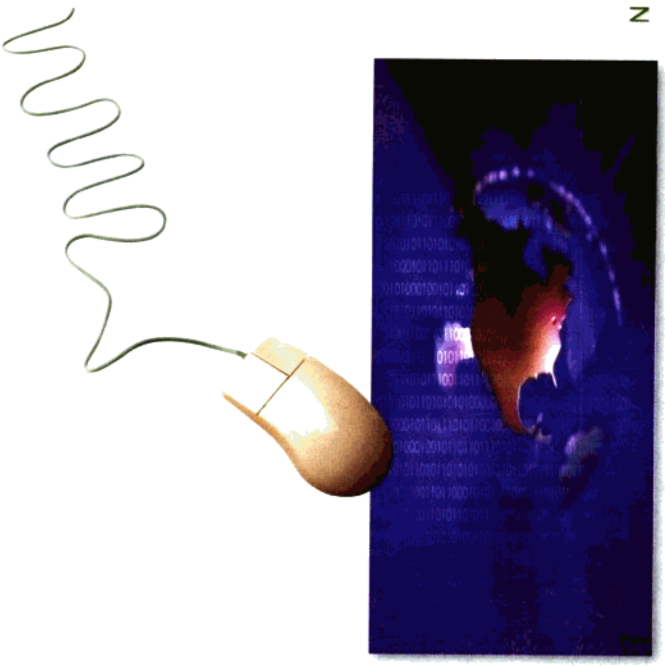
★ 配合人教版教材使用

顶尖系列
DINGJIANXILIE

顶尖高中
数学
课时训练
二年级上学期

DINGJIAN GAOZHONG SHUXUE KESHI XUNLIAN

关注每一个学生
关怀学生发展的每个方面
中国名校名师主笔
更精训练
更优化内容
更有趣形式
更具探索性、开放性、创造性
更轻松快捷达到学习目标
更有成功感



高考红旗

福建人民出版社

顶尖系列

顶尖高中数学

DINGJIAN GAOZHONG SHUXUE KESHI XUNLIAN

课时训练

二年级上学期

关注每一个学生
关怀学生发展的每个方面
中国名校名师主笔
更精训练
更优化内容
更有趣形式
更具探索性、开放性、创造性
更轻松快捷达到学习目标
更有成功感

福建人民出版社

顶尖高中数学课时训练

DINGJIAN GAOZHONG SHUXUE KESHI XUNLIAN

(二年级上学期)

邵东生　林坚　张鲁青

*

福建人民出版社出版发行

(福州市东水路 76 号　邮编:350001)

福建二新华印刷有限公司印刷

(三明市新市中路 70 号　邮编:365001)

开本 787 毫米×1092 毫米　1/16　9.5 印张　213 千字

2002 年 7 月第 1 版

2005 年 7 月第 4 次印刷

ISBN 7—211—04185—4

G·2697　定价:8.40 元

编写说明

“中学各科课时训练”自1998年出版以来，受到广大读者的欢迎。随着素质教育的不断推进，新课程改革不断深入进行，新的教材的逐步试用，原来的“中学各科课时训练”存在不适应形势发展需要的问题。为了使丛书在保持原有优长的基础上，以新的面貌出现在读者面前，我们经过广泛调查研究，新编这套“顶尖中学各科课时训练”丛书。

“顶尖中学各科课时训练”按照教育部新颁布的九年义务教育全日制初级中学、全日制普通高级中学各科教学大纲精神，根据人民教育出版社新编教材重新进行编写。丛书保留了以课时为训练单位、以单元为测试单位的编写结构，保持了丛书原有优长，符合教学规律。训练、测试少而精，内容优化，题型多样，题目新颖。训练题、测试题注重对学生能力和素质的训练、考查，增加了应用型、能力型的题目所占的比重。丛书关注每一个学生，注意学生个体差异，体现层次性差别；关怀学生发展的每个方面，全面提高学生综合素质和学习能力。丛书注意培养口语交际能力、语文实践能力、创造性阅读和有创意表述能力；注意培养从数学角度发现和提出问题，并能综合运用数学知识分析问题和解决问题的能力，注重数学思想与方法；注意培养运用已学知识，联系生产、生活实际和科学技术实际分析、解决问题的能力，以及实验能力；注意培养正确的政治、历史、地理观念和运用已学知识分析、解决问题的能力，注意渗透可持续发展观念。丛书以学生为主体，重视学生自主学习，通过导学提出自主学习的方法，让学生独立获取新知识，培养学生质疑能力，提高预习质量，并在学习新知识的过程中及时“内化”知识，发展学习能力，提高学习效果。丛书注意对学生创造兴趣、创造思维、创造技能、创造人格的培养，注意设计具有探索性、开放性的题目，使学生的创新能力得到发展。丛书注意联系生活、生产实际和科学技术成果，设置新情境，以世界和平与发展的重大事件、热点问题，关乎我国国计民生的大事，诸如经济建设重大成就、科技新成果、人口资源环境等问题为重要内容，体现对世界、对国家、对民族、对社会、对人生的关注，体现科学精神和人文精神，培养人与自然、社会协调发展的观念。丛书注意培

养学生的实际参与能力，重视让学生将已学知识在实践中进行运用，使学生学活知识、用活知识，为创新做好准备。同时，丛书还注意体现中考、高考改革精神，顺应课程改革综合化的趋势，在提高学生的学科学习能力的同时，注意培养学生的跨学科学习能力。

“顶尖中学各科课时训练”按单元进行编写，每一个单元含单元名、课题与课时安排、自主学习提示、课时训练、单元测试。丛书依据教材的知识结构和教学进度划分单元，定出“课题”；依据教参提供的课时建议做出课时安排，用括号括在课题后。“自主学习提示”参照教学大纲、教材、教参的要求，针对每一个“课题”确定学习任务，提供预习方案，指导学生超前进行自主学习，培养学生理解、分析能力，培养学生发现问题、解决问题能力，特别注意培养学生的质疑能力。“课时训练”按照每一课时的授课内容编排相应的课时训练。经过系统的课时训练后，每一单元编排一套相应的单元测试。丛书附有“部分参考答案”，提供了有一定难度的课时训练的答案和全部的单元测试答案。由于本丛书要面向城乡不同层次的广大学生，因此题目难易有所兼顾，老师可以根据本校学生的具体情况有选择地让学生进行训练。

“顶尖中学各科课时训练”具有自主学习、课时训练、单元测试、自我评价四大功能，突出了科学、系统、实效、好用四大特点。丛书同时编排了课时训练和单元测试，吸收了我国传统教学一课一练和美国著名教育心理学家布卢姆形成性测试的成功经验。这样，它既是快速高效提高中学生学习成绩的有力工具，又是提高中学教师教学质量的理想参考书。

编　者

目　　录

第一单元　不等式

1. 不等式的性质（3课时）

自主学习提示

本节学习的内容：不等式的概念和比较大小的基本方法．不等式性质定理及不等式运算性质．学习时应抓住以下几点：

1. 不等式概念．用不等号连结两个代数式所成的式子叫做不等式．

2. 不等式基本性质．两个实数 a 与 b 之间具有以下性质：如果 $a>b$，那么 $a-b$ 是正数；如果 $a<b$，那么 $a-b$ 是负数；如果 $a=b$，那么 $a-b$ 等于 0. 它们的逆命题都正确．即：

$$a>b \Longleftrightarrow a-b>0;$$

$$a=b \Longleftrightarrow a-b=0;$$

$$a<b \Longleftrightarrow a-b<0.$$

不等式基本性质反映了实数的运算性质和大小顺序之间的关系．

3. 不等式性质定理．

（1）对称性　$a>b \Longleftrightarrow b<a$.

（2）传递性　$a>b$，$b>c \Longrightarrow a>c$.

（3）不等量加等量　$a>b \Longrightarrow a+c>b+c$.

（4）不等量乘正量　$a>b$ 且 $c>0 \Longrightarrow ac>bc$；

不等量乘负量　$a>b$ 且 $c<0 \Longrightarrow ac<bc$.

4．不等式运算性质．

（1）同向不等式可加　$a>b$，$c>d \Longrightarrow a+c>b+d$（加法法则）．

*(2) 异向不等式可减　$a>b$，$c>d \Longrightarrow a-d>b-c$（减法法则）．

（3）同向同正不等式可乘　$a>b>0$，$c>d>0 \Longrightarrow ac>bd$（乘法法则）．

*(4) 异向同正不等式可除　$a>b>0$，$c>d>0 \Longrightarrow \dfrac{a}{d}>\dfrac{b}{c}$（除法法则）．

（5）不等式取倒数　$a>b$，$ab>0 \Longrightarrow \dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$.

（6）不等式的乘方　$a>b>0 \Longrightarrow a^n>b^n$（$n\in\mathbf{Z}$，且 $n>1$）.

（7）不等式的开方　$a>b>0 \Longrightarrow \sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$（$n\in\mathbf{Z}$，且 $n>1$）.

不等式性质是研究不等式证明和解不等式的依据，运用不等式性质解题应注意其限制条件，特别是应注意符号问题及不等式的取向．

训 练 1

〔不等式意义和基本性质〕

一 选择题

1. 已知 $a+b>0$，且 $b<0$，则 a，b，$-a$，$-b$ 的大小关系为（　　）.

A. $a>b>-b>-a$　　B. $a>-b>-a>b$

C. $a>-b>b>-a$　　D. $a>b>-a>-b$

2. 若 a，b 是任意实数，且 $a>b$，则（　　）.

A. $a^2>b^2$　　B. $\frac{b}{a}<1$　　C. $\lg(a-b)>0$　　D. $\left(\frac{1}{2}\right)^a<\left(\frac{1}{2}\right)^b$

3. 若 $a<b<0$，则下列不等式关系中，不能成立的是（　　）.

A. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　B. $\frac{1}{a-b}>\frac{1}{a}$　　C. $|a|>|b|$　　D. $a^2>b^2$

4. 若 $m<n$，$p<q$，且 $(p-m)(p-n)<0$，$(q-m)(q-n)<0$，则 m，n，p，q 的大小顺序是（　　）.

A. $m<p<q<n$　　B. $p<m<q<n$

C. $m<p<n<q$　　D. $p<m<n<q$

二 解答题

1. 已知 $a\neq 0$，比较 $(1+a)^2$ 与 $1+2a$ 的大小.

2. 比较 a^3+1 与 $2a^2-2a+1$ 的大小（$a>0$）.

3. 已知 a，b 为正数，试比较 $\frac{a}{\sqrt{b}}+\frac{b}{\sqrt{a}}$ 与 $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ 的大小.

4. 已知 $a\in\mathbf{R}$，试比较 $\frac{1}{1+a}$ 与 $1-a$ 的大小.

5. 设 $a>0$ 且 $a\neq1$，$x<0$，试比较 $\frac{x}{1-a^{x}}$ 与 $\frac{x}{2}$ 的大小.

训 练 2

〔不等式性质(一)〕

一 **判断题**（正确的在括号内打“√”，错误的打“×”.）

1. $a>b\Rightarrow ac^{2}>bc^{2}$. …………………… (　　)

2. $ac>bc\Rightarrow a>b$. ………… (　　)

3. $a>b\Rightarrow\sqrt[3]{a}>\sqrt[3]{b}$. …………… (　　)

4. $a>|b|\Rightarrow a>b$. ………… (　　)

5. $a>b$，$c<d$，$cd\neq0\Rightarrow\frac{a}{c}>\frac{d}{c}$. …… (　　)

6. $a>b\Rightarrow a^{2n+1}>b^{2n+1}$. …… (　　)

7. $a>b$，$ab\neq0\Rightarrow\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$. ………… (　　)

8. $\frac{a}{c^{2}}>\frac{b}{c^{2}}\Rightarrow a>b$. ……… (　　)

二　选择题

1. a，b，c，$d\in\mathbf{R}$，且 $ab>0$，$-\frac{c}{a}<-\frac{d}{b}$，则下列各式恒成立的是（　　）.

A. $bc<ad$　　B. $bc>ad$　　C. $\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$　　D. $\frac{a}{c}<\frac{b}{d}$

2. 设 α，β 满足条件 $-\frac{\pi}{2}<\alpha<\beta<\frac{\pi}{2}$，则 $\alpha-\beta$ 的范围是（　　）.

A. $(-\pi,\ 0)$　　B. $(-\pi,\ \pi)$　　C. $\left(-\frac{\pi}{2},\ 0\right)$　　D. $\left(-\frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{2}\right)$

3. 已知 $a<b<0$，下列不等式一定能成立的是（　　）.

A. $|a|<|b|$　　B. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　C. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　D. $(\sqrt{5})^a>(\sqrt{5})^b$

4. 若 $a>b>c$，则 $\frac{1}{b-c}+\frac{1}{c-a}$ 的值为（　　）.

A. 正数　　B. 负数　　C. 非正数　　D. 非负数

5. 若 a，b 为实数，则 $a>b>0$ 是 $a^2>b^2$ 的（　　）.

A. 必要不充分条件　　B. 充分不必要条件

C. 充要条件　　D. 既非充分也非必要条件

三　填空题

1. 若 $a>b$，$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$ 同时成立，则 a，b 满足________.

2. 已知 $a<b$，则 $|a-b-3|-|b-a+2|$ 的值是____.

3. 设 $x>1$，$-1<y<0$，将 x，y，$-x$，$-y$，$-xy$ 按从大到小的顺序排列是______.

四　解答题

1. 已知：$a>b>0$，$c>d>0$，求证：$\sqrt{\frac{a}{d}}>\sqrt{\frac{b}{c}}$.

2. 若 $x>0$，且 $x\neq1$，p，$q\in\mathbf{N}$，比较 $1+x^{p+q}$ 与 x^p+x^q 的大小.

3. 已知：$a>b>0$，$c<d<0$，求证：$\frac{b}{a-c}<\frac{a}{b-d}$.

4. 已知：a，b，$d\in\mathbf{R}^{+}$，且$\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$，求证：$\frac{a+c}{b+d}<\frac{c}{d}$.

训　练　3

〔不等式性质(二)〕

一　选择题

1. 已知 a，b，$c\in\mathbf{R}$，则下面推理中正确的是（　　）.

A. $a>b\Longrightarrow am^2>bm^2$　　B. $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}\Longrightarrow a>b$

C. $a^3>b^3$，$ab>0\Longrightarrow\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　D. $a^2>b^2$，$ab>0\Longrightarrow\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

2. 在所给四个条件：①$b>0>a$，②$0>a>b$，③$a>0>b$，④$a>b>0$ 中，能推得$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$成立的有（　　）.

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

3. 设 $a=\sqrt{2}$，$b=\sqrt{7}-\sqrt{3}$，$c=\sqrt{6}-\sqrt{2}$，则 a，b，c 的大小顺序是（　　）.

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$　　C. $b>a>c$　　D. $b>c>a$

4. 若 $0<a<b<1$，则下列不等式成立的是（　　）.

A. $\log_{\frac{1}{a}}b<a^b<\log_b a$　　B. $\log_{\frac{1}{a}}b<\log_b a<a^b$

C. $\log_b a<\log_{\frac{1}{a}}b<a^b$　　D. $a^b<\log_{\frac{1}{a}}b<\log_b a$

5. 若 $a>b>0$，$x>0$，则 $\frac{b+x}{a+x}$ 的值的范围应当是（　　）.

A. $\frac{b+x}{a+x}<1$　　B. $\frac{b+x}{a+x}>1$　　C. $\frac{b}{a}<\frac{b+x}{a+x}<1$　　D. $\frac{b+x}{a+x}<\frac{b}{a}$

二　填空题

1. 若 $x\in\mathbf{R}$，则 $\frac{x}{1+x^2}$ ______ $\frac{1}{2}$；若 $a\neq b$，则 a^2-ab+b^2 ____ ab.

2. 已知 $\alpha\in\left(0,\ \frac{1}{2}\right)$，$M=\cos(1+\alpha)$，$N=\cos(1-\alpha)$，则 M，N 间的大小关系是____.

*3. 已知 $a^2<x<a$，$M=\log_a x^2$，$N=\log_a(\log_a x)$，$P=(\log_a x)^2$，则 M，N，P 的大小顺序是__________.

4. 若函数 $f(x)=x^2+2(a-1)x+2$ 在 $(-\infty,\ 4]$ 上是减函数，则实数 a 的取值范围是________.

三　解答题

1. 已知 a，$b\in\mathbf{R}^+$，当 $n\in\mathbf{N}$，$n\geqslant 2$ 时，试比较 a^n+b^n 与 $a^{n-1}b+ab^{n-1}$ 的大小.

2. 若 $x<y<0$，试比较 $(x^2+y^2)(x-y)$ 与 $(x^2-y^2)(x+y)$ 的大小.

3. 已知$1<x<10$，$a=(\lg x)^2$，$b=\lg x^2$，$c=\lg\lg x$，比较a，b，c的大小．

4. 已知$f(x)=ax^2-c$，且$-4\leqslant f(1)\leqslant -1$，$-1\leqslant f(2)\leqslant 5$，求$f(3)$的取值范围．

2. 算术平均数与几何平均数（2课时）

自主学习提示

本节学习的内容：算术平均数与几何平均数的不等式．学习时应抓住以下几点常用的重要不等式：

1. 如果a，$b\in\mathbf{R}$，那么$a^2+b^2\geqslant 2ab$（当且仅当$a=b$时取“=”号）．

2. 如果a，$b\in\mathbf{R}^+$，那么$\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$（当且仅当$a=b$时取“=”号），变式有$a+\frac{1}{a}\geqslant 2$（$a\in\mathbf{R}^+$，当且仅当$a=1$时等号成立）

$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant 2$（$ab>0$）

训　练　1

〔算术平均数与几何平均数(一)〕

一　选择题

1. 若$a>b>0$，则下列不等式中一定成立的是（　　）．

A. $\frac{2ab}{a+b}<\frac{a+b}{2}<\sqrt{ab}$　　B. $\frac{a+b}{2}>\sqrt{ab}>\frac{2ab}{a+b}$

C. $\frac{a+b}{2}>\frac{2ab}{a+b}>\sqrt{ab}$　　D. $\frac{a+b}{2}\geqslant\frac{2ab}{a+b}\geqslant\sqrt{ab}$

2. 设 a，$b\in\mathbf{R}^{+}$，$A=\sqrt{a}+\sqrt{b}$，$B=\sqrt{a+b}$，则 A，B 的大小关系是（　　）.

A. $A\geqslant B$　　B. $A\leqslant B$　　C. $A>B$　　D. $A<B$

3. 设 a，$b\in\mathbf{R}^{+}$，且 $a+b=1$，则 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 的取值范围为（　　）.

A. $(2, +\infty)$　　B. $[2, +\infty)$　　C. $(4, +\infty)$　　D. $[4, +\infty)$

4. 若 $x>0$，则 $3-3x-\frac{1}{x}$ 的最大值为（　　）.

A. 3　　B. $3-3\sqrt{2}$　　C. $3-2\sqrt{3}$　　D. -1

二　填空题

1. 已知 $0<a<1$，$0<b<1$，且 $a\neq b$，则 $a+b$，$2\sqrt{ab}$，a^2+b^2，$2ab$ 中，最大的是__________.

2. 已知 a，$b\in\mathbf{R}$，且 $a+b=2$，则 2^a+2^b 的最小值为____.

3. 已知 $\lg x+\lg y=2$，则 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$____$\frac{1}{5}$（填“$\geqslant$”或“$\leqslant$”）.

4. 已知 x，$y\in\mathbf{R}$，$3x^2+2y^2=6x$，则 x^2+y^2 的最大值为____.

三　解答题

1. 利用均值不等式求证：$a^2+b^2+c^2\geqslant ab+ac+bc$（$a$，$b$，$c\in\mathbf{R}$）.

2. 已知：a，b，$c\in\mathbf{R}^{+}$，且 $a+b+c=1$，求证：$(1-a)(1-b)(1-c)\geqslant 8abc$.

3. 已知：a，$b\in\mathbf{R}^{+}$，且 $a+b=1$，求证：$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{ab}\geqslant 8$.

4. 已知 a，$b\in\mathbf{R}^{+}$，求证：$\sqrt{\frac{a^{2}+b^{2}}{2}}\geqslant\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}\geqslant\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$.

*5. 求证：$\sqrt{a^{2}+b^{2}}+\sqrt{b^{2}+c^{2}}+\sqrt{c^{2}+a^{2}}\geqslant\sqrt{2}(a+b+c)$.

训　练　2

〔算术平均数与几何平均数(二)〕

一　选择题

1. 若 a，b 为非零实数，则在① $\frac{a^{2}+b^{2}}{2}\geqslant ab$，② $\left(\frac{a+b}{2}\right)^{2}\leqslant\frac{a^{2}+b^{2}}{2}$，③ $\frac{a+b}{2}\geqslant\frac{ab}{a+b}$，

④$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant 2$ 中恒成立的个数为（　　）.

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

2. 设 x，$y\in\mathbf{R}^{+}$，且 $x+y\leqslant 4$，则（　　）.

A. $\frac{1}{x+y}\leqslant\frac{1}{4}$　　B. $\sqrt{xy}\geqslant 2$　　C. $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\geqslant 1$　　D. $\frac{1}{xy}\geqslant 1$

3. ab 没有最大值的条件是（　　）.

A. a^2+b^2 为定值　　B. a，$b\in\mathbf{R}^{+}$且 $a+b$ 为定值

C. a，$b\in\mathbf{R}^{-}$且 $a+b$ 为定值　　D. $ab<0$ 且 $a+b$ 为定值

4. 已知 $a\geqslant 0$，$b\geqslant 0$，且$\frac{a^2}{2}+b^2=1$，则 $a\sqrt{1+b^2}$的最小值和最大值分别为（　　）.

A. 0 和 1　　B. 0 和$\sqrt{2}$

C. 没有最小值，最大值为$\sqrt{2}$　　D. 没有最小值，最大值为$\frac{2}{3}$

5. 若 $x>0$，$y>0$，且$\frac{2}{x}+\frac{8}{y}=1$，则 xy 有（　　）.

A. 最大值 64　　B. 最小值$\frac{1}{64}$　　C. 最小值$\frac{1}{2}$　　D. 最小值 64

二　填空题

1. 若 $0<a<1$，则 $\log_2 a$，$\log_{0.2}a$，$\log_{0.5}a$ 的大小关系为________________.

2. 已知 $\lg x+\lg y=2$，则$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$的最小值等于____.

3. 若 x，$y\in\mathbf{R}^{+}$，$2x+3y=12$，则当 $x=$____，$y=$____时，$\lg x+\lg y$ 有最大值，其最大值是______.

*4. 当 $a>1$，$0<b<1$ 时，$\log_a b+\log_b a$ 的取值范围是__________.

三　解答题

1. 已知 a，b，c 均为正数，求证：$\frac{b+c}{a}+\frac{a+c}{b}+\frac{a+b}{c}\geqslant 6$.

2. 已知 a，b，c 为互不相等的正数，且 $abc=1$，求证：$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}>\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$.