3。

(1) 输入 9, 经过 $A \cdot B \cdot C \cdot D$, 输出几?

(2) 经 $B \cdot D \cdot A \cdot C$, 输出的是 501, 输入的数是多少?

(3) 输入 10, 输出的还是 10, 用尽量少的区域该怎样连接?

分数大小的比较

在掌握相同分子或相同分母的分数大小比较的基础上,你如果再学习和掌握倒数比较、差数比较、乘积比较、中间数比较等方法进行大小的比较,会更加简便。



例1 试比较分数 $\frac{1234567890}{2345678901}$ 与分数 $\frac{1234565897}{2345676908}$ 的大小。

试一试

想一想 这两个分数的分子、分母的数字都很大,化成同分母或化成同分子进行比较都不太方便。(1) 可以用倒数法进行比较: $\frac{1234567890}{2345678901}$ 的倒数为 $\frac{2345678901}{1234567890} = 1 +$

$\frac{1111111011}{1234567890}$, $\frac{1234565897}{2345676908}$ 的倒数为 $\frac{2345676908}{1234565897} = 1 + \frac{1111111011}{1234565897}$, 因为 $\frac{1111111011}{1234567890} <$

$\frac{1111111011}{1234565897}$, 即 $\frac{2345678901}{1234567890} < \frac{2345676908}{1234565897}$, 根据倒数愈大,原分数愈小,可以得出

$\frac{1234567890}{2345678901} > \frac{1234565897}{2345676908}$ 。

(2) 可以用求差法进行比较。因为 $\frac{1234567890}{2345678901} = 1 - \frac{1111111011}{2345678901}$, $\frac{1234565897}{2345676908} = 1 -$

$\frac{1111111011}{2345676908}$, 被减数相同,减数大的差反而小,也可以得出结果。

看一看 $\frac{1234567890}{2345678901} > \frac{1234565897}{2345676908}$ 。

例2 比较分数的大小。(1) $\frac{218191}{654321}$ 和 $\frac{152347}{456789}$

(2) $\frac{21}{34}$ 和 $\frac{34}{55}$

试一试

想一想 (1) 本题可以用“倒数法”进行比较。这里介绍取中间数进行比较。因为这两个数都略大于 $\frac{1}{3}$, 可以借助于 $\frac{1}{3}$ 来比较大小: $\frac{218191}{654321} - \frac{1}{3} = \frac{84}{654321}$, $\frac{152347}{456789} - \frac{1}{3} = \frac{84}{456789}$,

因为 $\frac{84}{654321} < \frac{84}{456789}$, 所以 $\frac{218191}{654321} < \frac{152347}{456789}$ 。



同减一个 $\frac{1}{3}$ 数,而前一个差比较小,差小的原数也就小。

(2) 这道题可以根据通分的原理,用相乘法,即交叉相乘法可以得出分母相同来比较,哪个分子乘得的积大,分数就大。因为 $21 \times 55 = 1155 < 34 \times 34 = 1156$,所以 $\frac{21}{34} < \frac{34}{55}$ 。

看一看 (1) $\frac{218191}{654321} < \frac{152347}{456789}$, (2) $\frac{21}{34} < \frac{34}{55}$ 。

例3 在下面4个算式中,得数最大的算式是_____。

(1) $(\frac{1}{17} + \frac{1}{19}) \times 20$

(2) $(\frac{1}{24} + \frac{1}{29}) \times 30$

(3) $(\frac{1}{31} + \frac{1}{37}) \times 40$

(4) $(\frac{1}{41} + \frac{1}{47}) \times 50$

试一试

想一想 观察上面算式,可以先逐一用乘法分配律展开,把带分数拆成整数和分数两部分,然后转化成分子相等的式子,再进行比较。

(1) $(\frac{1}{17} + \frac{1}{19}) \times 20 = 2 + (\frac{3}{17} + \frac{1}{19}) = 2 + (\frac{9}{51} + \frac{3}{57})$

(2) $(\frac{1}{24} + \frac{1}{29}) \times 30 = 2 + (\frac{6}{24} + \frac{1}{29}) = 2 + (\frac{9}{36} + \frac{3}{87})$

(3) $(\frac{1}{31} + \frac{1}{37}) \times 40 = 2 + (\frac{9}{31} + \frac{3}{37}) = 2 + (\frac{9}{31} + \frac{3}{37})$

(4) $(\frac{1}{41} + \frac{1}{47}) \times 50 = 2 + (\frac{9}{41} + \frac{3}{47}) = 2 + (\frac{9}{47} + \frac{3}{47})$

从上面可以看出,分子相同,式中的分母31、37都最小,因而它的值最大。

看一看 得数最大的算式是(3)。



比较分数的大小,先要仔细观察每个分数的特点,根据不同的特点,合理选择不同的比较方法,达到灵活运用。



1. 比较下列各组数的大小。

(1) $\frac{15}{16}$ 和 $\frac{16}{17}$

(2) $\frac{1111}{11111}$ 和 $\frac{111}{1111}$