新课标中考专项夺标

中考数学解题法揭秘

中考数学研究组　组编

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

中考数学解题法揭秘

◎中考数学研究组 组编

◎编委 马茂年 王小海 王旭斌 王 新
朱进初 张金良 陈永华 陈 伟
林健鸿 郑姬铭 俞 昕 袁小容
倪志香 徐小明 韩国梁 谢丙秋

浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

中考数学解题法揭秘/中考数学研究组组编. —杭州：浙江大学出版社，2006.6
ISBN 7-308-04694-X

Ⅰ.中... Ⅱ.中 Ⅲ.数学课-初中-解题-升学参考资料 Ⅳ.G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 029154 号

责任编辑 黄兆宁
出版发行 浙江大学出版社
(杭州浙大路 38 号 邮政编码 310027)
(E-mail：zupress@mail.hz.zj.cn)
(网址：http://www.zjupress.com)
排　　版 杭州大漠照排印刷有限公司
印　　刷 富阳市育才印刷有限公司
开　　本 787mm×960mm 1/16
印　　张 8.75
字　　数 180 千字
版 印 次 2006 年 6 月第 1 版 2006 年 7 月第 2 次
书　　号 ISBN 7-308-04694-X/G・1056
定　　价 11.00 元

编写说明

初中新课程改革在全国已全面铺开，随之而来的中考(有的地方称为学业考试)必然有所调整。从全国实验区中考的情况来看，无论是考试的目标、要求，还是试题的设计都焕然一新，充分体现了新课程改革的精神。为帮助广大初中毕业生了解新的中考、适应新的中考、备战新的中考，我们邀请了全国知名的特级教师编写一套新课程标准中考专项夺标丛书。丛书包括《中考数学新颖题解读》、《中考数学解题法揭秘》、《中考数学选择题突破》、《中考数学填空题巧解》、《中考数学中档题攻略》、《中考数学综合题透析》、《中考数学展望与对策》七个分册。

丛书各分册密切配合新中考的要求，分专题解读新课标中考。丛书不局限于某个版本的新课程标准教材，而是按新课程标准和新中考要求构建知识体系。例题的设计注重典型性、新颖性、指导性和示范性，引导学生发现问题，培养学生认知能力和学习能力，教会学生学习；从不同的角度，通过变式原理创设能力测试和适应性试题，着力培养学生分析问题、解决问题的能力；通过设置开放性、探究性问题，激发学生的探索热情，培养学生的创新意识和创新能力。

鉴于我们的水平有限，书中难免有些纰漏，敬请各位读者批评指正。

2006 年 6 月于杭州

目 录

第1招法 理解概念 寻找条件

解题方法梳理

审题是解题的第一步，通过审题去发现思路，制订解题方案，方能减少那种抠题型、对套路的做法，从而有效地培养解题能力．所以，审题又是解题的关键一步，必须高度重视．正确审题，需要抓好以下几个方面．

典型例题透视

1．反复审题，才能动笔

在解数学题时，首先必须认真看题，反复审题．真正把题目的已知条件、最终目的，搞得明明白白，努力把已知条件转化到数学概念、公式、定理的应用上，这是解题的第一步．

但是，有些同学在解题时，连题目条件还没有看清，就凭主观想象动手去解题．有的甚至连已知条件都丢了，仍然还在埋头瞎做，试想，这怎能不碰壁呢？

如列方程解应用题，这是大家学习中的一个难点，突破这一难点的首要一条就是反复看题，认真审题，真正做到正确领会题意，准确地对题中各有关量进行转化，用代数式表示出它们，然后根据题中未用过的直接等量关系或间接等量关系布列方程．

对于有些应用题，既可列一元一次方程来求解，也可列二元一次方程组来求解．但通常是用后一种方法设未知数、列方程比较容易，而用前一种方法较费思考．通过对问题的分析，抓住问题中的相等关系，直接设出未知数，把文字语言转化为数学式子．对未知数的选择，一般是求什么就设什么．

例1 （希腊古题）传说希腊数学家丢番图的墓碑文是一道数学题，上面刻着："他的童年占去一生的$\frac{1}{6}$；接着$\frac{1}{12}$是少年时期；又过了$\frac{1}{7}$的时光，他结婚了；5年以后，上帝赐予他一个儿子，可儿子命运不济，只活到父亲岁数的一半，就匆匆离去；4年后，他也因悲伤而离开了人世．"问丢番图活了多少岁？

分析 用变量x表示丢番图的岁数，则童年可表示为$\frac{1}{6}x$，少年时期为$\frac{x}{12}$，$\frac{1}{7}x$后结婚，儿子的年龄是$0.5x$，由此能得出等量关系．

解析 设丢番图活了x岁，依据题意得：

$\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}x+\frac{1}{7}x+5+\frac{1}{2}x+4=x$.

去分母，得：$14x+7x+12x+420+42x+336=84x$.

移项，合并同类项得：$9x=756$，即有 $x=84$.

答：丢番图活了 84 岁.

说明　按照列方程解应用题的步骤，找出等量关系，运用未知数表示数量，建立方程，然后求解方程，即解出应用题.

如果直接设未知数法不易求解，这时可以把不要求出的某个量设为未知数，从而使求解更为方便，虽然求出的未知数不是要求的未知量，但求出此量后，要求的量便容易求出. 例如：

例 2　从家里骑摩托车到火车站，如果每小时行驶 30km，那么比火车开车时间早到 15min；若每小时行驶 18km，则比火车开车时间迟到 15min. 现打算在火车开车前 10min 到达火车站，问骑车的速度应该是多少？

分析　若设骑摩托车的速度为 $x$km/h，此时列方程则比较困难. 但若设从家里到火车站的路程为 $x$km，则可较容易找出等量关系，从而列出方程.

解析　设从家里到火车站的路程为 $y$km，根据题意得：

$\frac{y}{30}+\frac{15}{60}=\frac{y}{18}-\frac{15}{60}$，解之得 $y=\frac{45}{2}$.

所以骑摩托车的速度：$\dfrac{y}{\frac{y}{30}+\frac{15}{60}-\frac{10}{60}}=\dfrac{\frac{45}{2}}{\frac{\frac{45}{2}}{30}+\frac{15}{60}-\frac{10}{60}}=27$.

答：骑摩托车的速度为 27km/h.

说明　当速度变化时，不易找到等量关系，此时引入路程这一不变量作为未知数，可以较易找出题目中的等量关系.

对于比较复杂的问题，如果仅设直接未知数和间接未知数都很难列出方程，此时要合理地设出辅助未知数，才能按照题意列出方程. 例如：

例 3　某人从甲地到乙地，甲、乙两地之间有定时的公共汽车往返，且两地发车的间隔都相等，他发现每隔 6min 开过来一辆去甲地的公共汽车，每隔 12min 开过来一辆去乙地的公共汽车，问公共汽车每隔几分钟从各自的始发站发车？(假设公共汽车速度相同)

分析　直接设所隔时间为 x min，不易建立方程，故设辅助未知数两公共汽车间的距离为 s km，则可用 $\frac{s}{t}$ 表示汽车的速度.

解析 设同向相邻汽车间的距离为 s km，时间为 t min，则汽车的速度为 $\frac{s}{t}$，根据题意，得

$\frac{s}{6}-\frac{s}{t}=\frac{s}{t}-\frac{s}{12}$，解之得 $t=8$.

答：公共汽车每隔 8min 从各自的始发站发车.

说明 在上例解题中，引入了距离 s 这个中间变量，来帮助建立方程.从而比较容易地找到等量关系.

2. 紧扣条件，展开思路

条件是未知与已知间转化的因素. 解题时必须从始到终紧扣已知条件，这样才能顺利地得到解答. 如果离开已知条件去考虑问题，必将四处碰壁，陷入困境.

例 4 已知：AD 是$\triangle ABC$ 的边 BC 上的中线，$AD>\frac{1}{2}BC$，DE、DF 分别为$\angle ADB$、$\angle ADC$ 的平分线，交 AB 于 E、AC 于 F，求证：$EF<BE+CF$.

分析 $AD>\frac{1}{2}BC$，这只是题中不显眼的小条件，但这意味着我们可以在 AD 上截取一段使它等于$\frac{1}{2}BC$，以此为线索，可得以下证法.

证明 如图所示，因为 $AD>\frac{1}{2}BC$，

所以在 DA 上取点 H，使 $DH=BD$.

又因为 DE 为 $\angle ADB$ 的平分线，

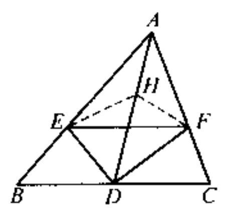
所以有 $\angle BDE=\angle ADE$，$DE=DE$.

即得 $\triangle BDE\cong\triangle HDE$(SAS).

所以 $EH=BE$. 同理可证，$FH=CF$.

又 $EF<EH+FH$，

故有 $EF<BE+CF$.



(例 4 题图)

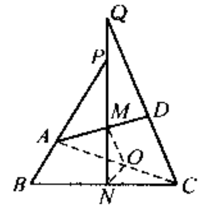
说明 此例说明紧扣了条件，解题思路就会来得很自然.

平移法是几何题中添加辅助线的基本思路和常用方法，我们把分散的角移动到一个新的三角形中去，使其集中，问题就迎刃而解了. 因此，我们在分析图形特点的同时，掌握恰当的添加辅助线的方法，对于提高解题能力无疑是十分重要的.

例 5 如图所示，在四边形 $ABCD$ 中，$AB<CD$，M、N 分别为 AD、BC 的中点，MN 的延长线与 BA、CD 的延长线分别交于 P、Q，求证：$\angle BPN>\angle CQN$.

分析 $\angle BPN$、$\angle CQN$ 分布在两个三角形中.不具备直接比较的条件，因此从已知条件出发.M、N 是中点，联想到中位线定理，这样就设法把$\angle BPN$ 和$\angle CQN$ 平移，从而

集中在同一个三角形中,然后再用同一三角形中边角不等关系证出结论.



（例 5 题图）

证明 连结 AC,取 AC 中点 O,连结 OM、ON.

因为 M 为 AD 中点,N 为 BC 中点,所以 OM、ON 分别为$\triangle ADC$ 和$\triangle CAB$ 的中位线.

所以 $OM \mathrel{\underline{\underline{\parallel}}} \frac{1}{2}CD$,$ON \mathrel{\underline{\underline{\parallel}}} \frac{1}{2}AB$.

所以 $\angle OMN = \angle CQN$,$\angle ONM = \angle BPN$.

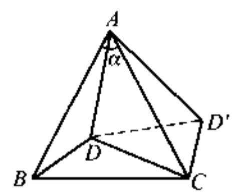
因为 $DC > AB$,所以 $ON < OM$.

所以 $\angle OMN < \angle ONM$,所以 $\angle BPN > \angle CQN$.

说明 有关三角形中位线定理在平移中所起的作用,在本例中得到了充分的体现,其中的平行可以正好将原来分散的条件集中起来,从而将难题化易.

采用"旋转法"解平面几何题,就是适当选择图中某一定点为旋转中心,把某一部分图形逆时针(或顺时针)方向旋转一定角度,这样能使结论与题设产生直接关联,感悟出添加辅助线的方法,使用此方法时,被旋转的部分与固定图形往往存在相等的元素,这时,我们可进一步考虑旋转后图形的性质,从而找到解题途径. 例如:

例 6 如图所示,在$\triangle ABC$ 中,$AB=AC$,D 为$\triangle ABC$ 内一点,且$\angle ADB>\angle ADC$,求证:$BD<CD$.



（例 6 题图）

分析 要证 $BD < CD$,应在 $\triangle BCD$ 中根据三角形的大角对大边来证明,但本题难以运用此关系来证明. 为了寻找新关系,可借助 $AC = AB$,把 $\triangle ABD$ 绕 A 点逆时针旋转 α 角度,转到$\triangle AD'C$ 的位置,则 $D'C = BD$,$AD' = AD$,$\angle AD'C = \angle ADB$,这样将问题转化为证 $D'C < CD$ 即可.

证明 因为 $AB = AC$,把 $\triangle ABD$ 绕 A 点按逆时针旋转 α 角度,则 $D'C = BD$,$AD' = AD$,$\angle AD'C = \angle ADB$.

所以 $\triangle ACD' \cong \triangle ABD$.

连结 DD'.

因为 $\angle ADB > \angle ADC$,所以 $\angle AD'C > \angle ADC$. 又 $AD = AD'$,

所以 $\angle ADD' = \angle AD'D$. 所以 $\angle DD'C > \angle D'DC$,所以 $CD' < CD$.

而 $CD' = DB$,所以 $BD < CD$.

说明 证明本例时,开始很可能想到在$\triangle BDC$ 中证$\angle DBC>\angle DCB$,但已知条件无法运用,于是为使结论与题设的条件有所关联,我们用旋转法就比较容易找到解题方法.

3. 明确题意,实现转化

所谓明确题意,就是审题时要明确题目的要求,严格按照题目的要求去做,如有的题目要求计算结果精确到0.01,你就不能精确到0.1或0.001;有的题目在叙述中夹有特定要求,更要予以注意,不可漏掉,如"求不等式 $3x-\frac{8}{3}\leqslant 2x+\frac{2}{3}$ 的正整数解"不要误为"求不等式 $3x-\frac{8}{3}\leqslant 2x+\frac{2}{3}$ 的解"等等.

例7 已知 $4x-3y-6z=0$, $x+2y-7z=0(z\neq 0)$,求 $\frac{2x^2+3y^2+6z^2}{x^2+5y^2+7z^2}$ 的值.

解析 解关于 x、y 的方程组 $\begin{cases}4x-3y=6z,\\ x+2y=7z,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=3z,\\ y=2z.\end{cases}$

把 $x=3z$, $y=2z$ 代入, $\frac{2x^2+3y^2+6z^2}{x^2+5y^2+7z^2}=\frac{18z^2+12z^2+6z^2}{9z^2+20z^2+7z^2}=1$.

说明 方程的个数少于未知数的个数, x、y、z 的值不能唯一确定,似乎"山重水复疑无路",如果把 z 看成已知常数,就可以把问题转化成解有两个二元一次方程组成的方程组,于是"柳暗花明又一村".

在进行有理数运算时,先把题中的分数拆成两个分数之差,再利用结合律,使计算简便.例如:

例8 计算: $1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\frac{1}{1+2+3+4}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+100}$.

分析 首先注意分母的规律: $1+2=\frac{2\times 3}{2}$, $1+2+3=\frac{3\times 4}{2}$, $1+2+3+4=\frac{4\times 5}{2}$, $\cdots$, $1+2+\cdots+100=\frac{100\times 101}{2}$.

解析

$$\begin{aligned}原式&=1+\frac{2}{2\times 3}+\frac{2}{3\times 4}+\frac{2}{4\times 5}+\cdots+\frac{2}{100\times 101}\\&=1+2\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+2\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+2\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+2\left(\frac{1}{100}-\frac{1}{101}\right)\\&=2-\frac{2}{101}=\frac{200}{101}=1\frac{99}{101}.\end{aligned}$$

说明 对于 $\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\cdots+\frac{1}{(n-1)n}$ 这一类型的计算,可使原式化为 $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{n}$. 我们把上述的解法称作裂项相消法,利用这个方法可达到化繁为简的目的.

在进行有理数加减运算时,对于连续分数,可交换位置或相互结合,运算加法交换

律,达到简便计算的目的. 例如:

例 9 求和:$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{60}\right)+\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{4}+\frac{2}{5}+\cdots+\frac{2}{60}\right)+\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{5}+\cdots+\frac{3}{60}\right)+\cdots+\left(\frac{58}{59}+\frac{58}{60}\right)+\frac{59}{60}$.

分析 对于同一括号里的连续分数(分母不同)相加,如果直接相加,很复杂,但是如果把括号去掉会发现$\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=1$,$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$,…,这样处理起来使计算方便得多.

解析
$$\begin{aligned}原式&=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{60}+\frac{2}{60}+\cdots+\frac{59}{60}\right)\\&=\frac{1}{2}+\frac{2}{2}+\frac{3}{2}+\cdots+\frac{59}{2}=885.\end{aligned}$$

说明 运用加法结合律,把分母相同的分数结合在一起,化繁为简.

4. 要注意咬文嚼字

要学好数学,首先要透彻理解概念,不能囫囵吞枣,还应该咬文嚼字,慎重思维,确切表达.

例 10 判断下列推理是否正确:

(1) 如果三角形中任一内角都不大于 60°,那么这个三角形是等边三角形. ( )

(2) 如果三角形中有一个内角是 60°,那么这个三角形是等边三角形. ( )

分析 十分明显,解答这类问题并不需要任何算式或方程,也不必进行数字的运算,而应通过一系列"推测和判断"来获得某些结论. 我们把这类不需要计算的问题称为推理问题. 推理问题涉及的面较广,而且有些问题的难度还比较大.

如何解答这样的"推理问题"呢? 其中有甲、乙两人作如下回答:

错解 学生甲在(1)后面的括号里填的是"不对",学生乙在(2)后面的括号里填的是"不一定对". 结果两人都解错了.

说明 甲很不服气地说:"等边三角形要求三个内角都必须等于 60°,而'不大于 60°'就是'小于或等于 60°'. 如果有一个内角小于 60°,这个三角形就不是等边三角形,所以说他的推理不正确. 这难道有错吗?"同学们想一想,甲说的对吗? 如果你看不出其中的破绽,那就再想想这个问题:"如果三角形中任一内角都不大于 60°,可能不可能有一个内角小于 60°呢?"

乙也"据理"争辩,他的"理"是:"只告诉三角形有一个内角是 60°,没告诉另两个角是多少度,如果另两个角都是 60°,那么就是等边三角形;如果另两个角不是 60°,比如一个是 30°,一个是 90°,那么就不是等边三角形. "乙的这番话对吗? 完全对,殊不知正是这番话说明了他填"不一定对"是错误的,而应该填"不对"两字. 因为考题让你判断的是"推

理”对不对，而不是问你“结果”对不对．若将这道题改为：“三角形中有一个内角是 60°，这个三角形是等边三角形吗？”答“不一定是”就是完全正确了．

由上例可见，学生甲、乙在数学知识上是没有问题的，等边三角形的定义啊，三角形内角和的定理啊，“不大于”就是“小于或等于”啊等等知识他们一清二楚，但由于缺乏逻辑思维，辞不达意．这充分说明，如果我们不能很好地掌握数学问题的表达方式，即便你有丰富的数学知识，也会“英雄无用武之地”．

逻辑推理往往是指一些只涉及关联条件或关系，而很少用到数量关系的数学问题．例如：

例 11 某次数学竞赛，A、B、C、D、E 五人得前五名，老师叫他们猜一下名次，结果如下：

A 说：“B 第三，C 第五．”

B 说：“D 第二，E 第四．”

C 说：“A 第一，E 第四．”

D 说：“C 第一，B 第二．”

E 说：“D 第二，A 第三．”

老师说他们每人各对一半，那么五人实际名次如何？

分析 直接分析，问题比较复杂．为使问题简化直观，可利用表格形式表示五位同学的判断．

解析 根据题意，列出下表：

	A	B	C	D	E
A		3	5		
B				2	4
C	1				4
D		2	1		
E	3			2	

根据图表内容分析：（注意每人只有一句为对）

若 C 为第一名对→A 为第一名不对→E 为第四名对→D 为第二名不对→A 为第三名对→B 为第三名不对→C 为第五名对，矛盾，不符合题意．

若 C 为第一名不对→B 为第二名对→D 为第二名不对→A 为第三名对→A 为第一名不对→E 为第四名对→A 为第一名不对，故 C 不为第一名，所以 D 第一名，B 第二名，A 第三名，E 第四名，C 第五名．

说明 画出图表，把语句关系表示清楚．假设其中一个命题正确或错误，然后导出符

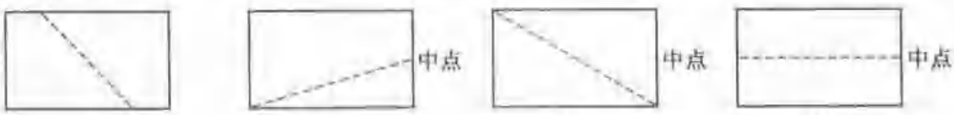
合题意或与题意矛盾的结论.

由此可见,表述是解题成功的核心,选择最佳构思,付诸实施,是解决问题能力高低的集中体现.表述要层次分明,忌颠三倒四;要精炼简明,忌拖泥带水;言必有据,忌主观臆断;要步骤完整,忌越级跳步.确实做到:思路清晰,推理严谨,解答完备.

能力达标演练场

一、选择题

1. 下列矩形中,按虚线剪开后,既能拼出平行四边形和梯形,又能拼出三角形的是(　　)

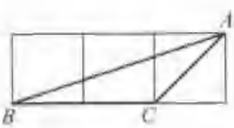


A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

2. 班级组织有奖知识竞赛,小明用 100 元班会费购买笔记本和钢笔共 30 件,已知笔记本每本 2 元,钢笔每支 5 元,那么小明最多能买钢笔(　　)

A. 50 支　　B. 20 支　　C. 14 支　　D. 13 支

3. 如图所示,小正方形的边长均为 1,则下列图形中的三角形(阴影部分)与$\triangle ABC$相似的是(　　)



(第 3 题图)

A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

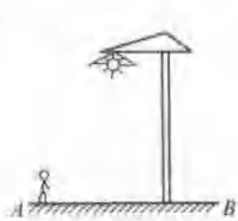
4. 如图所示,晚上小亮在路灯下散步,在小亮由 A 处走到 B 处这一过程中,他在地上的影子(　　)

A. 逐渐变短

B. 逐渐变长

C. 先变短后变长

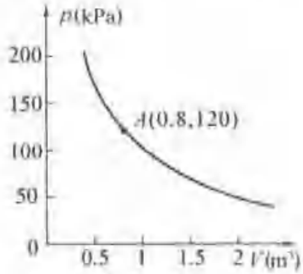
D. 先变长后变短



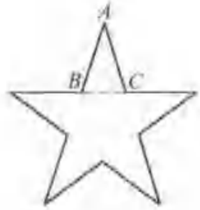
(第 4 题图)

5. 某气球内充满了一定质量的气体,当温度不变时,气球内气体的气压 p(kPa)是气体体积 V(m^3)的反比例函数,其图像如图所示.当气球内的气压大于 140kPa 时,气球将爆炸,为了安全起见,气体体积应(　　)

A. 不大于$\frac{24}{35}$m³　　B. 不小于$\frac{24}{35}$m³　　C. 不大于$\frac{24}{37}$m³　　D. 不小于$\frac{24}{37}$m³



（第5题图）



（第6题图）

6. 某装饰公司要在如图所示的五角星中，沿边每隔20cm装一盏闪光灯．若$BC=(\sqrt{5}-1)$m，则需安装闪光灯　　（　　）

A. 100盏　　B. 101盏　　C. 102盏　　D. 103盏

二、填空题

7. 如图所示，将半径为2cm的⊙O分割成10个区域，其中弦AB、CD关于点O对称，EF、GH关于点O对称，连结PM，则图中阴影部分的面积是________cm²（结果用π表示）．

（第7题图）

8. 小明和小颖按如下规则做游戏：桌面上放有5支铅笔，每次取1支或2支，由小明先取，最后取完铅笔的人获胜．如果小明获胜的概率为1，那么小明第一次应该取走________支．

9. 小强站在镜前，从镜子中看到镜子对面墙上挂着电子表，其读数如图所示，则电子表的实际时刻是________．

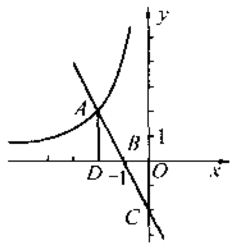
（第9题图）

（第10题图）

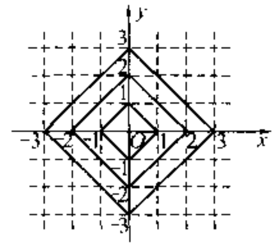
10. 把编号为1、2、3、4…的若干盆花按如图所示摆放，花盆中的花按红、黄、蓝、紫的颜色依次循环排列，则第8行从左边数第6盆花的颜色为________色．

11. 如图所示，直线$y=-2x-2$与双曲线$y=\frac{k}{x}$交于点A，与x轴、y轴分别交于点B、

C，$AD\perp x$ 轴于点 D，如果 $S_{\triangle AOB}=S_{\triangle COB}$，那么 $k=$______.



（第 11 题图）



（第 12 题图）

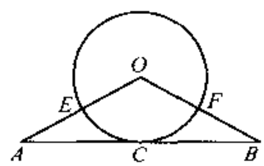
12. 在平面直角坐标系中，横坐标、纵坐标都为整数的点称为整点. 观察图中每一个正方形（实线）四条边上的整点的个数，请你猜测由里向外第 10 个正方形（实线）四条边上的整点个数共有________个.

三、解答题

13. 如图所示，在$\triangle ABO$中，$OA=OB$，以 O 为圆心的圆经过 AB 中点 C，且分别交 OA、OB 于点 E、F.

(1) 求证 AB 是$\odot O$的切线.

(2) 若$\triangle ABO$腰上的高等于底边的一半，且 $AB=4\sqrt{3}$，求$\overset{\frown}{ECF}$的长.

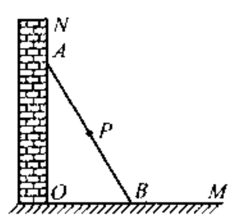


（第 13 题图）

14. 如图所示，一根长 $2a$ 的木棍（AB），斜靠在与地面（OM）垂直的墙（ON）上，设木棍的中点为 P，若木棍 A 端沿墙下滑，且 B 端沿地面向右滑行.

(1) 请判断木棍滑动的过程中，点 P 到点 O 的距离是否变化，并简述理由.

(2) 在木棍滑动的过程中，当滑动到什么位置时，$\triangle AOB$ 的



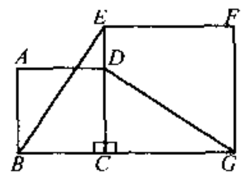
（第 14 题图）

面积最大？简述理由，并求出面积的最大值.

15. 如图所示，正方形 $ABCD$ 的边 CD 在正方形 $ECGF$ 的边 CE 上，连结 BE、DG.

(1) 观察猜想 BE 与 DG 之间的大小关系，并证明你的结论.

(2) 图中是否存在通过旋转能够互相重合的两个三角形？若存在，请说出旋转过程；若不存在，请说明理由.



（第 15 题图）

16. 为了从甲、乙两名学生中选择一人参加电脑知识竞赛，在相同条件下对他们的电脑知识进行了 10 次测验，成绩如下(单位：分)：

甲成绩	76	84	90	84	81	87	88	81	85	84
乙成绩	82	86	87	90	79	81	93	90	74	78

(1) 请填写下表.

	平均数	中位数	众数	方差	85 分以上的频率
甲	84		84	14.4	0.3
乙	84	84		34	

(2) 利用以上信息，请从三个不同的角度对甲、乙两个同学的成绩进行分析.

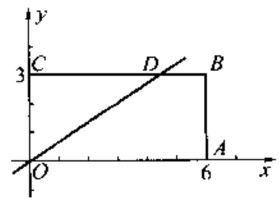
17. 矩形 $OABC$ 在直角坐标系中的位置如图所示，A、C 两点的坐标分别为 $A(6,0)$、$C(0,3)$，直线 $y=\frac{3}{4}x$ 与 BC 边相交于点 D.

(1) 求点 D 的坐标.

(2) 若抛物线 $y=ax^2+bx$ 经过 D、A 两点，试确定此抛物线的表达式.

(3) P 为 x 轴上方(2)中的抛物线上一点，求$\triangle POA$ 面积的最大值.

(4) 设(2)中的抛物线的对称轴与直线 OD 交于点 M，点 Q 为对称轴上一动点，以 Q、O、M 为顶点的三角形与$\triangle OCD$ 相似，求符合条件的 Q 点的坐标.



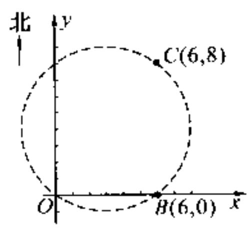
(第 17 题图)

18. 在某张航海图上，标明了三个观测点的坐标，如图所示，由 $O(0,0)$、$B(6,0)$、$C(6,8)$，三个观测点确定的圆形区域是海洋生物保护区.

(1) 求圆形区域的面积(π 取 3.14).

(2) 某时刻海面上出现一渔船 A，在观测点 O 测得 A 位于北偏东 45°，同时在观测点 B 测得 A 位于北偏东 30°，求观测点 B 到 A 船的距离($\sqrt{3}\approx1.7$，保留三个有效数字).

(3) 当渔船 A 由(2)中的位置向正西方向航行时，是否会进入海洋生物保护区？通过计算回答.



(第 18 题图)