

MATHEMATICS

● 明确学习目标 构建知识网络 加强实际应用 提升学习素养

初中生学业评价指导用书

数学

浙江人民出版社

编委名单

编委会主任: 陈纪钢 沈江峰

编委会成员: (按姓氏笔画为序)

王黎明 方关军 边永坚 吕华荣

汤国荣 杨铁钢 沈江峰 陈纪钢

陈胜钢 周伟扬 周智忠 徐学军

本册编写人员: (按姓氏笔画为序)

王尧兴 王刚峰 边学平 阮新荣

沈五二 沈国祥 张正华 陈玉麟

茅 岚 周伟扬 姚志敏 胡国庆

胡建梁 徐巧霞 徐厚植 韩焕卿

蔡建峰

编写说明

“初中生学业评价指导用书”是为初中毕业班同学编写的总复习辅导用书。它旨在帮助同学们梳理初中阶段所学的各科知识,掌握重点,突破难点,培养提高学习和运用知识的能力,从而促进综合素养的发展。

本丛书以义务教育《课程标准》和浙江省2006年“初中毕业生学业考试说明”为依据,分语文、数学、英语、科学、社会·政治五门学科编写。它力求体现以下特点:

1. **内容精要** 各学科依照“学业考试说明”的最新要求,有重点地编排知识块与能力块,内容覆盖面广,几乎涉及了学业考试的全部要点。特别是根据课程改革的基本要求,加大了学科知识与生活实践的联系,体现了一定的综合性。

2. **体例新颖** 本丛书各学科的编写体例基本一致,设有学习指导、典型题析、疑难解析(指点迷津)、学力自测等内容板块。学习指导,从有关学科知识能力要求出发,简要阐述复习目标和学习要求;典型题析,列举样题,对考查重点与解题思路作简要分析;疑难解析(指点迷津),对复习中的重点难点进行具体的分析指导;学力自测,提供必要的高质量练习,以便同学们对自己的学习水平作自我检测评价。这样的体例切合初中生学习和生活实际,具有很强的实用性。

3. 便于自学 复习的目的并不是对有关知识内容的简单重复,而应当在此基础上对所学知识进行再认识再发现,并学会综合运用。在这个过程中,每一个同学应当充分重视发挥自己的主观能动性和创造性,学会自主学习。强调本丛书内容的实践性与可操作性的目的就在于便于同学们的自学。在使用本丛书的过程中,同学们要善于思考,善于借鉴,要总结自己成功的经验和失败的教训,要掌握适合自己的学习方法,摸索学习规律,提高自学能力,最终学会学习。

愿“初中生学业评价指导用书”为你的迎考复习领路导航。

编者

2006年1月

目 录



学习指导	1
------------	---

第一章 数与式

1.1 实数	5
1.2 整式	9
1.3 分式	12
1.4 二次根式	16
综合测试题	19

第二章 方程与不等式

2.1 一元一次方程 一元二次方程	22
2.2 二元一次方程组	28
2.3 可化为一元一次方程的分式方程	33
2.4 一元一次不等式(组)	37
综合测试题	42

第三章 函 数

3.1 平面直角坐标系 函数	45
3.2 一次函数	49
3.3 反比例函数	55
3.4 二次函数	59
综合测试题	64

第四章 三角形

4.1 相交线与平行线	68
4.2 三角形及其全等	72
4.3 图形的轴对称与平移	76
4.4 等腰三角形与直角三角形 尺规作图	80
综合测试题	85

第五章 四边形

5.1 平行四边形	88
5.2 矩形 菱形 正方形	93
5.3 图形的旋转和中心对称	100
5.4 梯形	104
综合测试题	109

第六章 图形的相似

6.1 相似三角形	114
6.2 相似变换 三角函数	120
综合测试题	124

第七章 圆

7.1 圆的基本性质	128
7.2 与圆有关的位置关系	133
综合测试题	138

第八章 空间图形

8.1 空间图形及展开图	141
8.2 投影和视图	147
综合测试题	151

第九章 统计

9.1 数据与图表	154
9.2 样本与特征数	161
9.3 频数与频率	167
综合测试题	173

第十章 概率

10.1 概率及其估算	179
10.2 概率的计算	183
综合测试题	188

参考答案	191
------------	-----

学习指导

数学是人们对客观世界定性把握和定量刻画、逐渐抽象概括、形成方法和理论,并进行广泛应用的过程^①,数学是研究数量关系和空间形式的科学。数学是一门主要课程,在中学阶段的学习中占有重要的地位。通过数学学习,掌握数学的基础知识、基本技能和思想方法,学会有条理地思考和简明清晰地表达思考过程,并运用数学的思想方法分析问题和解决问题,这对培养我们的抽象能力、推理能力、创造能力具有特殊作用,对培育我们认识世界的积极态度、思想方法、求真求实和锲而不舍的精神具有深远影响。

初中生学业评价是义务教育阶段的终结性评价,目的是全面、准确地反映初中毕业学生在学科学习目标方面所达到的水平。数学学科的评价是以《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》中规定的内容为依据,从基本知识、基本技能、基本思想方法,分析问题和解决问题的能力,及情感与态度的培养效果等方面来进行评价。我们在学习中,必须明目标、讲方法、求实效,打实基础、学会思考、提高能力。

一、重概念,重过程,打下坚实基础

数学学习中要重视“过程”的学习,也就是要知道知识产生、发展的过程,要把来龙去脉搞清楚。比方说一个公式,为什么要提出这样一个问题,这个公式是如何通过具体问题把它推导出来,并将它抽象为一般的结论,成为一个公式、一个定理的?这样做的目的有两个,

^① 《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》,北京师范大学出版社,2001年版。

一是认识了知识发生的过程,就能够理解公式、定理、法则的推导过程,就不用去死记硬背;二是能主动学习,并从知识形成、发展的过程中,理解学习的乐趣,在解决问题的过程中,体会成功的喜悦。

学习任何知识,必须注重基本训练,要一步一个脚印,由易到难,扎扎实实地练好基本功,切忌好高骛远,前面的内容没有学懂,就急着去学习后面的知识;基本的习题没有做好,就一味去钻偏题、难题。这是十分有害的。

二、会探究,会解题,练好思维体操

做题是学好数学的方法之一,做数学题时针对不同层次的同学有不同的要求:对于基础比较好的同学,应该是先做后看。先做题,做完后再看同学怎么做的,老师怎么讲的,再看参考书怎么写的,然后去比较还有没有别的更好的方法,有比较有鉴别才有收获,才能懂得各种方法的特点,掌握这一点,就能解决很多问题;对于基础一般的同学,可以边做边看,做了一部分,做不下去,可以请教一下别人,可以翻翻书,找找资料,受到启发后再做;对于基础比较差的同学,先看后做,可以先问问别人,或是找老师帮你启发思维,再自己动手做。这样,就能使不同层次的同学,在不同的程度上得到提高。

具体做题时有三个步骤:想一想,做一做,看一看。看到题目后,想它涉及哪些基础知识,哪些基本方法,想它考你什么。拿到题就动手做的习惯不好,很盲目,时间浪费了,还做不出来,想好了再动手,做完题后,回头看一看,还有没有更好的办法,书上怎么讲的,老师怎么做的,回想联想再猜想,这样一比较,就能领悟到很多东西。

三、勤反思,勤总结,养成优良习惯

归纳总结知识间的联系。要善于总结,了解这一小节内容有哪几种题型,每种题目的一般解法和思路是什么,从而提高运用所学知识分析解题的能力。同时,每学完一个单元,要建立本单元的知识框

架,将本章的主要思路、推理方法及运用技巧等转变成自己的实际技能。

学会发现学习中的问题。提出疑问不仅是发现真知的起点,而且是发明创造的开端。提高学习成绩的过程就是发现、提出并解决疑问的过程。大胆向老师质疑,不是笨的反映,而是追求真知、积极进取的表现。在听课中,不但要“知其然”,还要“知其所以然”,这样疑问不断产生,又不断得以解决,学习也就得到了长进。要对解题的错误进行反思,准备一本纠错本,将错题记录下来,并且经常地拿出来看看,想想错在哪里,为什么会错。

逐步养成习惯性的自学。如能坚持自学,学起来就速度快、印象深、质量高。自学并不仅限于课内,还包括阅览课外书籍,使课内外知识互补。只有具有独立获取新知识的能力,才能不断更新自身的知识体系,跟上时代的节拍。

四、善复习,善梳理,成为学习主人

复习是一个整合知识的学习过程。一要梳理知识,教材每章后都给出了一个知识小结,我们应用好它,把它变为自己头脑中清晰的知识结构图;二要有系统地、多方位地去探寻知识之间的内在联系;三是从数学知识中提炼、概括出对数学内容的本质认识及解决问题的一般方式、途径和手段。

复习是一个知识运用的学习过程。首先,应把新知识的学习与已有的知识经验结合起来,在新知识的学习过程中善于运用已有的知识;其二,在数学解题过程中,要把审题、解题后的回顾与反思作为重点,在“前思后想”中总结相关知识的作用、意义,变盲目碰撞为有目的、有策略地运用,变机械性练习为在数学思想方法指导下的探究性解题;其三,在日常生活中,要善于用数学的眼光去看待现实问题。

复习是一个温故知新的学习过程。在新课程理念下的复习,要

注重知识技能的生长点,努力探寻概念、性质与其他知识之间的逻辑联系,在总结一般规律的同时还应挖掘其新的意义和作用;在数学解题练习中,要多想一想,还有没有更简捷的解法,代数问题能否用几何方法来解,几何问题能否用代数方法来解;在开放题的求解过程中,不仅要重视解法的多样性,答案的不唯一性,更要重视方法及解答过程的比较与鉴别。

学习方法,因人而异、因学科而异,正如医生用药,不能千人一方。在初中生学业评价文化考试的复习中,应当从实际出发,根据自己的情况,发挥特长,摸索适合自己特点的有效方法。俗话说“水滴石穿”、“一口吃不成胖子”,因此,最好制定一个学习计划,常常自我监督,严格要求,每天或分阶段检查,是否完成了学习计划,为什么没有完成,怎样补救,等等。总之,学习不能只凭热情,三天打鱼、两天晒网是做不成大事的。我们应当明确,学习的一个重要目标就是要学会学习,这也是现代社会发展的要求。21世纪的文盲将是那些不会学习的人。所以,同学们在学习中应追求更高的学习境界,使学习成为一件愉快的事,在轻轻松松中学好数学。

第一章 数与式

1.1 实数

评价目标

要求	内 容	解 读
了解	平(立)方根、算术平方根的概念	会求、会表示一个数的平(立)方根
	开方与乘方互为逆运算	会用平(立)方运算求某些数的平(立)方根
	无理数、实数的概念及表示	知道实数与数轴上的点的对应关系
	近似数与有效数字的概念	在实际问题中能近似计算,并能用科学记数法表示
理解	有理数的意义及表示	有理数在数轴上表示,并比较大小
	有理数的相反数与绝对值的意义及求法	能借助数轴理解,注意:绝对值符号内不含字母
	乘方的意义及有理数的运算律	能利用运算律进行计算
	求平方根和立方根	会用根号表示,会用平(立)方运算计算,会用计算器计算
运用	有理数的加、减、乘、除、乘方运算	混合运算以三步为主,会利用运算律简化运算
	实数的估计	*

范例精析

例 1 (1) 写出绝对值小于 π 的整数;

* 如会用有理数估计一个无理数的大致范围。

(2) 在 $3.14, \sqrt[3]{-8}, \frac{22}{7}, \sin 30^\circ, \sqrt{8}, 0.33, \dots$ 中, 属于无理数的是哪几个?

(3) 由四舍五入得到的近似数 0.60 万, 它精确到哪一位? 有几个有效数字?

(4) 求 $(-3)^2$ 的算术平方根;

(5) 若 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, m 的绝对值是 2, 求 $\frac{|a+b|}{4m} + 2m^2 - 3cd$ 的值.

审题 第(1)小题应理解绝对值在数轴上的几何意义; 第(2)小题先将实数分类, 把有关实数化简后再判定, 如 $\sqrt[3]{-8} = -2, \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ 是有理数, $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ 是无理数; 第(3)小题必须弄清近似数、有效数字的概念, 否则容易出现近似数 0.60 万精确到十分位、有 4 个有效数字的错误; 第(4)小题应理解算术平方根的符号“ $\sqrt{\quad}$ ”, 求 $(-3)^2$ 的算术平方根, 即为 $\sqrt{(-3)^2} = 3$; 第(5)小题应明确互为相反数即两数之和为零, 互为倒数即两数之积为 1, 及绝对值的有关性质.

解 (1) $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$; (2) $\sqrt{8}$; (3) 精确到百位, 两个有效数字; (4) 3; (5) 5.

例 2 计算下列各式:

$$(1) -32 \div (-2)^3 + (-2)^2 \times \left(-\frac{4}{3}\right)^{-1} - \sqrt{16} - (-3)^0;$$

$$(2) \sqrt{32} + \sqrt{0.5} - \frac{\sqrt{2}}{6} \cdot \sqrt{6} - (\sqrt{2} + 1)^2. (\text{精确到 } 0.01)$$

审题 第(1)小题计算时应注意运算顺序及符号; 第(2)小题近似计算时, 中间步骤应比结果多保留一位小数, 可利用计算器计算.

解 (1) 原式 $= -32 \div (-8) + 4 \times \left(-\frac{3}{4}\right) - 4 - 1 = 4 - 3 - 4 - 1 = -4$;

$$(2) \text{ 原式} = 4\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{3}\sqrt{3} - (3+2\sqrt{2}) = \frac{5}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{3}\sqrt{3} - 3 \approx \frac{5}{2} \times 1.414 - \frac{1}{3} \times 1.732 - 3 \approx -0.04.$$

例 3 已知 $\frac{(a-3b)^2 + |a^2-4|}{\sqrt{a+2}} = 0$, 求 b^a 的值.

审题 (1) 因为实数的平方、绝对值均是非负数, 两个非负数之和为零, 即每个非负数都应等于零, 还应该注意算术平方根的被开方数也必须为非负数; (2) 一个等式含两个以上未知数时, 往往要寻求已知等式的特殊性, 挖掘隐含条件.

解 由题意, 得
$$\begin{cases} a-3b=0, \\ a^2-4=0, \\ a+2>0, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a=2, \\ b=\frac{2}{3}, \end{cases} \text{ 所以 } b^a = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}.$$

自我检测

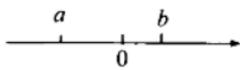
1. $\sqrt{81}$ 的平方根是().

- A. 9 B. $\sqrt{9}$ C. ± 9 D. ± 3

2. 数轴上的每一个点都可以表示为一个().

- A. 有理数 B. 整数或分数 C. 实数 D. 无理数

3. a, b 在数轴上对应点如图所示, 化简



$\sqrt{a^2} - |a-b|$ 为().

- A. $2a+b$ B. $2a-b$

- C. $-b$ D. b

(第 3 题)

4. 算术平方根等于它本身的数是_____, 立方根等于它本身的数是_____ , 绝对值等于它本身的数是_____.

5. 绝对值大于 2 而小于 5 的整数是_____, 大于 $-\sqrt{5}$ 小于 $\sqrt{15}$ 的所有整数是_____.

6. 在 $\pi, 0, \frac{\sqrt{2}}{2}, 3, \dot{1}4, -\sqrt{4}, \sqrt{\frac{3}{2}}$ 中, 无理数是_____.

7. 计算下列各题:

$$(1) -2^2 + (-3)^2 + (-1)^3 - (-1)^{-1};$$

$$(2) -3 - \left[-5 + \left(1 - 0.2 \times \frac{3}{5} \right) \div (-2) \right] - 1^0;$$

$$(3) \sqrt{45} + \sqrt{8} - \sqrt{80} - \sqrt{18} - 3\sqrt{2} \left(2 + \frac{\sqrt{2}}{3} \right).$$

8. 已知 a 是 $\sqrt{3}$ 的整数部分, b 是 $\sqrt{3}$ 的小数部分, c 是近似数 1.80×10^3 的有效数字的个数, d 是 π 精确到百分位的近似值. 求 $\frac{\sqrt{c}}{2} - \frac{a}{b} + (d - 3.14)^0$ 的值.

9. 如图, 细心观察图形, 认真分析各式, 然后解答问题:

$$(\sqrt{1})^2 + 1 = 2, S_1 = \frac{\sqrt{1}}{2}, (\sqrt{2})^2 + 1 = 3, S_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}, (\sqrt{3})^2 + 1 = 4, S_3 =$$

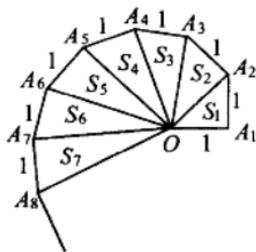
$$\frac{\sqrt{3}}{2}, \dots$$

(1) 请用含有 n (n 是正整数) 的等式表示

上述变化规律;

(2) 推算出 OA_{10} 的长;

(3) 求出 $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + \dots + S_{10}^2$ 的值.



(第9题)

1.2 整 式

评价目标

要求	内 容	解 读
了解	整数指数幂的意义和性质	没有要求字母指数幂的运算
	乘法公式的几何背景	能用几何图形推导乘法公式
理解	能解释一些简单代数式的实际背景或几何意义	学会逆向思考问题
	用科学记数法表示数	知道一些数用科学记数法表示的规律
运用	整式的加、减、乘法运算	多项式相乘仅指一次式相乘
	推导乘法公式,并用公式计算	乘法公式限两个:平方差公式、完全平方公式
	因式分解(提公因式法、公式法)	直接用公式不超过两次

范例精析

例 1 计算 $2a^4b - (-a^2b)^3 \div 3\left(-\frac{1}{2}ab\right)^2$.

审题 本题既有乘方,又有乘法,还有加减运算,计算时先算乘方,再算乘除,最后算加减,有括号的先算括号里的.计算时还要注意符号.

解 原式 $= 2a^4b - (-a^6b^3) \div 3\left(\frac{1}{4}a^2b^2\right) = 2a^4b + \frac{4}{3}a^4b = \frac{10}{3}a^4b$.

例 2 求代数式的值:

(1) 当 $x = -\frac{1}{4}$, $y = 3$ 时,求代数式 $(2x+y)^2 \cdot (2x-y)^2 - (4x^2+y^2)^2$ 的值;

(2) 已知 $x^2+3x-2=0$,求代数式 $3x^2+9x-2$ 的值.

审题 解题前应先观察代数式,然后灵活运用乘法公式,使运算简便.当计算较繁时,采用整体代入法,可使运算简便.

$$\begin{aligned}\text{解 (1) 原式} &= [(2x+y)(2x-y)]^2 - (16x^4 + 8x^2y^2 + y^4) \\ &= 16x^4 - 8x^2y^2 + y^4 - 16x^4 - 8x^2y^2 - y^4 \\ &= -16x^2y^2,\end{aligned}$$

$$\text{当 } x = -\frac{1}{4}, y = 3 \text{ 时, 原式} = -16 \left(-\frac{1}{4}\right)^2 \times 3^2 = -9.$$

$$(2) \text{ 原式} = 3(x^2 + 3x) - 2,$$

$$\text{当 } x^2 + 3x - 2 = 0, \text{ 即 } x^2 + 3x = 2 \text{ 时, 原式} = 3(x^2 + 3x) - 2 = 3 \times 2 - 2 = 4.$$

例 3 将下列各式分解因式:

$$(1) 4x^2(2x-1) - 4x(2x-1) + (2x-1);$$

$$(2) (2a+b)^2(a-b) + (b-a)^3.$$

审题 分解因式时,一般应先考虑能否提取公因式,然后再考虑能否应用公式,要注意换元思想的应用.本例无论在提取公因式,还是在应用公式时,都可运用换元思想;因式分解要求结果中的每一个因式不能再分解.

$$\text{解 (1) 原式} = (2x-1)(4x^2 - 4x + 1) = (2x-1)(2x-1)^2 = (2x-1)^3;$$

$$(2) \text{ 原式} = (a-b)[(2a+b)^2 - (a-b)^2] = 3a(a-b)(a+2b).$$

自我检测

1. 下列各等式变形正确的是().

$$\text{A. } 1 - 27y^3 = 1 - (3y^3)^2 \quad \text{B. } x^3y^3 - \frac{1}{125} = xy^3 + \left(-\frac{1}{5}\right)^3$$

$$\text{C. } a^4b - ab^4 = ab(a^3 - b^3) \quad \text{D. } 4a^4 - \frac{a}{2} = a[(2a)^2 - 1]$$

2. 下列各式中不能用平方差公式计算的是().

$$\text{A. } (5x-4y)(-4y-5x) \quad \text{B. } (-x^3-y^3)(x^3+y^3)$$

$$\text{C. } \left(2x + \frac{1}{3}y^2\right)\left(\frac{1}{3}y^2 - 2x\right) \quad \text{D. } [(a+b)^2 + c][(a+b)^2 - c]$$

3. 下列因式分解中正确的是().

A. $a^4 - 8a^2 + 16 = (a^2 - 4)^2$

B. $a(x-y) - b(y-x) = (x-y)(a-b)$

C. $a^4 - b^4 = (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$

D. $-a^2 + a - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}(2a-1)^2$

4. 计算 $\left(-\frac{3}{4}ab^2c\right)^2 \cdot \frac{1}{3}a^2bc^3 \cdot \left(-\frac{2}{3}c^5\right) =$ _____.

5. 分解因式 $a^3(x-y) - 3a^2b(y-x) =$ _____ $\cdot (x-y)$.

6. 若 $a+b=0$, $ab=-11$, 则 a^2-ab+b^2 的值为 _____.

7. 如果在 $(ax+8)(-3x+1)$ 的积中不含 x 项, 试确定 a 的值.

8. 已知 $2^a=3$, $2^b=5$, 求 2^{10-3b} 的值.

9. 已知长方形的周长是 16, 它的两边长 a 、 b 为整数, 且满足 $a-b-a^2+2ab-b^2=0$, 求此长方形的面积.