

● 浙江省中等职业教育教材配套复习用书

◆ 上海东方激光教育文化有限公司 组编

(配人教版)

浙江中职导学与同步训练 ● 第一册

数 学

(高一下学期)

中国三峡出版社

浙江省中等职业教育教材配套复习用书

● 上海东方激光教育文化有限公司 组编

浙江中职数学与同步训练 (配人教版)
第一册

数 学

(高一下学期)

编 委 会 主 任	江照富
编委会副主任	江再智 潘月林
丛 书 编 委	李福林 陈岳松 王 岗 卢文静 项琳冰 傅妙西 李彩云
本 册 主 编	王凌坚
本 册 副 主 编	黄国平
本 册 编 委	李贇炯 张卫平 林 敏 梁 辉

中国三峡出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

浙江省中职导学与同步训练. 第一册: 人教版
/ 上海东方激光教育文化有限公司 组编.

— 北京: 中国三峡出版社, 2005. 8

ISBN 7-80099-971-8

I. 浙… II. 上… III. ①语文课 - 专业学校 - 教学参考资料
②数学课 - 专业学校 - 教学参考资料 ③英语课 - 专业学校 - 教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 084101 号

中国三峡出版社出版发行

(北京市海淀区太平路 23 号院 12 号楼 100036)

电话: (010) 68218553 51933037

<http://www.e-zgsx.com>

E-mail: sanxiaz@sina.com

江阴市天江印刷有限公司印制 新华书店经销

2005 年 9 月第 1 版 2005 年 9 月第 1 次印刷

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 56 字数: 1344 千字

ISBN 7-80099-971-8 定价: 78.00 元 (全八册)

前 言

为了适应中等职业教育教学改革、发展新形势的需要,全面推进素质教育,认真贯彻教育部颁布的中等职业学校课程教学大纲的精神,我们组织了一批具有丰富实践经验、熟悉教学一线实际情况的教研员和骨干教师编写了这套《导学与同步训练》系列丛书,旨在对教材的学习内容进行系统的梳理、提炼,且通过单元测试、期中测试、期末测试,及时巩固、加强已学的知识,把握教材的知识点,促进学生知识系统的形成,提高学生分析问题和解决问题的能力。

本套丛书为教师的教学和检测提供实用的材料,为学生消化巩固所学内容及时提供实在的依据,特别是为有志参加浙江省高等职业技术教育招生考试(单考单招)的学生提供具有系统性、针对性的学习资料。

末套丛书包括语、数、英三个学科,《导学与同步训练·语文》系列依据人教版中等职业教育国家规划教材编写;《导学与同步训练·数学》系列依据人民教育出版社基础版的教材编写;《导学与同步训练·英语》系列依据浙江人民出版社的教材编写。同时各科的编写均参考了浙江省高等职业技术教育招生考试大纲。

《导学与同步训练·数学》分复习用书四册及阶段综合测试卷四册,根据每个学期编写复习用书一册和试卷一册。高一上册编写了第一册教材中第一章到第四章的内容,高一下册编写了第一册教材中第五章和第六章的内容;高二上新编写了第二册教材中第八章和第九章的内容,高二下册编写了第二册教材中第十章和第十一章的内容。但不包括选学部分。

数学复习用书编写特点是:

1. 同步 反映中等职业教育教学大纲的知识点,紧扣教材基本内容,与教材、与学生日常学习同步。

2. 实用 按课时编写,每课时都梳理了本课时所对应的概念、定理、公式、性质或重要的结论等,以帮助学生理清各章节的知识要点;并经过典型例题的讲解与点评,引导学生会应用所学的知识去解决相关问题,并且能举一反三,把知识学活学精;再对末课时的内容进行自我检查,配有基础题和提高题。

3. 层次 根据职校学生的特点和实际水平按层次进行编写。每节配有相应的测试题,每章、中期末都配有A、B卷。A卷属于基本要求,突出学生对基础知识的掌握;B卷属于较高要求,注重知识面的拓展与学生综合能力的培养。

本新复习用书由王凌坚任主编,黄国平任副主编,李赞炯、张卫平、林教、梁辉等参加了编写。由于组稿时间紧迫,书中难免存在一些不足,恳请广大师生批评指正,以便我们不断完善。

《导学与同步训练》编写组

E-mail: 0571donghang@sina.com

目录

第五章 三角函数

一 角的概念推广及其度量

5.1 角的概念推广	1
5.2 弧度制	4

二 任意角的三角函数

5.3 任意角的三角函数	7
5.3.1 任意角三角函数的定义	7
5.3.2 轴与有向线段	10
5.3.3 单位圆与三角函数线	10
5.3.4 三角函数在各象限的符号	13
5.4 同角三角函数的基本关系式(一)	16
5.4 同角三角函数的基本关系式(二)	19

三 诱导公式与和角公式

5.5 诱导公式	23
5.6 和角公式	25
5.7 倍角公式	29

四 三角函数的图象和性质

5.8 正弦函数的图象和性质	32
5.9 正弦型函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象与性质	36
5.10 余弦函数的图象和性质	40
5.11 正切函数的图象和性质	44
5.12 已知三角函数值求角	47

章综合测试卷(A)	50
-----------------	----

章综合测试卷(B)	53
-----------------	----

期中测试卷(A)	56
----------------	----

期中测试卷(B)	60
----------------	----

第六章 平面向量

一 向量的加法与减法运算

6.1 向量的概念	64
6.2 向量的加法与减法运算	67
6.2.1 向量的加法	67
6.2.2 向量的减法	69

二 数乘向量

6.3 数乘向量	72
6.4 平行向量基本定理与轴上向量的坐标运算	75
6.5 向量的分解	77

三 向量的直角坐标运算

6.6 向量的直角坐标	80
6.7 向量平行的充要条件	82
6.8 中点公式与定比分点	84
6.9 平移公式	87

四 向量内积及其运算

6.10 向量的内积	90
6.11 向量内积运算律	92
6.12 向量内积的坐标运算与距离公式	94

五 向量的应用

6.13 向量的应用	97
------------	----

六 余弦定理、正弦定理及其应用

6.14 余弦定理	100
6.15 正弦定理	104
6.16 三角形的面积	108

章综合测试卷(A)	113
-----------	-----

章综合测试卷(B)	116
-----------	-----

期末测试卷(A)	119
----------	-----

期末测试卷(B)	123
----------	-----

参考答案	127
------	-----

打击盗版 举报有奖	151
-----------	-----

第五章 三角函数

— 角的概念推广及其度量

5.1 角的概念推广

【知识要点】

1. 正角、负角和零角

按逆时针方向旋转而成的角叫做正角；

按顺时针方向旋转而成的角叫做负角；

不作任何旋转而成的角叫做零角。

2. 终边相同的角

角的顶点与坐标原点重合，角的始边与 x 轴的正半轴重合，终边落在同一条射线上的角叫做终边相同的角；

与角 α 终边相同的角的集合记为 $\{x \mid x = \alpha + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$ 。

3. 象限角与不属于任何象限的角

终边落在象限内的角叫做象限角，按照终边的位置，又可分为第一象限角、第二象限角、第三象限角、第四象限角。

终边落在坐标轴上的角叫不属于任何象限的角，如 $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ 等。

【例题解析】

【例 1】 先求出与下列各角终边相同的最小正角，指出是哪个象限的角且用集合表示与下列各角终边相同的角？

(1) -210° ; (2) 378° ; (3) 2004° 。

【分析】 可利用终边相同的角的表达式 $\alpha + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ 中寻找 k 的值来确定最小正角，然后再根据最小正角所在的象限来判断是第几象限的角。

【解】 (1) 与 -210° 角终边相同的角可表示为 $\alpha = -210^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

当 $k = 1$ 时， $\alpha = 150^\circ$

$\therefore$ 与 -210° 角终边相同的最小正角是 150° ，它是第二象限角

与 -210° 角终边相同的角的集合是 $\{x \mid x = -210^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$ 。

(2) 与 378° 角终边相同的角可表示为 $\alpha = 378^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

当 $k = -1$ 时， $\alpha = 18^\circ$

$\therefore$ 与 378° 角终边相同的最小正角是 18° ，它是第一象限角

与 378° 角终边相同的角的集合是 $\{x \mid x = 18^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$ 。

(3) 与 2004° 角终边相同的角可表示为 $\alpha = 2004^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

当 $k = -5$ 时， $\alpha = 204^\circ$

$\therefore$ 与 2004° 角终边相同的最小正角是 204° ，它是第三象限角

与 2004° 角终边相同的角的集合是 $\{x \mid x = 204^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$ 。

【点评】 集合 $\{x \mid x = -210^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$ 与集合 $\{x \mid x = 150^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$

相等,它们都可用来表示与 -210° 角终边相同的角的集合.

【例2】 写出终边在 x 轴上的角的集合

【分析】 终边在 x 轴上的角就是终边在 x 轴的正半轴上或是在 x 轴的负半轴上的角,也就是与 0° 或 180° 角终边相同的角.

【解】 终边在 x 轴的正半轴上的角的集合是

$$M = \{\alpha \mid \alpha = 0^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\} = \{\alpha \mid \alpha = 2k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$$

终边在 x 轴的负半轴上的角的集合是

$$N = \{\alpha \mid \alpha = 180^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\} = \{\alpha \mid \alpha = (2k+1) \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$$

则终边在 x 轴上的角的集合是

$$\begin{aligned} M \cup N &= \{\alpha \mid \alpha = 2k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\alpha \mid \alpha = (2k+1) \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\} \\ &= \{\alpha \mid \alpha = k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}. \end{aligned}$$

【点评】 180° 角的偶数倍与奇数倍合在一起就是 180° 的整数倍.

【同步精练】

基础题

一、选择题

- 角 130° 是 ()
A. 第一象限角 B. 第二象限角
C. 第三象限角 D. 第四象限角
- 与 -240° 角终边相同的最小正角是 ()
A. 60° B. 30° C. 120° D. 150°
- 已知 $\alpha = 75^\circ$, 则 4α 是 ()
A. 第一象限角 B. 第二象限角
C. 第三象限角 D. 第四象限角
- 若点 $P(0,1)$ 是角 α 终边上的一点, 则 α 是 ()
A. 第一象限角 B. 第二象限角
C. 第一或第二象限角 D. 不属于任何象限的角
- 与 -145° 角终边相同的角的集合是 ()
A. $\{\alpha \mid \alpha = 215^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
B. $\{\alpha \mid \alpha = 215^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
C. $\{\alpha \mid \alpha = 145^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
D. $\{\alpha \mid \alpha = -145^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
- 已知角 β 是钝角, 则 $\beta/2$ 是 ()
A. 第一象限角 B. 第二象限角
C. 第三象限角 D. 第四象限角

二、填空题

- 已知角 α 的终边过点 $(3, -4)$, 则角 α 是第_____象限的角.
- 在 $-360^\circ \sim 360^\circ$ 间, 与 390° 角终边相同的角有_____.
- 若 α 是锐角, 则 α 是第_____象限的角, 2α 是第_____象限的角.

三、解答题

10. 将下列各角表示成 $k \cdot 360^\circ + \alpha$ ($0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$) 形式, 并指出是哪个象限的角?

(1) 410° ; (2) -620° ; (3) -78° .

11. 先求出与下列各角终边相同的最小正角, 并表示与下列各角终边相同的角的集合?

(1) 680° ; (2) -312° ; (3) 1256° .

12. 写出终边在直线 $y = -x$ 上的角的集合.

提高题

1. 若 α 是第一象限角, 试判断 $\alpha/2, 2\alpha$ 是第几象限的角?

2. 用集合表示下列角.

(1) 第一象限角;

(2) 第一或第三象限角.

5.2 弧度制

【知识要点】

1. 角度制

把一周圆 360 等分, 则其中 1 份所对的圆心角叫做 1 度的角, 记作 1° .

以度为单位来度量角的制度叫做角度制. 如 50° 表示 1° 角的 50 倍.

2. 弧度制

把等于半径长的圆弧所对的圆心角叫做 1 弧度的角, 记作 1 rad.

以弧度为单位来度量角的制度叫做弧度制.

3. “度”与“弧度”之间的互化

$$\because 1 \text{ 周角} = 360^\circ = 2\pi \text{ 弧度} \quad (\alpha = \frac{l}{r} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi)$$

$$\therefore \pi = 180^\circ$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad} \approx 0.01745 \text{ rad} \quad 1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} = 57.3^\circ$$

特殊角的角度与弧度对照表

角度制	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	180°	270°	360°
弧度制	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

4. 角的弧度数与实数之间的关系

用弧度制表示角时, “弧度”两字通常略去不写.

正角的弧度数为正数, 负角的弧度数为负数, 零角的弧度数为零. 实数与角之间存在一一对应关系, 即实数可以看成角, 角也可以看成实数.

【例题解析】

【例 1】 将下列各角弧度化为角度或角度化为弧度

$$(1) 72^\circ; (2) \frac{5\pi}{8}; (3) 2.$$

【分析】 72° 的含义是 1° 角的 72 倍而 $1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$

$$\text{所以 } 72^\circ = 72 \times \frac{\pi}{180} = \frac{2\pi}{5}$$

$$\frac{5\pi}{8} \text{ 的含义是 } 1 \text{ rad 的 } \frac{5\pi}{8} \text{ 倍, 而 } 1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi}$$

$$\text{所以 } \frac{5\pi}{8} = \frac{5\pi}{8} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 112.5^\circ$$

$$\text{【解】 } (1) 72^\circ = 72 \times \frac{\pi}{180} = \frac{2\pi}{5}.$$

$$(2) \frac{5\pi}{8} = \frac{5\pi}{8} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 112.5^\circ.$$

$$(3) 2 = 2 \times \frac{180^\circ}{\pi} \approx 114.6^\circ.$$

【点评】 角与实数一一对应, 角可以理解为实数, 同样实数也可理解为角. 即实数就是

角,角就是实数,弧度数为2的角是第二象限角.

【例2】 若扇形的半径为12cm,弧长是 8π cm.问扇形的圆心角是多少弧度?多少度?

【分析】 将公式 $\alpha = \frac{l}{r}$ 理解为方程,只要已知两个量就可求得第三个量,这是弧度制下的圆心角计算公式.

【解】 由公式 $\alpha = \frac{l}{r}$ 将

$$\text{圆心角 } \alpha = \frac{l}{r} = \frac{8\pi}{12} = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ$$

扇形的圆心角是 $\frac{2\pi}{3}$ 弧度,即 120° .

【点评】 由 $\alpha = \frac{l}{r}$ 得 $l = \alpha r$ 此公式为弧长计算公式,其中角 α 必须是弧度制.

【同步精练】

基础题

一、选择题

1. 将 $\frac{7\pi}{12}$ 弧度化为度,正确的是 ()

- A. 75° B. 84° C. 105° D. 126°

2. 弧度数为3的角是 ()

- A. 第一象限角 B. 第二象限角 C. 第三象限角 D. 第四象限角

3. 用弧度表示终边与 $\frac{2\pi}{3}$ 角终边相同的角的集合中,正确的是 ()

- A. $\{\alpha \mid \alpha = \frac{2\pi}{3} + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$ B. $\{\alpha \mid \alpha = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
C. $\{\beta \mid \beta = 120^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$ D. $\{\beta \mid \beta = 120^\circ + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

4. 将角 $-\frac{7\pi}{3}$ 表示成 $2k\pi + \alpha$ ($0 \leq \alpha < 2\pi$), $k \in \mathbb{Z}$ 的形式是 ()

- A. $-\frac{7\pi}{3} = -2\pi - \frac{\pi}{3}$ B. $-\frac{7\pi}{3} = -3\pi + \frac{2\pi}{3}$
C. $-\frac{7\pi}{3} = -4\pi + \frac{5\pi}{3}$ D. $-\frac{7\pi}{3} = -\pi - \frac{4\pi}{3}$

5. 设角 α 是钝角三角形的最大内角,则角 $\alpha \in$ ()

- A. $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ B. $(0, \pi)$ C. $(0, \frac{\pi}{2})$ D. $[\frac{\pi}{2}, \pi)$

6. 若 β 是三角形的最小内角,则 $\beta \in$ ()

- A. $(0, \frac{\pi}{2})$ B. $(0, \frac{\pi}{4}]$ C. $(0, \frac{\pi}{6}]$ D. $(0, \frac{\pi}{3}]$

二、填空题

7. $-\frac{3\pi}{5} =$ _____ 度,是第 _____ 象限角.

8. $1040^\circ =$ _____ rad.

9. 在半径为3的圆中, 135° 角所对的圆弧长等于 _____.

三、解答题

10. 在 $0 \sim 2\pi$ 间找出下列各角终边相同的角, 并判断它们各是哪个象限的角.

(1) $\frac{17\pi}{4}$; (2) $-\frac{8\pi}{3}$; (3) $\frac{23\pi}{8}$.

11. 经过 2 个小时的时间, 时针与分针各转了多少度? 等于多少弧度?

12. 若扇形的圆心角为 120° , 所对的弧长为 3π , 求这扇形的面积.

提高题

1. 若 α 是钝角, 试判断 $7\pi + \alpha$, 与 $7\pi - \alpha$ 分别是第几象限的角?

2. 用弧度制表示下列象限的集合.

(1) 第二象限角;

(2) 第二或第四象限角.

二 任意角的三角函数

5.3 任意角的三角函数

5.3.1 任意角三角函数的定义

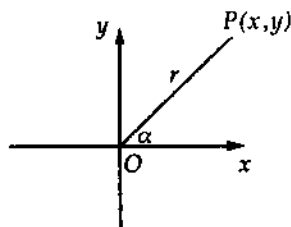
【知识要点】

定义: 设 α 为任意大小的角, 顶点为坐标原点, 始边在 x 轴的正半轴上, 终边上任意一点 $P(x, y)$, 设 $|OP| = r$, 则 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$,

那么, 角 α 的余弦 $\cos \alpha = \frac{x}{r}$, 角 α 的正割 $\sec \alpha = \frac{r}{x}$,

角 α 的正弦 $\sin \alpha = \frac{y}{r}$, 角 α 的余割 $\csc \alpha = \frac{r}{y}$,

角 α 的正切 $\tan \alpha = \frac{y}{x}$, 角 α 的余切 $\cot \alpha = \frac{x}{y}$,



注: 当角 α 的终边在 y 轴上时, 即 $\alpha = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ 时, $\tan \alpha, \sec \alpha$ 没有意义;

当角 α 的终边在 x 轴上时, 即 $\alpha = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ 时, $\cot \alpha, \csc \alpha$ 没有意义.

【例题解析】

【例 1】 已知 P 为第二象限角的角 α 终边上一点, 且其纵坐标 $y = 4, |OP| = 5$, 求角 α 的三角函数值.

【分析】 先求出点 P 的横坐标, 然后根据任意角三角函数的定义求解.

【解】 设 $P(x, 4)$

$$\because |OP| = 5, \therefore \sqrt{x^2 + 4^2} = 5, \therefore x = \pm 3$$

$$\text{又} \because \text{点 } P \text{ 在第二象限}, \therefore x = -3$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{x}{r} = -\frac{3}{5}, \sin \alpha = \frac{y}{r} = \frac{4}{5}, \tan \alpha = \frac{y}{x} = -\frac{4}{3},$$

$$\sec \alpha = \frac{r}{x} = -\frac{5}{3}, \csc \alpha = \frac{r}{y} = \frac{5}{4}, \cot \alpha = \frac{x}{y} = -\frac{3}{4}.$$

【点评】 熟记任意角的三角函数的定义, 求解过程中注意角 α 的终边所在象限.

【例 2】 已知角 α 是第四象限角, 并且终边在直线 $y = -x$ 上, 求角 α 的正弦值、余弦值、正切值.

【分析】 在角 α 的终边上任取一点, 再根据任意角的三角函数定义求解.

【解】 $\because$ 角 α 是第四象限角, 且终边在直线 $y = -x$ 上,

$\therefore$ 不妨在角 α 的终边上取点 $P(1, -1)$,

$$\therefore r = |OP| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2},$$

$$\therefore \sin \alpha = \frac{y}{r} = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \cos \alpha = \frac{x}{r} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \tan \alpha = \frac{y}{x} = -1.$$

【点评】 由于任意角的三角函数值与终边所取点的位置无关, 因此在计算时一般可取便于计算的特殊点.

【同步精练】

基础题

一、选择题

1. 下列说法正确的是 ()
A. 任意角 α 的三角函数值的大小与其终边上取点 P 的位置有关
B. 终边相同的角同名三角函数值相等
C. 对于正切函数 $\tan \alpha$, 角 α 可取一切实数
D. $\sin 6$ 没有意义
2. 角 α 的终边经过点 $P(3, 4)$, 则 $\sin \alpha$ 等于 ()
A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{3}{4}$
3. 已知角 α 的终边上有一点 $P(3, 0)$, 则 $\tan \alpha$ 等于 ()
A. 3 B. 0 C. 不存在 D. 1
4. 已知角 α 的终边落在 y 轴负半轴上, 则 $\cos \alpha$ 等于 ()
A. 1 B. -1 C. 0 D. 不存在
5. 已知第二象限角 α 的终边上有一点 $(-5, y)$, 且 $|OP| = 13$, 则 y 的值为 ()
A. 12 B. -12 C. ± 12 D. 不存在
6. $\csc \alpha \sin \alpha + \cot \alpha \tan \alpha$ 等于 ()
A. 0 B. 1 C. -1 D. 2

二、填空题

7. 已知角 α 的终边经过点 $P(-4, 3)$, 则 $\sin \alpha + \cos \alpha =$ _____.
8. 已知角 α 的终边经过点 $P(-1, -1)$, 则 $\cot \alpha =$ _____.
9. 已知角 $\alpha = 60^\circ$, 且角 α 的终边上有一点 P , $|OP| = 4$, 则点 P 的坐标为 _____.

三、解答题

10. 已知角 α 的终边上有一点 $P(-2, 2)$, 求角 α 的六个三角函数值.

11. 已知 $P(x, y)$ 为第三象限的角 α 终边上一点, 且 $x = -5$, $|OP| = 13$, 求角 α 的六个三角函数值.

12. 若角 α 的终边上有点 $P(x, 8)$, 且 $\cos\alpha = \frac{x}{17}$, ($x \neq 0$), 求 x 的值.

若角 α 是第二象限角, 那么 x 的值又是多少呢?

提高题

1. 已知角 α 的终边经过点 $P(-4a, 3a)$, ($a \neq 0$), 求 $\sin\alpha, \cos\alpha, \tan\alpha$ 的值.

2. 已知角 α 是第二象限角, 并且终边在直线 $y = -2x$ 上, 求 $\sin\alpha, \cos\alpha, \tan\alpha$ 的值.

5.3.2 轴与有向线段

【知识要点】

1. 有向线段有关概念

(1) 定义: 具有方向的线段叫做有向线段.

(2) 表示方法: 以 A 为始点, 以 B 为终点的有向线段记作 $\overrightarrow{AB}$.

(3) 长度: 线段 AB 的长度叫做有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 的长度 (或模), 记作 $|\overrightarrow{AB}|$.

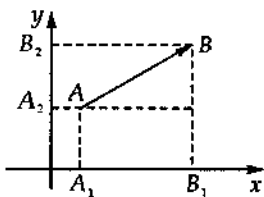
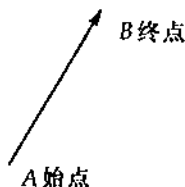
(4) 三要素: 起点、方向、长度.

(5) 相等的有向线段: 如果两条有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{CD}$ 同向且等长, 则 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{CD}$ 相等, 记作 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

2. 有向线段在轴上的数量

根据有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 与轴 l 的方向相同或相反, 分别把它的长度加上正号或负号, 这样得到的数, 叫做有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 在轴 l 上的数量, 记作 AB .

3. (如图) 在直角坐标系内, $\overrightarrow{AB}$ 是任意一条有向线段, $\overrightarrow{A_1B_1}$ 、 $\overrightarrow{A_2B_2}$ 分别为 $\overrightarrow{AB}$ 在 x 轴、 y 轴上的正射影, x 轴正向到 $\overrightarrow{AB}$ 方向的转角为 θ , 则 $A_1B_1 = |\overrightarrow{AB}| \cos \theta$, $A_2B_2 = |\overrightarrow{AB}| \sin \theta$.



5.3.3 单位圆与三角函数线

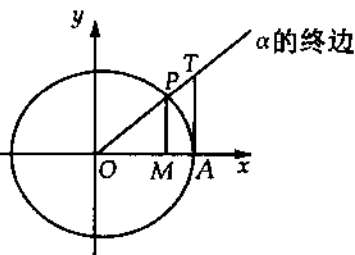
【知识要点】

1. 单位圆

半径为 1 的圆叫单位圆.

2. 三角函数线

设角 α 的顶点在圆心 O , 始边与 x 轴的正半轴重合, 终边与单位圆相交于点 P , 过点 P 作 PM 垂直 x 轴于 M , 则 $P(\cos \alpha, \sin \alpha)$, 其中 $\cos \alpha = OM$, $\sin \alpha = MP$, 有向线段 $\overrightarrow{OM}$ 、 $\overrightarrow{MP}$ 分别叫做角 α 的余弦线、正弦线. 设单位圆在 A 点的切线与 α 的终边或其反向延长线相交于点 T , $AT = \tan \alpha$, 则 $\overrightarrow{AT}$ 叫做角 α 的正切线. (如图)



【例圆解析】

【例 1】在直角坐标系中, x 轴正方向到有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 方向的转角为 60° , $|\overrightarrow{AB}| = 8$, 则有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 在 x 轴的正射影数量为 _____, 在 y 轴的正射影数量为 _____.

【分析】根据有向线段在轴上的正射影数的定义即可得到.

【解】 $\overrightarrow{AB}$ 在 x 轴的正射影数量为 $|\overrightarrow{AB}| \cos 60^\circ = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4$,

在 y 轴的正射影数量为 $|\overrightarrow{AB}| \sin 60^\circ = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$.

【例2】 利用单位圆求 $\frac{7\pi}{6}$ 的正弦、余弦、正切值.

【分析】 画出单位圆与 $\frac{7\pi}{6}$ 的三角函数线, 利用三角函数线求解三解函数值.

【解】 画出单位圆示意图, $\angle xOP = \frac{7\pi}{6}$ (如图)

在 $\text{Rt}\triangle OMP$ 中, $\angle MOP = \frac{\pi}{6}$, $|OP| = 1$,

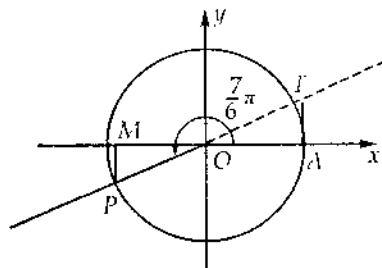
则 $|MP| = \sin \angle MOP = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

$|OM| = \cos \angle MOP = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

在 $\text{Rt}\triangle AOT$ 中, $\angle AOT = \frac{\pi}{6}$, $|OA| = 1$, 则 $|AT| = \tan \angle AOT = \tan \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

所以 $\cos \frac{7\pi}{6} = OM = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin \frac{7\pi}{6} = MP = -\frac{1}{2}$, $\tan \frac{7\pi}{6} = AT = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

【点评】 注意 OM 、 MP 、 AT 指的是有向线段的数量, 而不是线段的长度.



【同步精练】

基础题

一、选择题

- 下列说法正确的是 ()
A. 有向线段就是有方向的线段
B. 长度相等的两个有向线段相等
C. 有向线段在轴上的数量一定是非负数
D. 有向线段的轴上的正射影数量一定是正数
- 有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 的长度为 3, 且与 x 轴正向同向, 则 AB 的值为 ()
A. 3 B. -3 C. ± 3 D. 任意实数
- 已知 $|CD| = 3$, 且 $\overrightarrow{CD}$ 在轴 l 上的数量 $CD = -3$, 则 $\overrightarrow{CD}$ 与轴 l ()
A. 同向 B. 反向
C. 同向或反向 D. 既不同向又不反向
- 设 A 、 B 为轴 l 上任意两点, 则 $AB + BA$ 的值为 ()
A. 0 B. $2AB$ C. $2BA$ D. $2|AB|$
- 已知角 α 的终边与单位圆的交点为 $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$, 则 $\sin \alpha$ 的值为 ()
A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 1 D. -1
- $\cos \frac{5\pi}{6}$ 的值为 ()
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$