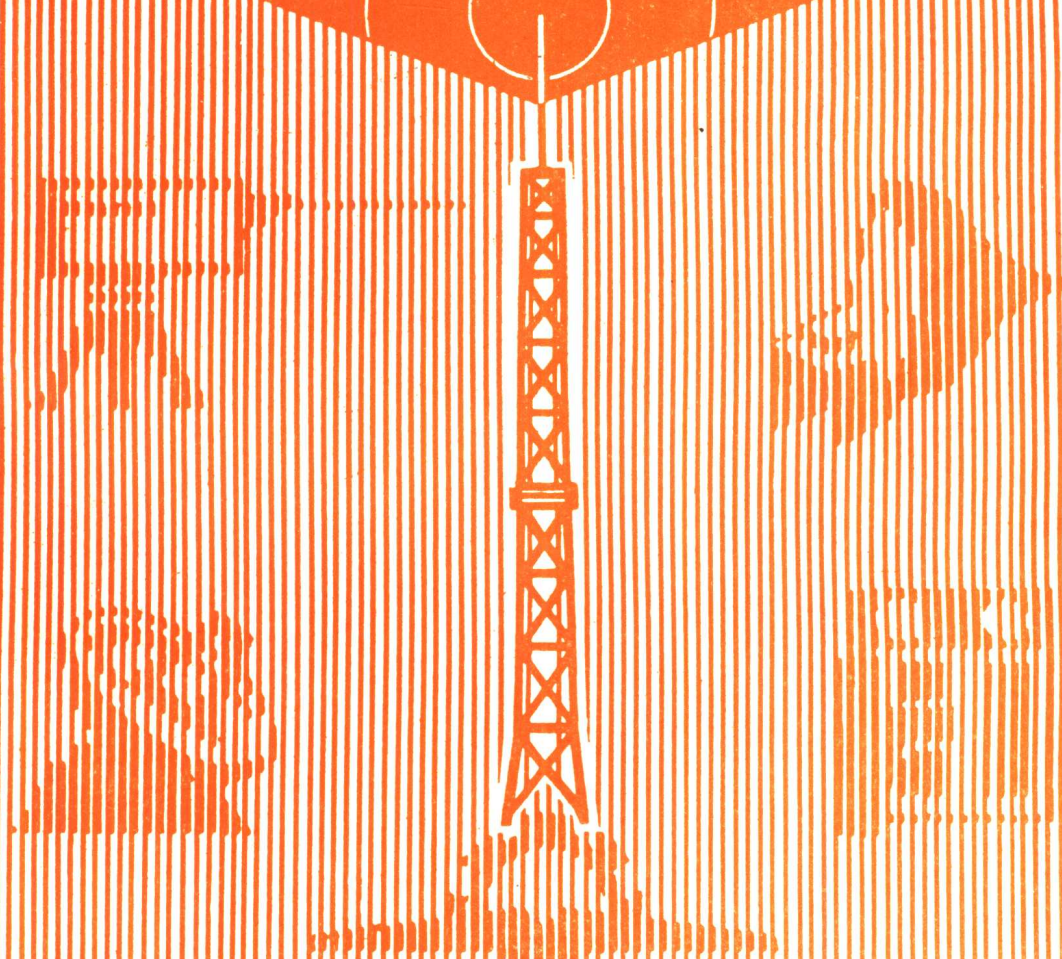


高等学校教材

锁相与频率合成技术

张冠百 编



电子工业出版社

锁相与频率合成技术

张冠百 编

电子工业出版社

内 容 简 介

本书讲述锁相与频率合成技术的工作原理及应用。在介绍锁相原理与性能的基础上,着重讨论数字频率合成技术原理,重点突出单环数字式频率合成器的性能及电路分析。对于频率合成新技术,如小数分频,锁相环大规模集成电路频率合成器,微计算机控制频率合成器等都作了详细的阐述。

本书供全国各类高校工科电子类专业师生作教科书使用,也可供从事通信、测量、遥控、遥测、雷达导航等方面的工程技术人员参考。

锁相与频率合成技术

张冠百 编

责任编辑 王昌喜

电子工业出版社出版(北京市万寿路)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

山东电子工业印刷厂印刷 (淄博市周村)

开本: 787×1092毫米 1/16 印张: 12.625 字数: 331千字

1990年8月第1版 1990年8月第1次印刷

印数: 1—2500册 定价: 2.70元

ISBN7-5053-0862-9/TN·303

出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我部承担了全国高等学校、中等专业学校工科电子类专业教材的编审、出版的组织工作。由于各有关院校及参与编审工作的广大教师共同努力，有关出版社的紧密配合，从1978年至1985年，已编审、出版了两轮教材，正在陆续供给高等学校和中等专业学校教学使用。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应“三个面向”的需要，贯彻“努力提高教材质量，逐步实现教材多样化，增加不同品种、不同层次、不同学术观点、不同风格、不同改革试验的教材”的精神，我部所属的七个高等学校教材编审委员会和两个中等专业学校教材编审委员会，在总结前两轮教材工作的基础上，结合教育形势的发展和教学改革的需要，制订了1986~1990年的“七五”（第三轮）教材编审出版规划。列入规划的教材、实验教材、教学参考书等近400种选题。这批教材的评选推荐和编写工作由各编委会直接组织进行。

这批教材的书稿，是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中经院校推荐，由编审委员会（小组）评选择优产生出来的。广大编审者、各编审委员会和有关出版社为保证教材的出版和提高教材的质量，作出了不懈的努力。

限于水平和经验，这批教材的编审、出版工作还会有缺点和不足之处，希望使用教材的单位，广大教师和同学积极提出批评建议，共同为不断提高工科电子类专业教材的质量而努力。

电子工业部教材办公室

前 言

本教材系按电子工业部制定的工科电子类专业教材1986~1990年编审出版规划,由无线电技术与信息系统教材编审委员会无线电通信编审小组组织征稿,评选,推荐出版的。

本教材由上海交通大学张冠百副教授编写,宋文涛教授担任统稿,东南大学邹家驊副教授担任主审,程时昕教授担任责任编辑。

本课程的参考时数为36~54学时,其主要内容为锁相与频率合成技术的工作原理与应用。全书共五章。第一章叙述了锁相环路基本原理与性能分析,讨论了锁相环路的工作原理和线性模型,锁相环路的线性性能分析,非线性性能分析和噪声性能分析。第二章介绍了频率合成器的工作原理与主要部件。讨论了频率合成的方法与数字锁相环中使用的数字鉴相器,压控振荡器和可变程序分频器的工作原理。第三章介绍数字频率合成技术,对单环和多环数字式频率合成器进行了分析比较,同时对小数分频频率合成器进行了较详细的阐述,并给出了具体的实用电路。最后介绍了数字频率合成器的工程设计方法与实例。第四章介绍了目前广泛使用的锁相环大规模集成电路频率合成器的工作原理与实际电路。讨论了微机控制频率合成器的控制原理与实例。第五章叙述了频率合成器的相位噪声。使用本教材时应注意:本教材授课时数为36~54学时(若选36学时,可省去标题前打星号部分的内容)。每章配有适量的例题、习题与思考题,以利于补充和巩固教学内容。应在讲授单元电路与频率合成器过程中安排实验或配备数字式频率合成器的综合实验,以便加强学生的基本技能训练。学习本课程的学生需要具备“电子线路”、“信号与系统”,“脉冲与数字逻辑电路”等技术基础课的知识。通过本课程的学习,使读者在锁相原理的基础上掌握频率合成技术的工作原理、频率合成器的组成、熟悉数字式频率合成器的分析和工程设计方法、了解锁相与频率合成技术在无线电通信领域中的应用。为今后进一步学习有关锁相与频率合成技术方面的理论打下基础。

参加本教材审阅工作的还有东南大学谢嘉奎教授,南京通信工程学院沈琪琪教授,都为本书提出许多宝贵意见,这里表示诚挚的感谢。

在本书编写过程中,曾得到许多同志的热情支持。书中有一些电路是编者的同事们提供的。在此谨向他们表示谢意。

由于编者水平有限,书中难免存在缺点和错误,殷切希望广大读者批评指正。

编 者 1989年11月

绪 言

锁相与频率合成技术在电子技术领域中得到了广泛的应用。

锁相技术是实现相位自动控制的一门科学。随着科学技术的发展和实际应用的需要，促进了人们对相位自动控制的研究。早在三百多年前就已提出了两个振荡器之间出现相位锁定的物理解释。早在三十年代，已建立了同步控制理论的基础。到四十年代，锁相技术第一次成功地应用于电视机水平扫描线的同步装置中。五十年代以来，特别是近代科学技术的发展，推动了锁相技术的发展和应。

锁相环路是一个实现相位自动锁定的控制系统。按输入信号要求可以分为恒定输入环路和随动输入环路。前者用于稳频、频率合成等系统；后者用于跟踪解调系统。

频率合成技术是将一个(或多个)基准频率信号变换为所需频率信号(一个或多个)的技术。在锁相环路中，利用一个高稳定性和高精度的晶体振荡器产生基准频率的输入信号，通过锁相环路的锁定技术，在输出端就可以得到成千上万个与晶体振荡器具有相同稳定性和精度的离散频率的信号。

频率合成器就是利用一个(或多个)高稳定性和高精度的基准频率信号获得不同频率信号的设备。这种频率信号同样具有高的频率稳定性和精度。频率合成器的应用日益广泛。在通信设备中，它可以作为发射机的激励信号源，也可以作为接收机的本地振荡器；在测试设备中，可单独作为标准信号源。

纵观频率合成技术的发展过程，频率合成的方法可以分成两大类：直接合成法和间接合成法。直接合成法是将一个(或多个)基准频率信号经过谐波发生器产生出各次谐波，再经过混频，分频，倍频，滤波等途径获得所需要的大量频率信号。间接合成法是将一个(或多个)基准频率信号通过相位锁定的办法获得合成的频率信号。

由于对频率合成器不断提出新的要求，加之集成电路技术的迅速发展，数字频率合成器得到了越来越广泛的应用。这种频率合成器属于间接合成法，它的特点是采用了数字技术，输出频谱纯和易于集成化。使用大规模集成电路后，具有功耗低、小型化的优点，是一种比较理想的标准信号源。目前，数字式频率合成器有两个发展方向：一是微机引入频率合成器，具有可编程序特点；另一是减小频率间隔，采用小数分频的数字频率合成器，可解决单环数字频率合成器中高鉴相频率与高频率分辨力之间的矛盾，使频率间隔可达到 μHz 的数量级。

锁相与频率合成技术是无线电技术中的一个较新的领域，在无线电技术的各个领域中都得到广泛的应用。例如在通信、雷达、电视、电子侦察、干扰与反干扰、宇宙航行、遥控遥测以及现代化的仪器仪表中都有应用。随着锁相环路集成度的提高，使得体积大大缩小、可靠性大大提高、组装调试方便、便于工厂生产和应用，从而使锁相与频率合成技术的应用更加普遍化。

目 录

绪 言

第一章 锁相环路的基本原理与性能分析 1

- § 1-1 锁相环路的工作原理和线性模型 1
 - § 1-1-1 锁相环路的基本原理 1
 - § 1-1-2 锁相环路的基本方程 2
 - § 1-1-3 锁相环路的线性模型 6
 - § 1-1-4 锁相环路的频率响应 11
- § 1-2 锁相环路的线性性能分析 15
 - § 1-2-1 稳态误差分析 15
 - § 1-2-2 稳定性分析 19
 - § 1-2-3 线性化锁相环的瞬态响应 23
- § 1-3 锁相环路的非线性性能分析 28
 - § 1-3-1 环路的同步与捕捉 29
 - § 1-3-2 具有正弦鉴相器的锁相环 31
 - * § 1-3-3 具有数字鉴相器的锁相环 36
- § 1-4 锁相环路的噪声性能分析 42
 - * § 1-4-1 随机相位噪声性质 42
 - § 1-4-2 环路的噪声抑制特性 45
- 习 题 49

第二章 频率合成器的工作原理与主要部件 51

- § 2-1 频率合成的方法及其工作原理 51
 - § 2-1-1 直接频率合成法 51
 - § 2-1-2 锁相频率合成法 52
 - * § 2-1-3 直接数字频率合成法 54
- § 2-2 数字鉴相器 57
 - § 2-2-1 门鉴相器 58
 - § 2-2-2 数字式鉴频鉴相器 60
- § 2-3 压控振荡器 70
 - § 2-3-1 集成负压控振荡器 70
 - § 2-3-2 射极定时压控振荡器 73
 - § 2-3-3 电流控制型压控振荡器 75
- § 2-4 可变程序分频器 77
 - § 2-4-1 可变程序分频器的工作原理 78
 - § 2-4-2 零读出法程序分频器 83
 - § 2-4-3 变模程序分频器 86
 - 93

第三章 数字频率合成技术	97
§ 3-1 频率合成器的主要性能指标	97
§ 3-2 单环数字式频率合成器	98
§ 3-2-1 环路相位数学模型	99
§ 3-2-2 环路性能讨论	100
§ 3-2-3 单环数字式频率合成器的类型	103
* § 3-3 多环数字式频率合成器	107
§ 3-3-1 双环数字式频率合成器	107
§ 3-3-2 三环数字式频率合成器	108
§ 3-4 小数分频频率合成器	110
§ 3-4-1 基本工作原理	110
§ 3-4-2 输出频谱的改善	111
* § 3-4-3 相位数学模型和电路介绍	113
§ 3-5 频率合成器的设计	116
§ 3-5-1 频率合成器的设计步骤	116
§ 3-5-2 设计实例	118
习题	120
第四章 集成频率合成器及其微机控制	122
§ 4-1 概述	122
§ 4-2 锁相环大规模集成电路频率合成器	123
§ 4-2-1 MC145156 主要特性	123
§ 4-2-2 MC145156/MC12015 频率合成器	126
§ 4-2-3 MC145146和MC145152 频率合成器应用实例	128
§ 4-3 单片微机控制的频率合成器	133
§ 4-3-1 8031单片微机对MC145156的控制原理	134
§ 4-3-2 8031单片微机控制MC145156的软件程序	135
§ 4-3-3 8031单片微机控制MC145152跳频频率合成器实例	137
* § 4-4 微处理器控制的频率合成器	142
* § 4-5 单片集成频率合成器	147
习题	150
附录4-1] 国内外典型的集成锁相电路简介	150
附录4-2 监控程序	156
第五章 频率合成器的相位噪声 !	158
§ 5-1 相位噪声的基本概念	158
§ 5-1-1 相位噪声功率谱密度	158
§ 5-1-2 相位噪声的四则运算	162
§ 5-2 频率合成器的寄生输出	163
§ 5-2-1 环路对杂散干扰的滤除能力	163
§ 5-2-2 减小杂散干扰输出的方法	167
§ 5-3 频率合成器的输出相位噪声	170
§ 5-3-1 频率合成器的噪声来源	170
§ 5-3-2 环路输出的噪声响应	177

§ 5-3-3 环路最佳参数的选择	178
* § 5-4 频率合成器的短期频率稳定度	182
§ 5-4-1 短期频率稳定度的时域表征	182
§ 5-4-2 短期频率稳定度的频域表征	184
§ 5-4-3 频域表征与时域表征的关系	185
* § 5-5 频率合成器的相位噪声测量	187
习 题	190
参考文献	192

第一章 锁相环路的基本原理 与性能分析

锁相环路的用途极广，种类繁多，形式也多种多样。在锁相频率合成器中，锁相环路具有稳频作用，能完成频率信号的加、减、乘、除等运算，可以作为频率相加（减）器、倍频器、分频器等使用，使用一块晶体即可产生高稳定性和高精度的大量离散频率的信号。锁相环路不仅能完成频率合成的任务，而且还具有优良的滤波性能，这种滤波性能不仅可以得到很窄的通频带，而且其中心频率又可改变，这些为普通滤波器所不能。因而，在频率合成技术领域内，锁相环路已得到了广泛的应用。本章将介绍锁相环路的基本原理与性能。首先阐述锁相环路的工作原理，随后对环路的线性性能、非线性性能以及噪声性能进行分析，作为以后各章理论分析的基础。

§ 1-1 锁相环路的工作原理和线性模型

锁相环路是实现相位自动锁定的控制系统。为了掌握环路的工作原理，理解环路工作的物理现象，首先讨论环路的基本原理，然后导出描述环路的基本方程，最后阐述环路的线性模型。

§ 1-1-1 锁相环路的基本原理

一、锁相环路的跟踪原理

锁相环路通常由鉴相器(Phase Detector简称PD)，环路滤波器(Loop Filter简称LF)，压控振荡器(Voltage Control Oscillator简称VCO)所组成，如图1-1所示。图中鉴相器又称相位比较器，它对输入信号 $v_i(t)$ 与压控振荡器输出信号 $v_o(t)$ 的相位进行比较，产生误差电压 $v_d(t)$ ；环路滤波器的作用是滤除误差电压 $v_d(t)$ 的高频成分和噪声，并且能改善锁相环路的噪声性能；压控振荡器的振荡频率将受环路滤波器输出电压控制。在锁相环路正常工作时，输出信号的频率与输入信号的频率相等，即 $f_o = f_i$ 。

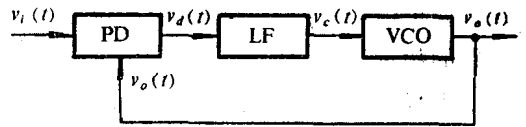


图1-1 锁相环路方框图

锁相环路的跟踪原理可简述如下：当环路无信号输入时，压控振荡器工作在“自由振荡”状态，其振荡频率为 f'_o ；如果环路得到输入信号，鉴相器将对输入信号和压控振荡器输出信号的相位进行比较，产生误差电压，该误差电压经过环路滤波器滤波后，控制压控振荡器的振荡频率和相位，使两个信号的频率和相位差减小。如果输入信号的频率 f_i 与 f'_o 十分相近，那末锁相环路的反馈特性会使压控振荡器输出信号与输入信号同步

或“锁定”，此时，压控振荡器的输出信号频率等于输入信号频率，并且相位差为常数。一旦入锁之后，由于环路具有自动控制作用，将使压控振荡器的输出信号频率“跟踪”输入信号频率。

二、锁相环路的稳频原理

图1-1中，若输入为基准信号 $v_r(t)$ ，压控振荡器输出信号的频率 f_o 将自动地向基准频率 f_r 靠拢，当达到锁定时， $f_o = f_r$ 。环路入锁后，两信号频率相等，且保持一定的相位差，该相位差又维持着两信号的同步，使输出信号频率稳定。

单环数字式频率合成器的方框图如图1-2所示。图中除鉴相器，环路滤波器和压控振荡器部件外，还包含可变程序分频器(+N)部件。该频率合成器利用高稳定性和高精

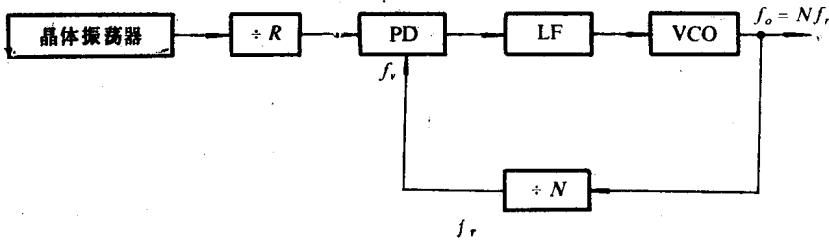


图1-2 单环数字频率合成器方框图

度的晶体振荡器作为标准频率输入，通过锁相环路的锁定技术，可在输出端得到成千上万个与晶体振荡器同样精确度和稳定度的离散频率的信号。可见，频率合成器环路就是由基本锁相环路增加可变程序分频器所组成的。因此，下面从基本锁相环路入手，进行讨论。

§ 1-1-2 锁相环路的基本方程

如前所述，锁相环路是一个反馈系统，由鉴相器、环路滤波器和压控振荡器三部分组成。为了进一步了解锁相环路在频率合成器中的重要作用，需要导出稳频环路的相位数学模型和基本方程。

在两个信号频率保持相等的情况下，两者之间的相位差方能保持不变；反之，如果保证两个信号之间具有恒定的相位差，也保证了两个信号的频率相等。此点是理解锁相环路的物理基础。

假设输入基准信号 $v_r(t)$ 为

$$v_r(t) = V_r \sin[\omega_r t + \theta_r(t)] \quad (1-1)$$

式中， V_r 为输入基准信号的振幅；

ω_r 为输入基准信号的角频率；

$\theta_r(t)$ 为输入基准信号以其载波相位 $\omega_r t$ 为参考的瞬时相位。

压控振荡器输出信号 $v_o(t)$ 为

$$v_o(t) = V_o \sin[\omega_o t + \theta_o(t)] \quad (1-2)$$

式中， V_o 为压控振荡器输出信号的振幅；

ω_o 为压控振荡器固有角频率；

$\theta_o(t)$ 为压控振荡器输出信号以其固有振荡相位 $\omega_o t$ 为参考的瞬时相位。

一般情况下，两个信号的频率是不相同的。但是，只有在相同频率情况下，相位比较才有意义。所以为了适应鉴相器进行同频比相的需要，现统一以压控振荡器固有振荡相位 $\omega_o t$ 为参考，故需重新定义 $v_r(t)$ 的瞬时相位。现将输入基准信号瞬时相位改写为

$$[\omega_r t + \theta_r(t)] = \omega_o t + [(\omega_r - \omega_o)t + \theta_r(t)] = \omega_o t + \theta_1(t) \quad (1-3)$$

式中 $\theta_1(t)$ 为

$$\theta_1(t) = (\omega_r - \omega_o)t + \theta_r(t) = \Delta\omega_o t + \theta_r(t) \quad (1-4)$$

是以 $\omega_o t$ 为参考的输入基准信号的瞬时相位。根据以上重新定义的瞬时相位， $v_r(t)$ 可以写为

$$v_r(t) = V_r \sin[\omega_o t + \theta_1(t)] \quad (1-5)$$

$$\text{令} \quad \theta_e(t) = \theta_1(t) - \theta_o(t) = \Delta\omega_o t + \theta_r(t) - \theta_o(t) \quad (1-6)$$

式中， $\theta_e(t)$ 为输入基准信号与压控振荡器输出信号的瞬时相位差。

鉴相器作为锁相环路的相位比较装置，它的任务是对两个输入信号进行相位比较。当环路锁定时，鉴相器的输出为直流电压。鉴相器输出电压 $v_d(t)$ 与两个输入信号的相位差 $\theta_e(t)$ 的关系称为鉴相特性，其特性曲线与鉴相器的电路形式及参数有关。

正弦鉴相器的鉴相特性为

$$v_d(t) = K_d \sin\theta_e(t) \quad (1-7)$$

特性曲线如图1-3所示。

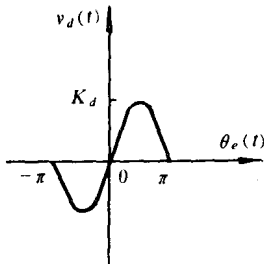


图1-3 正弦鉴相特性

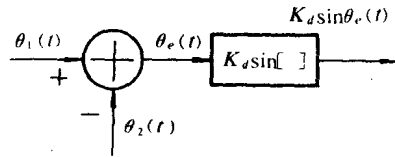


图1-4 正弦鉴相器的功能模型

上述鉴相器的功能可以分解为两个作用，首先是相位相减作用，即取得两个输入信号之间的相位差；其次将相位差转换为误差电压输出，所以它是相位差转换为电压的装置。由此可以作出正弦鉴相器的功能模型如图1-4所示。

环路滤波器是线性电路，由线性元件电阻、电容或运算放大器组成。这种线性电路输出电压 $v_o(t)$ 与输入电压 $v_d(t)$ 关系，可用常系数线性微分方程式表示，若不考虑电路的扰动，可用传递函数将输出与输入信号的拉氏变换联系起来。

设环路滤波器的传递函数为 $F(s)$ ，则

$$V_o(s) = F(s)V_d(s) \quad (1-8)$$

也可使用微分算子 p 。由于不考虑初始扰动，传递函数中拉氏算子与微分方程中微分符号 d/dt 应一一对应，将 $F(s)$ 中 s 用 p 代替之后， $F(p)$ 表示运动方程式：

$$F(p) = \frac{\sum_{i=0}^n b_i \frac{d^i}{dt^i}}{\sum_{i=0}^m a_i \frac{d^i}{dt^i}} \quad (1-9)$$

式中 $d'/dt' = p'$ 、 $d''/dt'' = p''$ 且 $d^0/dt^0 = 1$ 。

因此，使用算子 p 之后，输出与输入信号关系的时域方程为

$$v_o(t) = F(p)v_d(t) \quad (1-10)$$

图1-5为环路滤波器的功能模型。

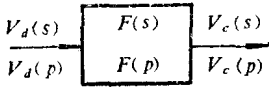


图1-5 环路滤波器的功能模型

这里指出一点，在以下分析中，严格地说：凡是在原函数(时域)方程中各种传递函数的自变量要用 p (微分算子)；在象函数(复频域)方程中要用 s (拉氏算子)，但本教材为了书写和运用方便起见，

它们可以统一使用，即 $F(s) = F(p)|_{p=s}$ 或 $F(j\omega) = F(p)|_{p=j\omega}$ ，这样可避免符号方面变化而引起的混乱。

压控振荡器是一种电压-频率变换器。在锁相环路中，压控振荡器振荡信号的频率受滤波器输出电压 $v_c(t)$ 的控制，而其输出信号的相位随环路输入信号相位变化而变化，从而保持相位跟踪。

压控振荡器的控制特性可以用其瞬时角频率 $\omega_o(t)$ 与控制电压 $v_c(t)$ 之间的关系表示。若取特性线性区域的中心为静态工作点，该点对应于固有振荡角频率，并以此作为坐标原点，所得 $\omega_o(t) \sim v_c(t)$ 关系曲线如图1-6所示。

在线性范围内，压控振荡器的控制特性方程为

$$\omega_o(t) = \omega'_o + K_o v_c(t) \quad (1-11)$$

式中 K_o 是压控振荡器控制特性的斜率，为单位控制电压作用下，压控振荡器角频率的变化值，又称为压控灵敏度，单位为 $\text{rad/s} \cdot \text{V}$ 。

因此压控振荡器的瞬时相位可由式(1-11)的积分求得

$$\int_0^t \omega_o(t) dt = \omega'_o t + K_o \int_0^t v_c(t) dt = \omega'_o t + \theta_o(t) \quad (1-12)$$

为了与式(1-3)相对应，令 $\theta_i(t) = \theta_o(t)$

可得以 $\omega'_o t$ 为参考的瞬时相位为

$$\theta_i(t) = K_o \int_0^t v_c(t) dt \quad (1-13)$$

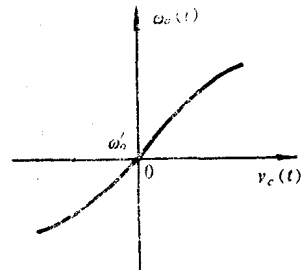


图1-6 压控振荡器的控制特性

由此可见，压控振荡器在锁相环路中具有一次积分作用，为了分析方便，用微分算子 p 表示微分符号 d/dt 。则式(1-13)可写为

$$\theta_i(t) = K_o \frac{v_c(t)}{p} \quad (1-14)$$

因此压控振荡器的功能模型如图1-7所示。将图1-4、图1-5、图1-7的三个基本环路部件的功能模型，按照图1-1的组成连接起来，即为稳频环路的相位数学模型如图1-8所示。

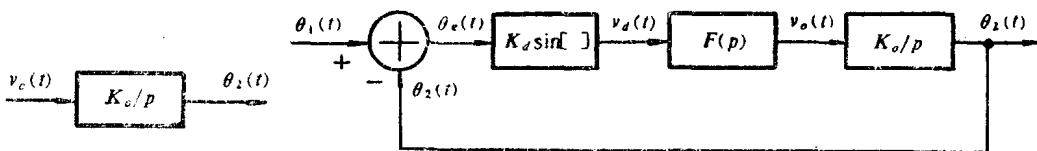


图1-7 压控振荡器的功能模型

图1-8 锁相环路的相位数学模型

由图1-8可见, 稳频环路的输入量是输入基准信号的相位 $\theta_1(t)$, 输出量是压控振荡器的输出相位 $\theta_2(t)$ 。因为输出相位直接加到鉴相器进行相位比较, 所以环路为单位反馈系统。图1-8明确地表示了环路相位的反馈调节关系, 故称为环路相位数学模型。

根据图1-8, 结合基本部件的数学关系式(1-7), (1-16), (1-14)可得环路的瞬时相差表示式

$$\theta_e(t) = \theta_1(t) - \theta_2(t) = \theta_1(t) - K_o \frac{v_o(t)}{p} = \theta_1(t) - \frac{1}{p} K_o K_d F(p) \sin \theta_e(t) \quad (1-15)$$

式(1-15)为稳频环路以相位形式表示的环路微分方程。若将式(1-15)两边对 t 求导数并移项, 则得到

$$p\theta_e(t) + K_o K_d F(p) \sin \theta_e(t) = p\theta_1(t) \quad (1-16)$$

式(1-16)是以角频率形式表示的环路微分方程, 它概括了环路动态工作时各频率之间的平衡关系, 为分析方便, 假定输入基准信号 $v_r(t) = V_r \sin(\omega_r t + \theta_{r_0})$ 是频率和相位均不变化的正弦信号, 即 ω_r 与 θ_{r_0} 均为不随时间变化, 根据式(1-4)可得输入相位为

$$\theta_1(t) = (\omega_r - \omega_o)t + \theta_{r_0} \quad (1-17)$$

式(1-17)两边对 t 求导数, 则有

$$p\theta_1(t) = \omega_r - \omega_o = \Delta\omega_o \quad (1-18)$$

式中 $\Delta\omega_o = \omega_r - \omega_o$ 为输入基准信号角频率与压控振荡器固有角频率之差, 称为固有角频差。将式(1-18)代入环路方程式(1-16), 可得

$$p\theta_e(t) + K_o K_d F(p) \sin \theta_e = \Delta\omega_o \quad (1-19)$$

式(1-19)左边第一项是瞬时相位 $\theta_e(t)$ 对时间的导数, 代表环路的瞬时角频差, 即 $\Delta\omega_e = p\theta_e(t)$; 第二项是环路闭环后压控振荡器受控制电压作用产生的角频率变化 $\omega_o - \omega'_o$, 称之为控制角频差, 即 $\Delta\omega_v = K_o K_d F(p) \sin \theta_e$ 。根据以上分析可得

$$\Delta\omega_e + \Delta\omega_v = \Delta\omega_o \quad (1-20)$$

式(1-20)描述了环路的动态频率平衡关系。在环路闭环后的任何时间 t , 环路瞬时角频差 $\Delta\omega_e$ 与控制角频差 $\Delta\omega_v$ 之和等于环路的固有角频差 $\Delta\omega_o$ 。当环路相位锁定时, $\Delta\omega_e = 0$, 则 $\Delta\omega_v = \Delta\omega_o$, 即环路的控制角频差 $\Delta\omega_v$ 等于环路的固有角频差 $\Delta\omega_o$ 。事实上, 由于鉴相器在固定相位差信号作用下, 输出直流误差电压使压控振荡器的固有角频率 ω_o 变为 ω_r , 因此得到该控制角频差。所以, 环路维持锁定的必要条件是环路鉴相器两输入信号之间存在恒定的相位差。

由上述分析, 需要强调指出:

(1) 图1-1不同于图1-8, 前者只说明环路组成的方框图, 后者是描述环路相位关系的相位数学模型。而相位数学模型图1-8及其对应的基本方程式(1-15), 只给出了环路输出瞬时相位 $\theta_2(t)$ 与输入瞬时相位 $\theta_1(t)$ 之间关系, 而不是输出电压 $v_o(t)$ 与输入电压 $v_r(t)$ 之间的关系。由于锁相环路是传递相位的闭环系统, 只要研究相位数学模型或它的基本方程就可以获得环路的完整性能。以后所要讨论的环路各种性能, 均相对于输入信号的相位 $\theta_1(t)$, 并不考虑输入信号的电压值。这一点务必请读者注意。

(2) 环路微分方程 $p\theta_e(t) = p\theta_1(t) - K_o K_d F(p) \sin \theta_e$ 是非线性微分方程。非线性特性主要来源于鉴相器, 鉴相特性 $\sin \theta_e(t)$ 是非线性函数。方程式(1-15)的阶数取决于

$F(p)/p$ 的阶数,即取决于滤波器传递函数 $F(p)$ 的阶数加1,因为压控振荡器等效为一阶理想积分器,即方程阶数为 n 阶,环路滤波器应是 $(n-1)$ 阶。求解这个微分方程可以确定环路工作的全部性能。但是目前只有一阶环路可通过解析法求解,而二阶或二阶以上的环路只能针对具体情况进行近似处理。

(3) 锁相环在同步状态下,由于相位误差较小,可以近似地将环路看作线性系统。这样,研究环路的性能时,可将环路当作线性系统分析。为便于后面各节的内容展开,下面首先阐述锁相环路的线性模型。

§ 1-1-3 锁相环路的线性模型

在锁相环路中,虽然压控振荡器,直流放大器等也可能出现非线性,但只要进行合理设计,保证环路工作在线性范围内,可认为它们是线性部件。当鉴相器两个输入信号间的相位差是很小时,锁相环亦可看作线性系统。这时,鉴相器输出电压是其输入信号间相位差的线性函数,即

$$v_d(t) = K_d \theta_e(t) \quad (1-21)$$

考虑到式(1-21),式(1-10)和式(1-14)可得到线性化环路微分方程

$$\theta_e(t) = \theta_1(t) - \frac{K_d K_o F(p)}{p} \theta_e(t) \quad (1-22)$$

或
$$p\theta_e(t) = p\theta_1(t) - K_d K_o F(p)\theta_e(t) \quad (1-23)$$

线性化环路相位数学模型如图1-9所示,它与图1-8的区别在于原鉴相器方框图中的 $K_d \sin(\cdot)$ 用 K_d 代替。

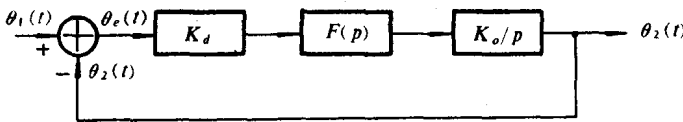


图1-9 线性化环路的相位模型

将式(1-23)变换为复频域形式,则与其对应的象函数方程为

$$\Theta_e(p) = \Theta_1(p) - \frac{K_d K_o F(p)}{p} \Theta_e(p) \quad (1-24)$$

式中 $\Theta_e(p)$, $\Theta_1(p)$ 分别为 $\theta_e(t)$, $\theta_1(t)$ 的拉氏变换式。

由于(1-24)可得复频域形式表示的锁相环线性化相位数学模型,如图1-10所示。

相位传递函数定义为输出信号相位的拉氏变换与输入信号相位的拉氏变换之比。

根据线性化环路的相位数学模型,可写出各种传递函数。

(1) 环路开环传递函数(或称开环增益系数)为

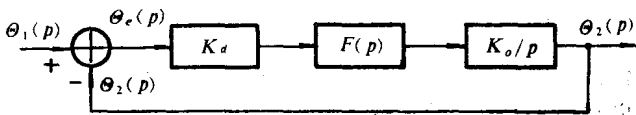


图1-10 频域形式的线性化环路的相位数学模型

$$G(p) = \left[\frac{\Theta_2(p)}{\Theta_1(p)} \right]_{\#} = \frac{\Theta_2(p)}{\Theta_e(p)} = \frac{K_d K_o F(p)}{p} \quad (1-25)$$

由此可见 $G(p)$ 就是在环路反馈支路断开时，环路中串联环节的总传递函数（总增益）。

(2) 环路闭环传递函数

$$H(p) = \frac{\Theta_2(p)}{\Theta_1(p)} = \frac{\Theta_2(p)}{\Theta_0(p) + \Theta_2(p)} = \frac{G(p)}{1 + G(p)} = \frac{K_d K_o F(p)}{p + K_d K_o F(p)} \quad (1-26)$$

(c) 误差传递函数

$$E(p) = \frac{\Theta_0(p)}{\Theta_1(p)} = \frac{\Theta_1(p) - \Theta_2(p)}{\Theta_1(p)} = 1 - H(p) = \frac{1}{1 + G(p)} = \frac{p}{p + K_d K_o F(p)} \quad (1-27)$$

以上是根据单位反馈的基本锁相环导出的各种传递函数，大多数锁相环路属于单位反馈系统。但是在某些锁相环中，如倍频锁相环，频率合成器锁相环其反馈支路增益不为1，即为非单位反馈系统。

由式(1-25)至式(1-27)可见，各传递函数的性质取决于环路滤波器的形式。下面通过对各种不同的环路滤波器传递函数 $F(p)$ 导出相应的实际环路传递函数。

(1) 具有 $F(p) = 1$ 的一阶环

一阶环是指鉴相器和压控振荡器直接连接的环路。

将 $F(p) = 1$ 代入式(1-25)至式(1-27)，可得各传递函数，并以“0”下标表示

$$G_0(p) = \frac{K_d K_o}{p} \quad (1-28)$$

$$H_0(p) = \frac{K_d K_o}{p + K_d K_o} \quad (1-29)$$

$$E_0(p) = \frac{p}{p + K_d K_o} \quad (1-30)$$

从以上三式可看出，由于滤波器阶数为零，此环路各传递函数的分母中 p 的最高幂次为1。

(2) 具有 $F_1(p) = 1/(1 + \tau p)$ 的二阶环

此二阶环是指采用RC积分滤波器的环路，RC积分滤波器电路原理图如图1-11所示。它的传递函数为

$$F_1(p) = \frac{V_c(p)}{V_d(p)} = \frac{\frac{1}{pC}}{R + \frac{1}{pC}} = \frac{1}{1 + p\tau} \quad (1-31)$$

式中 $\tau = RC$ 为滤波器的时间常数。

将 $F_1(p)$ 之值代入式(1-25)至式(1-27)得

$$G_1(p) = \frac{K_d K_o}{\tau} \frac{1}{p^2 + \frac{p}{\tau}} \quad (1-32)$$

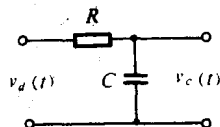


图1-11 RC积分滤波器

$$H_1(p) = \frac{K_d K_o}{p^2 + \frac{p}{\tau} + \frac{K_d K_o}{\tau}} \quad (1-33)$$

$$E_1(p) = \frac{p^2 + \frac{p}{\tau}}{p^2 + \frac{p}{\tau} + \frac{K_d K_o}{\tau}} \quad (1-34)$$

(3) 具有 $F_2(p) = (1 + p\tau_2)/(1 + p\tau_1)$ 的二阶环

此二阶环是指采用无源比例积分滤波器的环路，无源比例积分滤波器电路原理图如图1-12所示。

此种滤波器的传递函数为

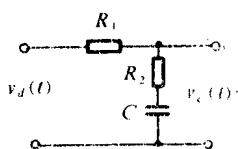


图1-12 无源比例积分滤波器

$$F_2(p) = \frac{V_c(p)}{V_d(p)} = \frac{R_2 + \frac{1}{pC}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{pC}} = \frac{1 + pR_2C}{1 + p(R_1 + R_2)C}$$

$$= \frac{1 + p\tau_2}{1 + p\tau_1} \quad (1-35)$$

式中的时间常数为

$$\tau_2 = R_2 C \quad (1-36)$$

$$\tau_1 = (R_1 + R_2) C \quad (1-37)$$

将 $F_2(p)$ 表示式代入式(1-25)至式(1-27)得

$$G_2(p) = \frac{K_d K_o (1 + p\tau_2)}{p^2 \tau_1 + p} \quad (1-38)$$

$$H_2(p) = \frac{K_d K_o (1 + p\tau_2)}{p^2 \tau_1 + p(1 + K_d K_o \tau_2) + K_d K_o} \quad (1-39)$$

$$E_2(p) = \frac{p^2 \tau_1 + p}{p^2 \tau_1 + p(1 + K_d K_o \tau_2) + K_d K_o} \quad (1-40)$$

(4) 具有 $F_3(p) = (1 + p\tau_2)/(p\tau_1)$ 的二阶环

此二阶环是采用理想积分滤波器的环路。首先分析有源比例积分滤波器的传递函数。

有源比例积分滤波器的电路如图1-13所示。这种滤波器实际上是一种具有负反馈的高增益直流放大器。 R_2 , C 为反馈支路元件, A 为无反馈时, 直流运算放大器的增益, 由于其反馈系数随频率变化, $\omega = 0$ 时, 反馈支路阻抗为 ∞ , 即无反馈作用。当 ω 增加时, 反馈支路阻抗迅速下降, 负反馈作用迅速增加, 使输出电压 $v_c(t)$ 急剧下降。

这就起到了低通滤波器的作用。其特点是在通带范围内具有较强的放大能力。为了分析简便起见, 假设此直流运算放大器的输入阻抗为无穷大, 输出阻抗为零。

为了求得传递函数, 首先根据基尔霍夫定律写出方程

$$I_1(p) + I_2(p) = 0 \quad (1-41)$$

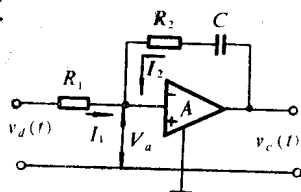


图1-13 有源比例积分滤波器