



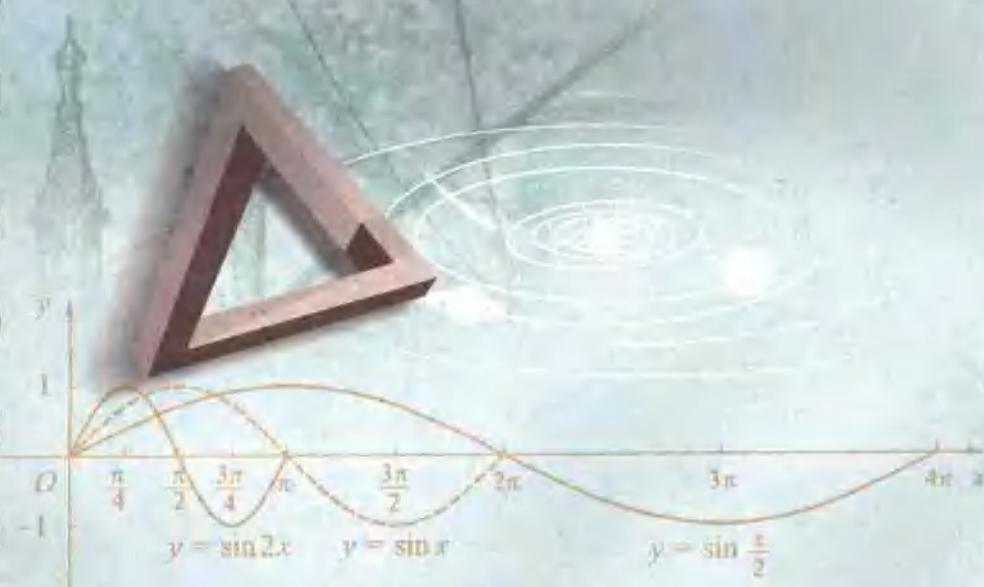
教育部职业教育与成人教育司推荐教材  
中等职业学校文化基础课程教学用书

# 数学

▶ (文科、财经及服务类专业分册)

WUXUE

陈继泽 主编





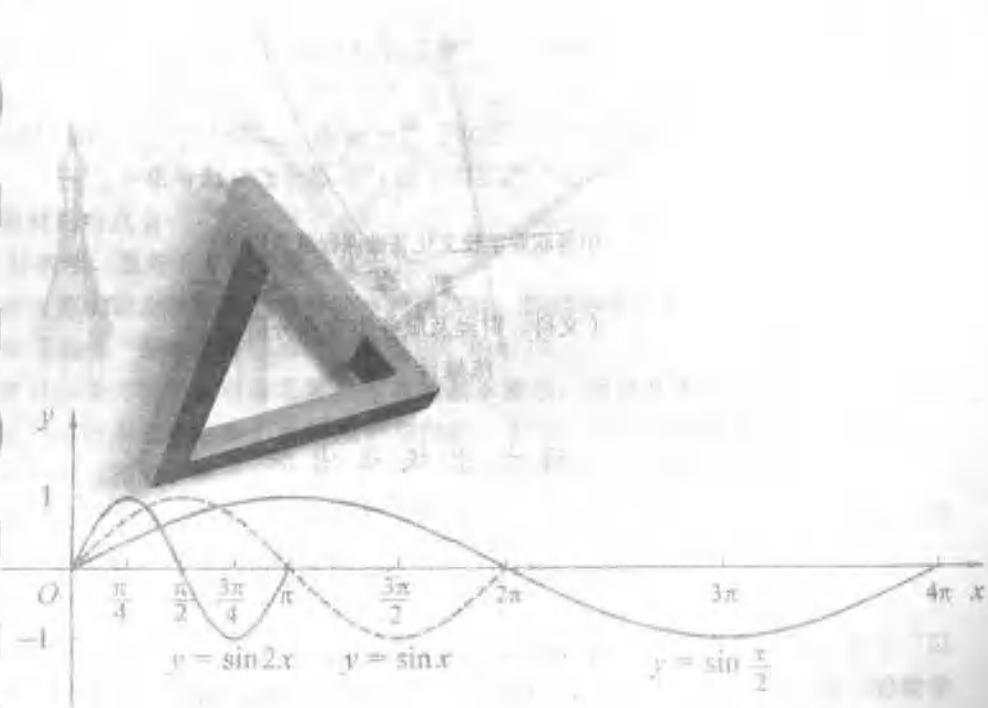
教育部职业教育与成人教育司推荐教材  
中等职业学校文化基础课程教学用书

# 数学

▶ (文科、财经及服务类专业分册)

陈继泽 主编

mathematics



博文出版社

中等职业学校文化基础课程教学用书

**数 学**

(文科、财经及服务类专业分册)

陈继泽 主编

\*

**语 文 出 版 社 出 版**

100010 北京朝阳门南小街51号

E-mail: ywp@ywchs.com

新华书店经销 北京市联华印刷厂印刷

\*

787 毫米×1092 毫米 16 开本 11.5 印张

2006 年 1 月第 1 版 2006 年 1 月第 1 次印刷

定价: 11.50 元

ISBN 7-80184-544-7/G · 492

---

本书如有缺页、倒页、脱页, 请寄本社发行部调换

## 前　　言

为了贯彻《国务院关于大力推进职业教育改革与发展的决定》精神，体现“以服务为宗旨，以就业为导向”的职业教育办学指导思想，语文出版社邀请了职教文化基础课课程专家，教研实践经验丰富的职教教研员及执教一线的骨干教师，组成了本套教材编写队伍，编写了这套中等职业学校文化基础课教材《数学》。

教材的编写是以教育部职业教育与成人教育司的有关精神及教育部联合七部委共同颁布的关于实施“职业院校制造业和现代服务业技能型紧缺人才培养培训工程”的通知的有关文件为指导思想，针对目前职业教育对文化基础课改革的新的要求，本套教材编写遵循以下原则：

1. 基础性原则 以实用与适用为准绳，选择基础性、经典性内容。教材编写与职教培养目标相符，适合数学基础薄弱，入学水平较低的学生。
2. 实用性原则 符合职校生思维特点，对定理、公式不强调推导、证明，突出应用，使学生学习后会用、会算即可。
3. 功能性原则 与岗位接轨，以为职业目标和专业课服务为原则，内容编排不追求全面，而是针对不同专业配备不同的学习内容。
4. 导学性原则 时刻关注教师的方法性教学，做到既方便教师教，又指导学生学习。
5. 分层性原则 与学生接轨，给不同学习水平、不同专业的学生不同的发展空间。在习题设置上做到与教学内容的匹配，习题难度分出不同层次。

本套教材的特点有：

1. 立足基础，服务于专业的模块化设置

本教材立足于职业教育所需培养的不同岗位群，围绕各类岗位的不同需求进行设计。教材编写采用“基本教材”加“专业模块”的形式。

基本教材包含的教学内容满足各类专业的基本需求，通过基本教材的学习使学生获得中等职业教育数学课最基本的数学知识与技能，为学生进一步学习专业知识提供基本保证，这些内容也提供了使学生作为一个公民应具备的基本数学素养。

专业模块适用于不同岗位群的不同需求，根据专业大类分为：文科、财经及服务类和理工科类，既满足不同专业需要又可满足学生个性化学习的需求。

2. 更新编排体系，使学生对数学的学习实现螺旋上升

与以往教材相比，本套教材的编排体系、内容选择均做了比较大的调整。基于“以服务为宗旨，以就业为导向”的指导思想，我们删减了很多“繁、难、偏、旧”的教学内容以及与专业学习无关的教学内容，使教学内容突出基础性、经典性与专业性的结合，弱化定理证明，强化结论性与应用性。

- (1) 增加复习内容

鉴于目前学生入学水平参差不齐的情况，教材在各章教学内容中针对学习需要，将初中阶段的重要数学知识与基本技能进行必要的复习提示，形式上以“返灰”的图框与正文加以区别。此外教材附录中将初中数学知识整理成表，供教师指导学生复习使用。

#### (2) 教材在内容的选择和编排上进行了较大的调整

教材弱化了逻辑用语，指、对数的计算与证明，以及抽象的函数等，突出了实际应用能力的培养和数学模型的建立。

教材拆分了三角和解析几何的内容。首先将三角拆分为两部分，第一部分为任意角三角函数，放在基本教材中；第二部分为三角函数的性质与图像（文科、财经及服务类）或三角函数的计算与应用（理工科类），分别放在专业模块中。在学生认识了基本三角函数知识的基础上，结合专业特点或了解图形与性质或注重计算与应用。其次将解析几何拆分为直线与圆（基本教材）和二次曲线（专业模块）两部分。根据专业不同，教师可选择所需的教学内容，减轻学生的负担，将“以就业为导向”落实到实处。

此外，教材根据专业需求，对部分专业精减了立体几何教学内容。

#### (3) 增加计算器教学

计算器的工具性近些年来日益突出，随着计算器功能的不断增强，它已成为学生学习工作不可或缺的得力助手。因此教材对教学内容中涉及到的有关计算器的计算内容进行了比较详细的介绍，同时在附录中专门介绍了计算器的各种常用功能和基本运算方法。

#### (4) 练习、习题设置的层次性与功能性

本套教材的编写不是一味地精简教学内容，而是希望学生不但要学得精，还要掌握得牢。因此教材在练习、习题的设置上分为三个层次。其中正文设置的“练一练”是教师在教学中指导学生完成的练习；随堂练习则是教师在一课时教学内容中让学生独立完成的练习；每节后的习题教师可处理为学生的课后作业；每章后的复习题可作为学生的全章的复习使用。这样设置的目的是希望学生学有所得，将知识点落到实处，体现数学学科的基础性。

### 3. 突出学法教育、体现人文关怀

教材注重让学生参与实现教学目标的过程，突出对学生学习方法的培养，寓教学方法于教材之中。教材十分重视让学生经历认识过程和探索过程，语言叙述通俗易懂，符合学生的年龄特征，同时精选了很多励志的阅读内容。

(1) 在概念、定理、公式、例题后，安排“想一想”、“议一议”等内容，提出具有启发性的问题，让学生进行思考，讨论。

(2) 让学生根据要求自己编制题目的内容可以把课堂教学变成师生共同活动的过程。

(3) 教材中的例题中除了给出解答，还在解法前安排分析，解法后安排说明或小结，为学生自学创造条件。

(4) 部分章后的“归纳与总结”，在本章知识要点部分有些是采用填空式，目的是提高学生在复习过程中的主动参与性；章末的“阅读空间”更是希望结合学习内容，提高学生数学文化修养，激励他们主动学习的热情。

### 4. 注重现实性与科学性

在教材的编写中，我们以科学的教育理论为依据，紧密结合职业教育的实际需求，

走创新之路，努力编出职教特色，编出自己的特色。

针对职业学校文化课课时安排的特点，本套教材的整体教学任务控制在一学年完成。其中基本教材使用时间为第一学期，课时约需 64 课时；专业模块使用时间为第二学期，其中文科、财经及服务类专业模块课时约需 64 课时，理工科专业模块约需 96 课时。

参加本套教材编写的有北京市现代职业学校张秋立，温州市教育教学研究院陈继泽，黑龙江省教育学院高广志，温州职业中专学校徐承潮、黄伟伟，乐清市教育局教研室沈宗玖，乐清职业中专学校曹学清等。

本书在编写过程中得到了青岛、广西等省市、自治区的职教教研部门和部分中等职业学校的大力支持，在此向他们表示诚挚的谢意。

另外，北京理工大学的葛渭高教授，首都师范大学的张景斌教授对本书进行了认真的审阅，提出了许多宝贵的意见，在此表示衷心的感谢。

本册教材主编是陈继泽，责任编辑是张程。

由于编写时间仓促和编写水平有限，对教材中不妥之处，欢迎从事职业教育的教师、专家和读者批评指正。

语文出版社

2005 年 9 月

# 目 录

<b>第七章 三角函数的图像与性质</b> .....	( 1 )
§ 7.1 正弦函数的图像与性质 .....	( 2 )
§ 7.2 余弦函数的图像与性质 .....	( 8 )
§ 7.3 正切函数的图像与性质 .....	( 12 )
归纳与总结 .....	( 15 )
<b>第八章 二次曲线</b> .....	( 21 )
§ 8.1 椭圆的标准方程和性质 .....	( 22 )
§ 8.2 双曲线的标准方程和性质 .....	( 29 )
§ 8.3 抛物线的标准方程和性质 .....	( 36 )
归纳与总结 .....	( 43 )
<b>第九章 数列</b> .....	( 49 )
§ 9.1 数列 .....	( 50 )
§ 9.2 等差数列 .....	( 53 )
§ 9.3 等差数列前 $n$ 项和 .....	( 58 )
§ 9.4 等比数列 .....	( 62 )
§ 9.5 等比数列前 $n$ 项和 .....	( 67 )
§ 9.6 数列的应用 .....	( 69 )
归纳与总结 .....	( 72 )
<b>第十章 排列与组合</b> .....	( 77 )
§ 10.1 分类计数原理和分步计数原理 .....	( 78 )
§ 10.2 排列定义 .....	( 82 )
§ 10.3 排列数计算公式及应用 .....	( 84 )
§ 10.4 组合定义 .....	( 90 )
§ 10.5 组合数计算公式及应用 .....	( 92 )
归纳与总结 .....	( 98 )
<b>第十一章 概率初步</b> .....	( 103 )
§ 11.1 概率的统计定义 .....	( 104 )
§ 11.2 古典概率 .....	( 108 )
§ 11.3 互斥事件与互相独立事件的概率 .....	( 113 )
§ 11.4 $n$ 次独立重复试验中恰好发生 $k$ 次的概率 .....	( 120 )
§ 11.5 离散型随机变量的概率分布列 .....	( 122 )
§ 11.6 离散型随机变量的数学期望与方差 .....	( 129 )

归纳与总结	.....	(139)
<b>第十二章 统计初步</b>	.....	(147)
§ 12.1 样本 抽样方法	.....	(148)
§ 12.2 总体分布的估计	.....	(152)
§ 12.3 正态分布	.....	(157)
§ 12.4 一元线性回归	.....	(161)
归纳与总结	.....	(165)
[附录 I] 随机数表	.....	(170)
[附录 II] 标准正态分布表	.....	(174)

# 第七章

## 三角函数的图像与性质

### 回顾与思考

我们在第五章任意角的三角函数中，学习了正弦函数、余弦函数及正切函数的定义。但是它们的图像什么样？各有些什么性质？这一章，我们将对此给出答案。在本章中，我们将采用描点法画出这三个函数的图像，并据此学习它们的性质。

## 第七章 三角函数图像与性质

### §7.1 正弦函数的图像与性质

## §7.1 正弦函数的图像与性质

### 一、正弦函数的图像

首先，我们用描点法做正弦函数  $y = \sin x$ ,  $x \in [0, 2\pi]$  的图像.

步骤如下：

(1) 列表：

$x$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	$2\pi$
$\sin x$	0	0.5	0.86	1	0.86	0.5	0	-0.5	-0.86	-1	-0.86	-0.5	0

(2) 描点：将下列各点描在坐标系中： $(0, 0)$ ,  $(\frac{\pi}{6}, 0.5)$ ,  $(\frac{\pi}{3}, 0.86)$ ,  $(\frac{\pi}{2}, 1)$ ,  $(\frac{2\pi}{3}, 0.86)$ ,  $(\frac{5\pi}{6}, 0.5)$ ,  $(\pi, 0)$ ,  $(\frac{7\pi}{6}, -0.5)$ ,  $(\frac{4\pi}{3}, -0.86)$ ,  $(\frac{3\pi}{2}, -1)$ ,  $(\frac{5\pi}{3}, -0.86)$ ,  $(\frac{11\pi}{6}, -0.5)$ ,  $(2\pi, 0)$ .

(3) 画图：用一条光滑曲线将所描的点依次连结起来，就得到了  $y = \sin x$ ,  $x \in [0, 2\pi]$  的图像，如图 7-1.

因为终边相同的角的三角函数值相等，所以正弦函数  $y = \sin x$ , 在  $\dots, x \in [-2\pi, 0]$ ,  $x \in [2\pi, 4\pi]$ ,  $x \in [4\pi, 6\pi]$ ,  $\dots$  时的图像，与  $x \in [0, 2\pi]$  时的图像的形状完全一样，只是位置不同。因此，只须把  $y = \sin x$ ,  $x \in [0, 2\pi]$  的图像向左和向右平行移动  $2\pi, 4\pi, \dots$  个单位，就可以得到正弦函数  $y = \sin x$ ,  $x \in \mathbb{R}$  的图像，如图 7-2。

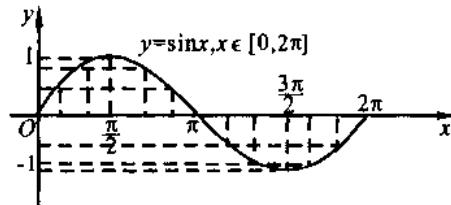


图 7-1

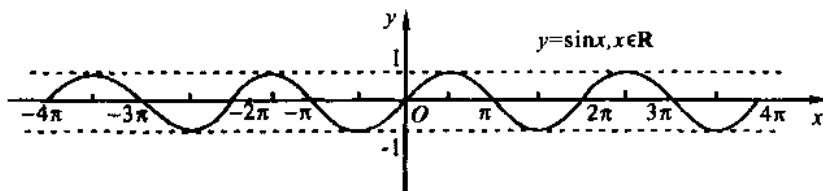


图 7-2

正弦函数  $y = \sin x$ ,  $x \in \mathbb{R}$  的图像叫做正弦曲线。

## 想一想

在用描点法画正弦函数图像的过程中，哪五个点起到了关键作用？

不难看出，正弦函数图像中， $(0, 0)$ ,  $(\frac{\pi}{2}, 1)$ ,  $(\pi, 0)$ ,  $(\frac{3\pi}{2}, -1)$ ,  $(2\pi, 0)$  这五个点是确定正弦函数  $y = \sin x$ ,  $x \in [0, 2\pi]$  图像的大致形状的关键点。

这就是说，把五个关键点描出后，函数图像的大致形状就基本确定了。因此，在精度要求不高时，可先描出这五个关键点，然后用光滑的曲线将它们连结起来，就可以得到相应区间上正弦函数的简图，这种画正弦函数简图的方法叫做“五点法”。

**例 1** 画出函数  $y = 1 + \sin x$ ,  $x \in [0, 2\pi]$  的简图。

解：列表：

$x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin x$	0	1	0	-1	0
$1 + \sin x$	1	2	1	0	1

描点画图：如图 7-3。

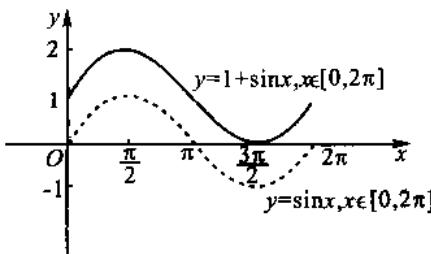


图 7-3

## 随堂练习 1

作函数  $y = -1 + \sin x$ ,  $x \in [0, 2\pi]$  的简图。

## 二、正弦函数的性质

正弦函数  $y = \sin x$  的性质：

1. 定义域： $x \in \mathbb{R}$ .
2. 值域： $y \in [-1, 1]$ .

就是说，当  $x \in \mathbb{R}$  时， $-1 \leq \sin x \leq 1$ 。

其中，当  $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  时，有  $y_{\text{最大值}} = 1$ ；

当  $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  时，有  $y_{\text{最小值}} = -1$ 。

## 第七章 三角函数的图像与性质

### §7.1 正弦函数的图像与性质

#### 想一想

下列各式中，哪一个不能成立？

(1)  $\sin^2 x = \frac{1}{4}$ ;      (2)  $2\sin x = 3$ ;      (3)  $1 + \sin x = 0$ .

3. 周期性： $T=2\pi$ .

在正弦曲线中，可以看出，每隔  $2\pi$ ，图像就重复出现，即其函数值重复出现，我们把这样的性质叫周期性。其中  $2\pi$  叫做正弦函数的最小正周期，简称周期。周期用字母  $T$  表示，即  $T=2\pi$ .

#### 想一想

根据正弦函数的周期性， $\sin\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right)$  等于什么？

4. 奇偶性： $y=\sin x$ ,  $x \in \mathbb{R}$  是奇函数。

在正弦曲线中，可以看出，它关于原点中心对称。这正是奇函数的图像特征。所以  $y=\sin x$ ,  $x \in \mathbb{R}$  是奇函数，因此有  $\sin(-x) = -\sin x$ .

5. 单调性：

在正弦曲线中，可以看出，正弦函数不是单调函数，因此，需在不同的单调区间中，了解它是递增还是递减。我们看到，当  $x$  由  $-\frac{\pi}{2}$  增大到  $\frac{\pi}{2}$  时， $\sin x$  由  $-1$  增大到  $1$ ；当  $x$  由  $\frac{\pi}{2}$  增大到  $\frac{3\pi}{2}$  时， $\sin x$  由  $1$  减小到  $-1$ 。即正弦函数  $y=\sin x$ ，在区间  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  是增函数；在区间  $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$  是减函数。

根据正弦函数的周期性，我们得到：

$y=\sin x$  在每个闭区间  $\left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  都是增函数；在每个闭区间  $\left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right]$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  都是减函数。

例 2 根据正弦函数的单调性比较下列各对正弦值的大小。

(1)  $\sin \frac{\pi}{5}$  与  $\sin \frac{2\pi}{5}$ ;      (2)  $\sin \frac{3\pi}{5}$  与  $\sin \frac{4\pi}{5}$ .

解：(1)  $\because y=\sin x$  在  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  是增函数，

且  $\frac{\pi}{5} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ ,  $\frac{2\pi}{5} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ ,

同时  $\frac{\pi}{5} < \frac{2\pi}{5}$ ,

$$\therefore \sin \frac{\pi}{5} < \sin \frac{2\pi}{5}.$$

(2)  $\because y = \sin x$  在  $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$  是减函数,

$$\text{且 } \frac{3\pi}{5} \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right], \quad \frac{4\pi}{5} \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right],$$

$$\text{同时 } \frac{3\pi}{5} < \frac{4\pi}{5},$$

$$\therefore \sin \frac{3\pi}{5} > \sin \frac{4\pi}{5}.$$

**说明:** 当两个角在正弦函数的同一个单调区间内时, 可直接利用正弦函数在这个单调区间的单调性比较这两个角的正弦值的大小.

### 随堂练习 2

1.  $y = 1 + \sin x$  的最大值是 \_\_\_\_\_, 最小值是 \_\_\_\_\_.

2. 比较下列各对正弦值的大小:

$$(1) \sin\left(-\frac{\pi}{5}\right) \text{ 与 } \sin\left(-\frac{2\pi}{5}\right); \quad (2) \sin \frac{4\pi}{7} \text{ 与 } \sin \frac{5\pi}{7}.$$

### 三、正弦型函数简介

形如  $y = A \sin(\omega x + \varphi)$  (其中  $A, \omega, \varphi$  是常数,  $x \in \mathbb{R}$ ) 的函数叫做正弦型函数.

$$\text{如: } y = 3 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right),$$

$$y = 3 \sin 2x,$$

$$y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right),$$

$$y = \frac{1}{2} \sin x,$$

.....

都属于正弦型函数.

当  $A > 0, \omega > 0$  时, 函数  $y = A \sin(\omega x + \varphi)$  的主要性质如下:

1. 定义域:  $x \in \mathbb{R}$ .
2. 值域:  $y \in [-A, A]$ .

就是说, 函数  $y = A \sin(\omega x + \varphi)$  的最大值是  $A$ , 最小值是  $-A$ .

### 练一练 2

指出下列函数的最大值与最小值:

## 第七章 三角函数的图像与性质

### §7.1 正弦函数的图像与性质

$$(1) \quad y = \frac{3}{4} \sin x;$$

$$(2) \quad y = 2 \sin 5x;$$

$$(3) \quad y = 3 \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right);$$

$$(4) \quad y = \frac{1}{2} \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right);$$

$$(5) \quad y = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right);$$

$$(6) \quad y = 5 \sin\left(\frac{1}{5}x + \frac{\pi}{5}\right).$$

$$3. \text{ 周期: } T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

例 3 求下列函数的周期:

$$(1) \quad y = 3 \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right);$$

$$(2) \quad y = 2 \sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{3}\right).$$

解: (1) ∵ 在函数  $y = 3 \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$  中,  $\omega = 2$ ,

$$\therefore T = \frac{2\pi}{2} = \pi;$$

(2) ∵ 在函数  $y = 2 \sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{3}\right)$  中,  $\omega = \frac{1}{2}$ ,

$$\therefore T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 2\pi \times 2 = 4\pi.$$

例 4 画出下列函数在长度为一个周期内的闭区间上的简图:

$$(1) \quad y = \sin 2x; \quad (2) \quad y = \sin \frac{1}{2}x.$$

解: (1) 在函数  $y = \sin 2x$  中,  $\omega = 2$ ,  $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ .

画  $x \in [0, \pi]$  时函数的简图:

设  $2x = X$ , 则  $y = \sin X$ , 根据函数  $y = \sin X$ ,  $X \in [0, 2\pi]$  的图像上五个关键点的坐标 (见下表):

$X$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$y = \sin X$	0	1	0	-1	0

可知, 函数  $y = \sin 2x$ ,  $x \in [0, \pi]$  的图像上五个关键点的坐标如下表所示:

$x$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\pi$
$y = \sin 2x$	0	1	0	-1	0

为简便起见, 上面两表可合并列成下表:

## 第七章 三角函数的图像与性质

### §7.1 正弦函数的图像与性质

$x$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\pi$
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$y = \sin 2x$	0	1	0	-1	0

将下列各点描在坐标系中:  $(0, 0)$ ,  $(\frac{\pi}{4}, 1)$ ,  $(\frac{\pi}{2}, 0)$ ,  $(\frac{3\pi}{4}, -1)$ ,  $(\pi, 0)$ . 然

后用一条光滑的曲线将各点依次连结起来, 就得到了函数  $y = \sin 2x$ ,  $x \in [0, \pi]$  的简图, 如图 7-4.

(2) 在函数  $y = \sin \frac{1}{2}x$  中,  $\omega = \frac{1}{2}$ ,  $T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$ .

画  $x \in [0, 4\pi]$  时函数的简图:

仿照(1)中的方法, 我们得到

$x$	0	$\pi$	$2\pi$	$3\pi$	$4\pi$
$\frac{1}{2}x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin \frac{x}{2}$	0	1	0	-1	0

将下列各点描在坐标系中:  $(0, 0)$ ,  $(\pi, 1)$ ,  $(2\pi, 0)$ ,  $(3\pi, -1)$ ,  $(4\pi, 0)$ . 然后用一条光滑曲线将各点依次连结起来, 就得到了函数  $y = \sin \frac{1}{2}x$ ,  $x \in [0, 4\pi]$  的简图, 如图 7-4.

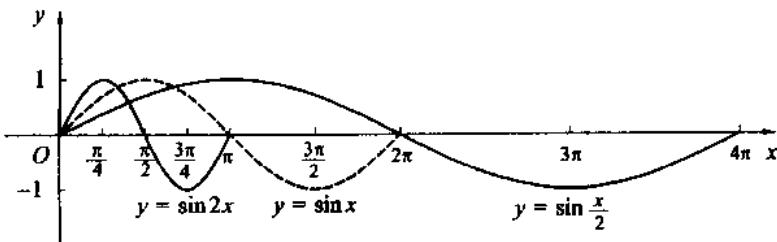


图 7-4

### 随堂练习 3

求下列函数的最大值, 最小值及周期:

$$(1) y = 4 \sin 4x; \quad (2) y = 2 \sin \frac{1}{2}x;$$

$$(3) y = 5 \sin \left(2x + \frac{\pi}{7}\right); \quad (4) y = \frac{1}{3} \sin \left(x - \frac{\pi}{4}\right).$$

## 第七章 三角函数的图像与性质

### §7.2 余弦函数的图像与性质

#### 习题 7.1

1. 用“五点法”画出下列函数的图像：

$$(1) y = 2 + \sin x, x \in [0, 2\pi];$$

$$(2) y = -\sin x, x \in [0, 2\pi].$$

2. 下列等式中，成立的是（ ）。

A.  $2 - \sin x = 0$       B.  $3 \sin x = 2$

C.  $\sin^2 x = \frac{3}{2}$       D.  $3 \sin x = 1$

3.  $y = 2 \sin x$  的最大值是\_\_\_\_\_，最小值是\_\_\_\_\_。

4. 利用正弦函数的单调性，比较下列各组中两个正弦值的大小：

$$(1) \sin\left(-\frac{2\pi}{5}\right) \text{ 与 } \sin\frac{\pi}{5};$$

$$(2) \sin\left(-\frac{\pi}{7}\right) \text{ 与 } \sin\left(-\frac{\pi}{8}\right);$$

$$(3) \sin\frac{3\pi}{5} \text{ 与 } \sin\frac{4\pi}{5};$$

$$(4) \sin\frac{4\pi}{5} \text{ 与 } \sin\frac{7\pi}{5}.$$

5. 用“五点法”画出下列函数的图像：

$$(1) y = \sin\frac{2}{3}x; (2) y = 2 \sin 2x.$$

6. 求下列各函数的最大值、最小值及周期。

$$(1) y = 3 \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right); (2) y = \frac{1}{3} \cdot \sin\left(\frac{1}{3}x - \frac{\pi}{6}\right).$$

### §7.2 余弦函数的图像与性质

#### 一、余弦函数的图像

首先，我们用描点法作余弦函数  $y = \cos x, x \in [0, 2\pi]$  的图像。

步骤如下：

(1) 列表：

$x$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	$2\pi$
$\cos x$	1	0.86	0.5	0	-0.5	-0.86	-1	-0.86	-0.5	0	0.5	0.86	1

(2) 描点：将下列各点描在坐标系中： $(0, 1)$ ,  $(\frac{\pi}{6}, 0.86)$ ,  $(\frac{\pi}{3}, 0.5)$ ,  $(\frac{\pi}{2}, 0)$ ,

$$\left(\frac{2\pi}{3}, -0.5\right), \left(\frac{5\pi}{6}, -0.86\right), (\pi, -1), \left(\frac{7\pi}{6}, -0.86\right), \left(\frac{4\pi}{3}, -0.5\right), \left(\frac{3\pi}{2}, 0\right), \left(\frac{5\pi}{3}, 0.5\right), \\ \left(\frac{11\pi}{6}, 0.86\right), (2\pi, 1).$$

(3) 画图: 用一条光滑曲线将所描的点依次连结起来, 就得到了  $y = \cos x$ ,  $x \in [0, 2\pi]$  的图像, 如图 7-5.

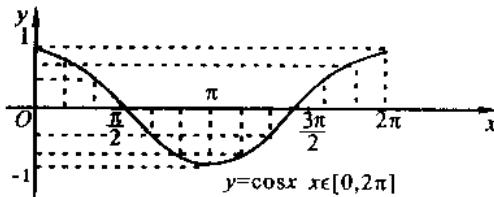


图 7-5

把  $y = \cos x$ ,  $x \in [0, 2\pi]$  的图像向左和向右平移  $2\pi$ ,  $4\pi$ , … 就可以得到余弦函数  $y = \cos x$ ,  $x \in \mathbb{R}$  的图像, 如图 7-6.

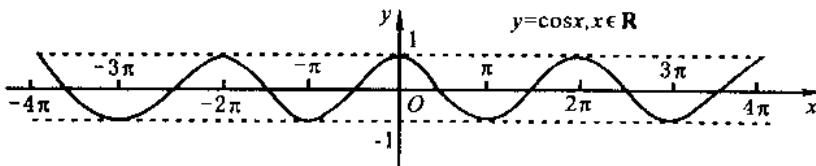


图 7-6

余弦函数  $y = \cos x$ ,  $x \in \mathbb{R}$  的图像叫做余弦曲线.

### 想一想

在用描点法画余弦函数图像的过程中, 哪五个点起到了关键作用?

不难看出,  $(0, 1)$ ,  $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ ,  $(\pi, -1)$ ,  $\left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)$ ,  $(2\pi, 1)$  这五个点是确定余弦函数  $y = \cos x$ ,  $x \in [0, 2\pi]$  图像的关键点. 今后就可以利用这五个关键点画余弦函数在相应区间的简图.

**例 1** 作函数  $y = \cos x$ ,  $x \in [0, 2\pi]$  的简图.

**解:** 列表:

$x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\cos x$	1	0	-1	0	1
$-\cos x$	1	0	-1	0	1

描点画图: 如图 7-7.