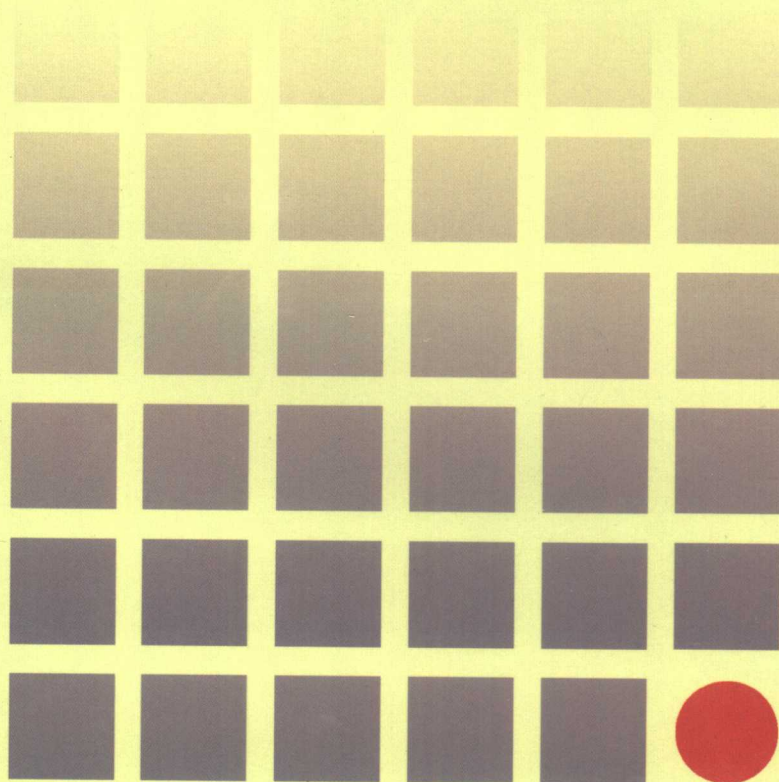


注册工程师 执业资格考试复习教程

公共基础部分

清华大学

沈静珠 高晋占 主编



高等教育出版社

注册工程师 执业资格考试复习教程

公共基础部分

清华大学
沈静珠 高晋占 主编

高等教育出版社

内容简介

本书是注册工程师职业资格基础考试的复习资料。根据全国勘察设计注册工程师管理委员会拟定的“基础考试大纲”所规定的内容,共分九篇,分别为:高等数学、普通物理、普通化学、理论力学、材料力学、流体力学、计算机应用基础、电工电子技术与工程经济。

与普通基础课教材不同,考虑到读者需要在不长的时间内温习多门课程,本书严格按照考试大纲取舍内容,对基本理论和基本概念的论述既“简”而“精”,又有一定系统性,以便读者把课程知识点连贯起来,对其有完整的了解。本书还创编了大量“四选一”题型,以符合考试要求。

由于全国勘察设计注册工程师管理委员会对下属各专业分委员会规定的“基础考试大纲”完全相同,故本书可适用于多种专业的应考者。此外,本书还可以用作相关专业在校学生和工程技术人员的参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

注册工程师执业资格考试复习教程.公共基础部分/沈静珠,高晋占主编.—北京:高等教育出版社,2006.6

ISBN 7-04-018929-1

I. 注... II. ①沈...②高... III. 城市公用设施—工程师—资格考核—自学参考资料 IV. TU8

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 039729 号

策划编辑 陈文 责任编辑 崔梅萍 张玉海 封面设计 于文燕 责任绘图 朱静
版式设计 范晓红 责任校对 王雨 责任印制 韩刚

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100011
总 机 010-58581000

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 北京七色印务有限公司

开 本 889×1194 1/16
印 张 47.75
字 数 1 500 000

购书热线 010-58581118
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landraco.com>
<http://www.landraco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

版 次 2006 年 6 月第 1 版
印 次 2006 年 6 月第 1 次印刷
定 价 88.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 18929-00

本书编写人员

主编 沈静珠 高晋占

编者 (按章节顺序排序)

何坚勇 李秀淳 陈 魁

余加莉 王光润 薛克宗

朱金荣 唐晓雯 周雪漪

单 娟 高晋占 王綦正

前 言

为了促进工程设计人员的业务素质和工程设计水平与质量的提高,各专业将实施注册工程师制度。从2006年开始,将逐步在工程设计各专业领域内实施将教育评估、职业实践、资格考试、继续教育等标准结合起来的新的资格认定和注册管理的制度。这将是我国工程职称制度的一项重大改革。

我国注册工程师资格认定标准体系的确定,采用了国际上发达国家较为通用的作法,即集教育评估、职业实践训练、资格考试为一体。资格考试由基础考试和专业考试两部分组成,实行全国统一考试大纲、统一命题、统一组织考试、统一评分标准的办法。

基础考试的目的是测试考生基础科学方面的掌握程度。考试将有120道选择题,时间为4小时。题目的分配为高等数学24题,普通物理12题,普通化学12题,理论力学13题,材料力学15题,流体力学12题,计算机应用基础10题,电工电子技术12题,工程经济10题。

为适应我国对工程设计专业试行新的资格认定与注册管理制度的需求,配合该制度中注册工程师职业资格基础考试,根据全国勘察设计注册工程师管理委员会拟定的考试大纲要求,以环保专业的参(加)考(试)人员使用为主,为参考人员顺利通过考试提供尽量大的帮助为目的而编著了本书。由于全国勘察设计注册工程师管理委员会对下属各专业分委员会规定的“基础考试大纲”完全相同,故本书对非环保的其他专业也完全适用。

根据管理委员会拟定的考试科目,本书以“一科为一篇,篇下设章节”的形式,共分九篇,题目分别为:高等数学、普通物理、普通化学、理论力学、材料力学、流体力学、计算机应用基础、电工电子技术与工程经济。

编写本书的指导思想如下:

一、严格按照管理委员会规定的“考试大纲”取舍内容

编著者均为资深教师,从事本门课程的本科教学与教改已有多多年,对本门课程的教学和考试具有丰富经验和独到见解。遵照“考试大纲”提出的要求,凡是大纲列入的条目,必须在本教程中逐一体现。

二、加强课程内容的基本概念、基本理论与基本方法

要帮助读者顺利通过考试,必须在书中以例题、习题等形式安排一定数量的模拟考题。但是,自然科学基础和技术基础理论的普遍性,使得各课程的题目变化多样。为帮助参考人员以“不变”应“万变”,“不变”就是课程的基本概念、基本理论与基本方法。为此,本书引导参考人员把复习理论与求解题目结合起来,使得读者在真正掌握课程的基本概念、基本理论的基础上,加强解题方法的训练,提高解题能力。

三、叙述简明精练,有一定系统性,以便于温习自学

考虑到参考人员均为大学本科毕业生,虽然曾经学过相关的课程,但是已相隔较长时间,在实际工作中又不可能全面接触考试涉及的所有课程内容,需要在不长的时间内,在温习的课程门数较多的情况下,以主要自学一本“教程”为主,顺利通过考试。因此本书的叙述既“简”而“精”,又有一定系统性,以便参考人员把课程知识点连贯起来,对其有完整了解。

四、创编一批能在短时间内完成的“四选一”新型例题和习题

在普通高校基础理论课程的本科教学中,目前“四选一”形式的例题、习题和考题尚不多见。因此,注册工程师职业资格考试使用的这种题型,对参考者和编著者都是新问题。本书创编了大量“四选一”新题型,以“练”为“战”,使读者适应考试要求。

由于目前我国建立新的资格认定和注册管理制度的时间还较短,所以,怎样编著这样一本书,还需要继续实践和探讨。编著者认为,虽然我们的工作已经尽力,但是不足之处一定存在,留待读者和同行们评说

指正。

本书的编著者为清华大学十一位教授与副教授,以及相同资历的两位外校教师。他们都是相关专业的骨干授课教师,具有丰富的教学经验和教材编写经验。以下未注校名、只注系名者均为清华大学资深教师:第一篇高等数学:数学科学系何坚勇(线性代数)、李秀淳(微积分)与陈魁(概率与数理统计);第二篇普通物理:物理系余加莉;第三篇普通化学:化学工程系王光润;第四篇理论力学:工程力学系薛克宗(第九~十四章)与北京交通大学力学研究所朱金荣(第一~八章);第五篇材料力学:北京建筑工程学院基础部唐晓雯(第四~十一章)与工程力学系薛克宗(第一~三章);第六篇流体力学:水利水电工程系周雪漪;第七篇计算机应用基础:计算中心单娟;第八篇电工电子技术:自动化系高晋占;第九篇工程经济:建设管理系王綦正。

主编:化学工程系沈静珠、自动化系高晋占。

希望本书对参加注册工程师执业资格考试者有实际的帮助。

对所有关心支持我们编写和出版的朋友们致以深切的谢意。

编委会

2006年1月于清华园

目 录

第一篇 高等数学

第一章 微积分	3	第五节 参数估计	92
第一节 空间解析几何	3	第六节 假设检验	95
第二节 微分学	8	第七节 方差分析和回归分析	99
第三节 积分学	28	习题	108
第四节 无穷级数	45	第三章 线性代数	114
第五节 微分方程	53	第一节 行列式	114
第六节 向量分析	56	第二节 矩阵	119
习题	59	第三节 向量	129
第二章 概率与数理统计	66	第四节 线性方程组	138
第一节 随机事件及其概率	66	第五节 矩阵的特征值与特征向量	141
第二节 随机变量及其分布	74	第六节 二次型	146
第三节 随机变量的数字特征	84	习题	150
第四节 数理统计的基本概念	88	习题参考答案	154

第二篇 普通物理

第一章 热学	159	第三节 波的能量	187
第一节 理想气体和状态方程	159	第四节 波的叠加和干涉	190
第二节 气体分子运动论	162	第五节 声波	195
第三节 麦克斯韦速率分布	165	习题	198
第四节 热力学第一定律	166	第三章 波动光学	201
第五节 循环过程和热机	170	第一节 光的干涉	201
第六节 热力学第二定律	174	第二节 光的衍射	206
习题	178	第三节 光的偏振	211
第二章 波动学	181	习题	216
第一节 机械波	181	习题参考答案	218
第二节 平面简谐波	182	参考文献	218

第三篇 普通化学

第一章 物质结构与物质状态	221	习题	232
第一节 原子结构	221	第二章 周期律	234
第二节 分子结构式	227	第一节 周期表结构	234
第三节 物质状态	231	第二节 元素性质	235

第三节 元素氧化物及其水化物的酸碱 递变规律	237
习题	238
第三章 化学反应	240
第一节 化学反应方程式	240
第二节 化学反应的平衡	243
第三节 化学反应速率	248
习题	253
第四章 溶液	254
第一节 溶液浓度及渗透压	254
第二节 非电解质稀溶液通性及计算	255
第三节 电解质溶液的电离平衡	256
第四节 多相离子平衡	261
习题	262

第五章 氧化还原与电化学反应	264
第一节 氧化还原反应	264
第二节 原电池	266
第三节 电解与金属腐蚀	270
习题	273
第六章 有机化学	274
第一节 有机物分子结构	274
第二节 有机物的重要化学反应	277
第三节 典型有机物分子式、性质及 用途	279
习题	282
习题参考答案	284
参考文献	284

第四篇 理论力学

静力学部分	287
第一章 静力学概论	287
第一节 静力学任务	287
第二节 静力学基本概念	287
第三节 静力学公理	290
第四节 物体的受力分析与受力图	291
习题	293
第二章 汇交力系的简化与平衡	296
第一节 力在直角坐标轴上的投影 和分解	296
第二节 汇交力系的简化	297
第三节 汇交力系的平衡条件	298
习题	301
第三章 力矩与力偶 力偶系简化与平衡	304
第一节 力对点之矩	304
第二节 力偶的性质	307
第三节 力偶系的简化与平衡	308
习题	311
第四章 一般力系的简化与平衡	314
第一节 力向一点平移定理	314
第二节 一般力系的简化	314
第三节 平面一般力系的简化与平衡	316
第四节 刚体系统的平衡	320
第五节 平面静定桁架分析	322
第六节 空间力系平衡简介	324
第七节 重心简介	326

习题	327
第五章 考虑摩擦时的平衡问题	331
第一节 滑动摩擦力性质 库仑定律	331
第二节 摩擦角与自锁条件	332
第三节 考虑摩擦时的平衡问题	333
习题	335
运动学部分	337
第六章 运动学概论	337
第一节 运动学的任务	337
第二节 简化模型——点与刚体	337
第三节 点与刚体运动的基本形式和 复杂形式简介	337
第七章 点的运动学	338
第一节 矢径法	338
第二节 平面直角坐标法	339
第三节 点作圆周运动的弧坐标法	341
习题	345
第八章 刚体基本运动——平移与定 轴转动	347
第一节 刚体的平移	347
第二节 刚体的定轴转动	347
习题	351
动力学部分	353
第九章 质点运动微分方程与无阻尼 自由振动	353
第一节 牛顿第二定律	353

第二节 质点运动微分方程	354	第二节 质点与质点系的动能	386
第三节 质点动力学两类问题	354	第三节 动能定理	388
第四节 质点的无阻尼自由振动	358	第四节 势能与机械能守恒	391
习题	362	习题	392
第十章 动量定理	364	第十三章 达朗贝尔原理	395
第一节 动量与冲量	364	第一节 达朗贝尔原理	395
第二节 动量定理	367	第二节 达朗贝尔原理的质点系形式	397
第三节 质心运动定理	370	第三节 刚体惯性力系的简化	398
习题	371	习题	402
第十一章 动量矩定理	373	第十四章 虚位移原理	404
第一节 质点与质点系的动量矩	373	第一节 问题的提出	404
第二节 动量矩定理	373	第二节 基本概念	404
第三节 刚体定轴转动微分方程	376	第三节 虚位移原理	407
第四节 刚体对轴的转动惯量	377	习题	410
习题	380	习题参考答案	413
第十二章 动能定理	383	参考文献	414
第一节 力的功	383		

第五篇 材料力学

第一章 绪论	417	第四节 圆轴扭转时的应力与强度条件	437
第一节 材料力学任务	417	第五节 圆轴扭转时的变形与刚度条件	439
第二节 变形固体的基本假设	417	第六节 圆轴扭转时斜截面上的应力	441
第三节 内力、应力和截面法	417	习题	442
第四节 变形与应变	418	第四章 截面的几何性质	445
第五节 杆件的基本变形形式	419	第一节 截面的静矩和形心	445
第二章 轴向拉伸和压缩	421	第二节 惯性矩与惯性积	445
第一节 拉压杆横截面上的内力与应力	421	习题	448
第二节 拉压杆的变形 胡克定律 位移	423	第五章 弯曲内力	450
第三节 常用工程材料拉伸时的力学性能	426	第一节 引言	450
第四节 常用工程材料压缩时的力学性能	428	第二节 剪力方程、弯矩方程与剪力图、弯矩图	450
第五节 轴向拉伸与压缩时的强度计算	428	习题	455
习题	430	第六章 弯曲应力	457
第三章 剪切与扭转	431	第一节 引言	457
第一节 剪切与挤压的实用计算	431	第二节 弯曲强度条件与强度计算	459
第二节 扭转圆轴横截面上的内力: 扭矩与扭矩图	434	习题	463
第三节 薄壁圆筒的扭转与纯剪切	435	第七章 弯曲变形	465
		第一节 引言	465
		第二节 梁变形的计算方法与刚度条件	465

习题	470	第一节 压杆稳定性的概念	489
第八章 应力状态分析与强度理论	472	第二节 细长压杆的临界力——欧拉公式	489
第一节 应力状态分析	472	第三节 压杆的稳定性计算与提高压杆稳定性的措施	491
第二节 强度理论	477	习题	494
习题	480	第十一章 能量法简介	496
第九章 组合变形	482	第一节 引言	496
第一节 基本概念和计算步骤	482	第二节 卡氏第二定理	498
第二节 斜弯曲	482	习题	500
第三节 拉(压)弯组合变形	483	习题参考答案	502
第四节 弯扭组合变形	484	参考文献	502
第五节 解题方法要点	485		
习题	487		
第十章 压杆稳定	489		

第六篇 流体力学

第一章 流体的主要物理性质	507	习题	543
第一节 连续介质假设(模型)	507	第五章 孔口、管嘴出流和有压管道恒定流 ..	545
第二节 流体的主要物理性质	507	第一节 薄壁小孔口的恒定出流	545
第三节 作用于流体的力	510	第二节 圆柱形外管嘴的恒定出流	546
习题	510	第三节 有压管道恒定流	546
第二章 流体静力学	511	习题	550
第一节 流体静压强的特性	511	第六章 明渠恒定均匀流	552
第二节 流体静压强的分布规律	511	第一节 明渠流动的特点与分类	552
第三节 静止液体作用于平面上的总压力	514	第二节 明渠均匀流的形成条件和水力计算	552
第四节 静止液体作用于曲面上的总压力	516	第三节 水力最优断面	554
习题	517	习题	555
第三章 流体动力学基础	520	第七章 渗流	557
第一节 流体运动的基本概念	520	第一节 概述	557
第二节 恒定总流的连续方程	522	第二节 渗流的阻力定律	558
第三节 恒定总流的能量方程	523	第三节 恒定渐变渗流的裘布依公式与应用	559
第四节 恒定总流的动量方程	529	习题	561
习题	531	第八章 量纲分析和相似原理	563
第四章 水头损失和流动阻力	533	第一节 量纲分析	563
第一节 实际流体的两种流动形态——层流和湍流	533	第二节 相似原理	564
第二节 圆管中的层流运动	535	习题	567
第三节 圆管中的湍流运动	536	第九章 流体运动要素的量测	568
第四节 局部水头损失	540	第一节 流速的量测	568
第五节 边界层的基本概念和绕流阻力	541	第二节 流量的量测	568
		第三节 压强的量测	570
		习题	571

习题参考答案	572	参考文献	572
--------------	-----	------------	-----

第七篇 计算机应用基础

第一章 计算机基础知识	575	第三章 计算机程序设计语言	594
第一节 硬件的组成及功能	575	第一节 程序结构与基本规定	594
第二节 软件的组成及功能	576	第二节 数据与数据类型	595
第三节 数制转换	577	第三节 赋值语句与顺序设计	597
习题	579	第四节 控制语句与分支设计	601
第二章 Windows98 操作系统	581	第五节 循环结构与数组	605
第一节 基本知识	581	第六节 函数与子程序	611
第二节 系统的安装与启动	582	第七节 文件	619
第三节 有关目录、文件与磁盘	583	习题	620
第四节 其他操作	587	习题参考答案	623
第五节 网络功能	590	参考文献	623
习题	591		

第八篇 电工电子技术

第一章 电场与磁场	627	第一节 变压器	663
第一节 电场与电势	627	第二节 三相异步电动机的使用	664
第二节 磁场与电磁感应	629	第三节 三相异步电动机的常用控制 电路	668
习题	632	第四节 安全用电常识	670
第二章 直流电路	633	习题	671
第一节 电路的基本元件	633	第六章 半导体二极管及整流、滤波和 稳压电路	673
第二节 基尔霍夫定律与电路求解 方法	635	第一节 半导体基础知识与半导体 二极管	673
第三节 叠加定理	638	第二节 整流电路	674
第四节 戴维宁定理	639	第三节 滤波与稳压电路	676
习题	640	习题	678
第三章 正弦交流电路	642	第七章 半导体三极管及单管放大电路	679
第一节 正弦交流电的基本概念	642	第一节 半导体三极管	679
第二节 单一参数的正弦交流电路	644	第二节 单管交流放大电路	682
第三节 RLC 串联正弦交流电路	647	习题	688
第四节 功率因数的提高与谐振电路	649	第八章 运算放大器、门电路和触发器	690
第五节 三相正弦交流电路	651	第一节 运算放大器概述	690
习题	655	第二节 运算放大器的线性应用	691
第四章 电路的暂态过程	657	第三节 逻辑代数基础	693
第一节 暂态过程与换路定则	657	第四节 逻辑门电路	695
第二节 RC 电路和 RL 电路的暂态 分析	659	第五节 触发器	696
习题	661	习题	699
第五章 变压器、电动机及安全用电	663		

习题参考答案	702	参考文献	702
--------------	-----	------------	-----

第九篇 工程经济

第一章 现金流量构成与资金等值计算	705	第四章 投资项目财务评价	737
第一节 现金流量的构成	705	第一节 工程投资项目财务评价概述	737
第二节 资金等值计算的常用公式 及应用	709	第二节 盈利能力分析与偿债能力 分析	738
习题	715	第三节 资金规划	740
第二章 投资经济效果评价方法和参数	717	第四节 财务效果计算	743
第一节 投资经济效果评价的价值型 指标	717	第五节 改建、扩建和技术改造投资 项目财务评价的特点	744
第二节 投资经济效果评价的效率型 指标	719	习题	745
第三节 投资回收期	721	第五章 价值工程	747
第四节 方案经济比较与评价方法	723	第一节 价值工程的概念、内容与 实施步骤	747
习题	730	第二节 功能分析与功能评价	748
第三章 不确定性分析	732	习题	749
第一节 盈亏平衡分析	732	习题参考答案	750
第二节 敏感性分析	735	参考文献	750
习题	736		

第一篇 高等数学

第一章 微 积 分

第一节 空间解析几何

一、向量代数

(一) 向量的概念

既有大小又有方向的量称为向量,常记作 \mathbf{a} ,并用有向线段表示。 \mathbf{a} 的大小(有向线段的长度)称为 \mathbf{a} 的模,记为 $|\mathbf{a}|$; \mathbf{a} 的方向常用方向角(\mathbf{a} 与坐标轴 x, y, z 正方向的夹角) α, β, γ 或者方向余弦 $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ 表示。

设 \mathbf{a} 在 x, y, z 轴上的投影分别为 $a_x = |\mathbf{a}| \cos \alpha, a_y = |\mathbf{a}| \cos \beta, a_z = |\mathbf{a}| \cos \gamma$, 则 \mathbf{a} 的坐标(投影)表达式为 $\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}$ (或记 (a_x, a_y, a_z) (a_x, a_y, a_z 也称为 \mathbf{a} 的坐标))。起点为 $M_1(x_1, y_1, z_1)$, 终点为 $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 的向量的坐标表达式为

$$\overrightarrow{M_1 M_2} = (x_2 - x_1)\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j} + (z_2 - z_1)\mathbf{k} \quad \text{或记} \quad (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

特别是起于原点 O 终于点 $M(x, y, z)$ 的向量(常称向径)为 $\mathbf{r} = \overrightarrow{OM} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} = (x, y, z)$ (向径 \mathbf{r} 的表达式形式上与点 M 的表达式相同)。

(二) 向量的代数运算

1. 定义

设 $\mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z), \mathbf{b} = (b_x, b_y, b_z)$ 。

(1) 加减: $\mathbf{a} \pm \mathbf{b} = (a_x \pm b_x, a_y \pm b_y, a_z \pm b_z)$

(2) 数乘: 设 λ 为实数, 则 λ 与 \mathbf{a} 的乘积 $\lambda\mathbf{a}$ (或 $\mathbf{a}\lambda$) 是一个向量, 其方向平行于 \mathbf{a} (当 $\lambda > 0$ 时同向, 当 $\lambda < 0$ 时反向), 其大小为 $|\lambda\mathbf{a}| = |\lambda| |\mathbf{a}|$, 其坐标算式为 $\lambda\mathbf{a} = (\lambda a_x, \lambda a_y, \lambda a_z)$ 。

(3) 点乘: \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的数量积 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos(\widehat{\mathbf{a}, \mathbf{b}})$, 其坐标算式为 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$ 。

(4) 叉乘: \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的向量积 $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ 是一个向量, 其方向垂直于 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} , 其指向符合右手法则, 其大小为 $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \sin(\widehat{\mathbf{a}, \mathbf{b}})$ (在几何上, $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}|$ 是以 \mathbf{a}, \mathbf{b} 为边的平行四边形的面积), 其坐标算式为

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

2. 运算律

除叉乘不满足交换律外, 向量的代数运算与数量的四则运算一样, 符合交换、结合与分配等运算律。

注意: $\mathbf{b} \times \mathbf{a} = -\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ 。

3. 代数运算的应用

设 $\mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z), \mathbf{b} = (b_x, b_y, b_z)$ 。

(1) 求模: $|\mathbf{a}| = \sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}, |\mathbf{a}|^2 = \mathbf{a} \cdot \mathbf{a} \stackrel{\text{记}}{=} a^2$ 。

(2) 求单位向量: 模为 1 的向量称为单位向量。 \mathbf{a} 方向的单位向量

$$\mathbf{a}^0 = \frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|} = \left(\frac{a_x}{|\mathbf{a}|}, \frac{a_y}{|\mathbf{a}|}, \frac{a_z}{|\mathbf{a}|} \right) = (\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma), \quad \mathbf{a} = |\mathbf{a}| \mathbf{a}^0$$

(3) 求夹角 (\hat{a}, \hat{b}) :

$$\cos(\hat{a}, \hat{b}) = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| |\mathbf{b}|}$$

(4) 求 \mathbf{a} 在 \mathbf{b} 上的投影:

$$(\mathbf{a})_b = |\mathbf{a}| \cos(\hat{a}, \hat{b}) = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{b}|} = \mathbf{a} \times \mathbf{b}^0$$

(5) 两向量平行的条件: 设 $\mathbf{a}, \mathbf{b} \neq \mathbf{0}$, 则 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b} \Leftrightarrow \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \mathbf{b} = \lambda \mathbf{a} \Leftrightarrow \frac{b_x}{a_x} = \frac{b_y}{a_y} = \frac{b_z}{a_z}$

(6) 两向量垂直的条件: 设 $\mathbf{a}, \mathbf{b} \neq \mathbf{0}$, 则 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b} \Leftrightarrow \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0 \Leftrightarrow a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0$

【例 1-1-1】 已知两点 $A(1, -2, 3)$ 与 $B(2, 3, -1)$, 求 \overrightarrow{AB} 的方向余弦。

解: 求方向余弦, 就是求单位向量。

$$\overrightarrow{AB} = (1, 5, -4), |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{1^2 + 5^2 + (-4)^2} = \sqrt{42}, \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{1}{\sqrt{42}}(1, 5, -4)$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{42}}, \cos \beta = \frac{5}{\sqrt{42}}, \cos \gamma = \frac{-4}{\sqrt{42}}$$

【例 1-1-2】 已知三点 $A(1, 1, -1), B(2, 2, -1), C(2, 1, 0)$ 。求: (1) 投影 $(\overrightarrow{AB})_{\overrightarrow{AC}}$; (2) 夹角 $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$; (3) $\triangle ABC$ 的面积 S ; (4) 点 B 到 A, C 所在直线的距离 d 。

$$\text{解: (1) } \overrightarrow{AB} = (1, 1, 0), \overrightarrow{AC} = (1, 0, 1), (\overrightarrow{AB})_{\overrightarrow{AC}} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|} = \frac{1+0+0}{\sqrt{1^2+0^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}};$$

$$(2) \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}|} = \frac{1}{2}, (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3};$$

$$(3) S = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = \frac{1}{2} \left\| \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \right\| = \frac{1}{2} |i - j - k| = \frac{1}{2} \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-1)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$(4) \text{由 } S = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AC}| \cdot d, \quad d = \frac{2S}{|\overrightarrow{AC}|} = \frac{|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AC}|} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}.$$

【例 1-1-3】 已知 $|\mathbf{a}| = 2, |\mathbf{b}| = 1, (\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}) = \frac{\pi}{3}, \mathbf{c} = 2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$, 求 $|\mathbf{c}|$ 。

解: $|\mathbf{c}|^2 = \mathbf{c} \cdot \mathbf{c} = (2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}) \cdot (2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}) = 4\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} - 12\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + 9\mathbf{b} \cdot \mathbf{b}$

$$= 4|\mathbf{a}|^2 - 12|\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}) + 9|\mathbf{b}|^2 = 4 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} + 9 \cdot 1^2 = 13;$$

$$|\mathbf{c}| = \sqrt{13}.$$

【例 1-1-4】 求与 $\mathbf{a} = (1, -3, 1), \mathbf{b} = (2, -1, 3)$ 都垂直的单位向量。

解: 求与两个向量都垂直的向量, 可用点积或叉积。

方法 1 (用点积): 设 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$, 由垂直条件, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{x} = 0$ 且 $\mathbf{b} \cdot \mathbf{x} = 0$, 由此得方程组

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \end{cases} \text{解得 } x_1 = -\frac{8}{5}x_3, x_2 = -\frac{1}{5}x_3, x_3 \text{ 任意; 若取 } x_3 = -5, \text{ 则 } x_1 = 8, x_2 = 1, \text{ 则得: } \mathbf{x} = (8,$$

$1, -5)$; 又 $|\mathbf{x}| = 3\sqrt{10}$, 所求单位向量为 $\pm \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|} = \pm \frac{1}{3\sqrt{10}}(8, 1, -5)$ 。

方法 2 (用叉积): 取 $\mathbf{x} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -3 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = (-8, -1, 5)$, 则 $|\mathbf{x}| = 3\sqrt{10}$, 所求单位向量为

$$\pm \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|} = \pm \frac{1}{3\sqrt{10}}(-8, -1, 5).$$

二、平面与直线的方程

(一) 平面的方程

(1) 点法式: 过点 $M_0(x_0, y_0, z_0)$, 以 $\mathbf{n} = (A, B, C)$ 为法线向量(垂直于平面的任一向量)的平面方程为:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

(2) 一般式: 任何三元一次方程 $Ax + By + Cz + D = 0 (A^2 + B^2 + C^2 \neq 0)$ 都是平面方程(一般式), 任何平面方程都是三元一次方程。一次项系数所成向量 $\mathbf{n} = (A, B, C)$ 是平面的法线向量, 没有常数项($D = 0$)的平面必过原点 O , 没有 x (或 y 或 z) 项的平面必平行于 x (或 y 或 z) 轴。

(3) 截距式: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 (abc \neq 0)$, 其中 a, b, c 分别为平面在 x, y, z 轴上的截距。

(二) 直线的方程

(1) 点向式: 过点 $M_0(x_0, y_0, z_0)$, 以 $\mathbf{s} = (l, m, n)$ 为方向向量(平行于直线的任一向量)的直线方程为:

$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$$

(当分母为 0 时, 分子也为 0。例如, 若 $l = 0$, 则 $x = x_0$)。

$$(2) \text{ 参数式: } \begin{cases} x = x_0 + lt, \\ y = y_0 + mt, \\ z = z_0 + nt. \end{cases}$$

(3) 一般式: 直线 L 可作为两平面 π_1, π_2 的交线来表示。

$$L: \begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 & (\pi_1) \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 & (\pi_2) \end{cases}$$

(三) 有关平面与直线的问题

1. 两平面的夹角

平面 $\pi_1: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ 与平面 $\pi_2: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ 间的夹角 $\theta (0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2})$, 可由其法线向量 $\mathbf{n}_1 = (A_1, B_1, C_1)$ 与 $\mathbf{n}_2 = (A_2, B_2, C_2)$ 的夹角 $(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2)$ 求得:

$$\cos \theta = \left| \cos(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2) \right| = \frac{|\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2|}{|\mathbf{n}_1| |\mathbf{n}_2|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

两平面平行与垂直的条件为:

$$\pi_1 // \pi_2 \Leftrightarrow \mathbf{n}_1 // \mathbf{n}_2 \Leftrightarrow \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2 = \mathbf{0} \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$$

$$\pi_1 \perp \pi_2 \Leftrightarrow \mathbf{n}_1 \perp \mathbf{n}_2 \Leftrightarrow \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2 = 0 \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$$

2. 两直线的夹角

直线 $L_1: \frac{x - x_1}{l_1} = \frac{y - y_1}{m_1} = \frac{z - z_1}{n_1}$ 与 $L_2: \frac{x - x_2}{l_2} = \frac{y - y_2}{m_2} = \frac{z - z_2}{n_2}$ 间的夹角 $\theta (0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2})$, 可由其方向向量 $\mathbf{s}_1 = (l_1, m_1, n_1)$ 与 $\mathbf{s}_2 = (l_2, m_2, n_2)$ 的夹角 $(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)$ 求得:

$$\cos \theta = \left| \cos(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) \right| = \frac{|\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2|}{|\mathbf{s}_1| |\mathbf{s}_2|} = \frac{|l_1l_2 + m_1m_2 + n_1n_2|}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2} \sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}}$$

两直线平行与垂直的条件为