

小学数学

高才生

4 年 级

nian ji

丛书主编：李玉文



天津教育出版社
TIANJIN EDUCATION PRESS

整体推进素质教育,全面提高国民素质和民族创新能力,已成为我国教育改革深入发展的主旋律,为配合基础教育课程新教材的使用,培养出大批具有创新精神和实践能力的优秀学生,德州学院数学教育研究所在承担山东省教育科学“十五”规划重点课题“青少年智力开发实验研究”和教育部北京师范大学基础教育课程研究中心立项重点课题“小学数学开放题研究”取得丰富成果的基础上,总结多年少儿智力开发的实践经验,根据小学生的年龄特征和认知水平,广泛吸取国际上的先进资料,经过认真探索、筛选,创编出了一套具有重要学术价值和应用价值的数学教育科学研究成果,共分六册。在当地多所学校进行实验证明,本丛书是适合小学各年级数学学习的重要学生用书和小学数学教师教学辅导用书,为小学数学爱好者开创出一片新的求知园地。

本丛书具有以下五大特色:

1.同步性:所选题材与小学数学新教材知识同步,以便于学生学习,也适于教师和家长辅导,并有利于加深对课内知识的理解和灵活运用。

2.系统性:根据小学数学竞赛大纲的要求,将七大知识块、48个专题进行分割、交叉和立体设计,螺旋提升。在小学生所能接受的范围内,系统而全面的介绍了小学数学竞赛知识,为参加数学竞赛、提高数学素质奠定了基础。

3.趣味性:针对小学生心理特征,力求生动活泼,融知识性、科学性和趣味性于一体,使学生在饶有趣味的数学故事和数学游戏中,走进知识和智慧之门。

4.智巧性:为了培养小学生思维的灵活性与应变能力,我们选取了一类不需要进行复杂计算,而是通过机智地思考获得答

前言

foreword

案的题目。

5. 开放性: 本书特意选取了部分开放题, 以利于学生的创造性思维。我们期望它能起到抛砖引玉的作用。

值丛书出版之际, 我们衷心希望能够对我国的基础教育新课程改革作出积极贡献, 借此机会祝全国的少年朋友充分发掘智慧潜能, 促进身心健康发展, 早日成为国家建设有用之材。

天津教育出版社的同志们对本书的出版给予大力的支持与帮助, 在此, 致以最诚挚的谢意。

编 者

目录

CONTENTS

第一课	数学故事	1
第二课	找规律	6
第三课	算式解谜	12
第四课	统筹安排	19
第五课	变化中寻规律	24
第六课	知错改错	28
第七课	平均数问题	31
第八课	和倍问题	35
第九课	差倍问题	39
第十课	和差问题	43
第十一课	年龄问题	47
第十二课	简单排列问题	51
第十三课	余数问题	56
第十四课	数字串的求和	61
第十五课	图形的剪拼	67
第十六课	归一问题	72
第十七课	数图形的个数	76
第十八课	有趣的数阵图	82
第十九课	智巧问题	89
第二十课	速算与巧算	94
第二十一课	综合法与分析法	98
第二十二课	一般应用题	105
第二十三课	还原问题	109
第二十四课	盈亏问题	114
第二十五课	行船问题	119
第二十六课	一笔画	125

目录

CONTENTS

第二十七课 推理方法	133
第二十八课 综合练习	140
第二十九课 数学游戏	146
第三十课 开放性问题	151
参考答案	156

第一课

数学故事

一、田忌赛马

春秋战国时期，山东中部有个齐国，齐国的国王叫齐威王，他特别喜欢战马，养了不少有名的千里驹。齐国的大将军田忌也养了一些有名的烈马。有一年春天，在一次宴会上，齐王对坐在他旁边的大将军田忌说：“现在正是风和日丽的春天，我想到城外去游玩一次，听说你养了不少名马，我们到野外赛马去，好吗？”

田忌虽然有不少好马，可是和国王的马比起来，还是差一等。他一听国王要和他赛马，连忙推辞说：“我的那些劣马怎敢和大王的千里驹相比呢？”

齐王哈哈大笑，说道：“你的宝马闻名全国，还以为我不知道吗？不要紧，到城外去玩玩嘛！”

田忌推辞不下，只好请问国王怎样比赛。齐王说：“把最好的马拿出来赛一场行不行？”这时，一个大臣插话说：“只赛一场，时间太短，大王和大将军不如每人拿出三匹马来，赛三场，每场都是二匹马比赛，每匹马都参加一场，这样不是更有趣吗？”

齐王连说：“好！好！那就是每人出三匹马，比赛三场，每赛完一场，谁输了就拿出千金，赢了就得千金，这才有意思。”

田忌不敢违抗，只好答应了。

宴会结束了，田忌回家后，想到这次比赛自己必输无疑，心里很不高兴。忽然，田忌想起他的朋友孙臆，这个人兵法很有研究，智谋超人，不如去向他请教一下，让他给出个主意。

田忌急忙跑到孙臧家，孙臧见田忌满脸愁容，便问道：“大将军有什么心事吗？”

田忌叹了一口气，把赛马的事说了一遍。

孙臧说：“知己知彼，百战百胜。不知齐王用哪三匹马参加比赛？”

田忌说：“还不知道，打听一下就行了。”

孙臧说：“那就等了解清楚以后再想办法吧。”

很快，田忌带着了解的情况又去找孙臧。

田忌把齐王准备出赛的三匹马：骠驹马、雪里青、红鬃马以及自己的三匹马：紫骝马、青骢马、梨花马的情况告诉了孙臧，最后说：“紫骝马比不上齐王的骠驹，青骢马比不上齐王的雪里青，梨花马也比不上齐王的红鬃马，我是输定了。”

孙臧像是归纳似地说：“这么看起来，齐王的上马是骠驹、中马是雪里青、下马是红鬃。大将军的上马是紫骝、中马是青骢、下马是梨花。齐王的上、中、下三匹马分别比大将军的上、中、下三匹马跑得快。”

田忌说：“正是这样。”

孙臧又问：“大将军的上马能不能胜过齐王的中马？中马能不能胜过齐王的下马？”

田忌说：“胜得过。”

孙臧在田忌耳边悄悄地讲了他的计策。

田忌一听，心中大喜，连忙向孙臧道谢。

几天以后，在齐国的国都临淄城外，齐王和田忌举行了盛大的跑马比赛。齐王率领文武百官和他的御林军，浩浩荡荡开到野外。齐王以为自己一定能够三战三捷，所以心情特别愉快，不住嘴地夸耀他那三匹骏马。

第一场，齐王派他的上马骠驹出阵。田忌按照孙臧的计策，

派出了梨花马。

比赛开始了，只见骊驹四蹄腾空，像一道黑色的闪电，飞快的冲了出去，一眨眼的工夫，骊驹把梨花马落下一大截，轻而易举的取得了胜利。

文武百官都走上前去，向齐王贺喜，随从献上美酒，齐王得意洋洋，一饮而尽。田忌一面向齐王祝贺，一面献上输掉的千金。

第二场，齐王出的是中马雪里青，田忌出的是他的上马紫骝马，紫骝马像一团飞驰的火球，雪里青犹如一颗银色的流星，两匹马在绿色的田野里疾驰如飞，互相追逐。最后田忌的紫骝马跑到前头，取得了胜利。

齐王只得把田忌刚刚献给他的千金还给田忌。

第三场是田忌的中马青骊马对齐王的下马红鬃马。青骊马又赢了齐王的红鬃马。

齐王只好拿出千金给田忌。

齐威王又丧气，又惊奇。他对田忌说：“从马的实际水平来看，我强你弱，可是你用了巧妙的计策，反而取得了胜利。可见，只有实力是不行的，还得有好的办法。你真是一个会出妙计的聪明人啊！”

田忌把孙臆帮他出主意的事，一五一十地告诉了齐王。齐王听了很高兴，说道：“今天我虽然输了千金，可我发现人才，明天请你带他进宫，我要见见这位孙臆先生。”

第二天，田忌带孙臆去拜见齐威王。齐王与孙臆谈论兵法，孙臆讲得头头是道。

根据竞赛双方的条件，考虑最好的对策，在数学上就叫“对策论”，“对策论”已成为今天应用十分广泛的学科。

思考题

1. 请你自已口述齐王与田忌赛马的故事。
2. 这个故事说明了什么道理?

二、有趣的数学小问题

我国民间流传着这样一道有趣的数学题,吸引着许许多多的小朋友来探索它。

有一个农民养了若干只鸡和兔子,这些家畜共有 50 个头和 140 条腿,问这个农民养了多少只鸡和多少只兔子?

解答这个问题可考虑以下几种方法:

(1)试探法:一共有 50 只家畜,它们不可能全是鸡,因为那样一来将只有 100 条腿了,它们也不可能全是兔子,因为那样将有 200 条腿。但是它们恰好有 140 条腿,如果正好一半家畜是鸡,另一半是兔子,那么它们将有 150 条腿,我们把这些情况列表如下:

鸡	兔	腿
50	0	100
0	50	200
25	25	150

如果把鸡的数目取小一些,就必须把兔子的数目取大一些,而这就使得腿数增大了。反之,如果把鸡的数目增加一些,兔子的数目减少一些,那就使得腿数减少了。所以,必须多于 25 只鸡,让我们试一试 30。

鸡	兔	腿
30	20	140

我们得到了答案,这就是所求的解。

确实,我们得到了解,但是如果提出同样的问题,当数字较

大或较为复杂,要用这种仅仅靠试探的办法来求解,那就需要试验更多的次数,并且还需要碰运气。

(2)算术法:一只鸡 2 条腿,一只兔子 4 条腿,要是这 50 只全是兔子的话,就应该是

$$4 \times 50 = 200(\text{条腿}).$$

比 140 条腿多了 60 条腿。

这多出来的 60 条腿,是因为把鸡也当做 4 条腿来算了,这样一只鸡多算了 2 条腿,多少只鸡才能多出 60 条腿呢?

$$60 \div 2 = 30(\text{只}).$$

这样,30 只鸡才能多出 60 条腿,也就是说,应该有 30 只鸡。兔子的数目当然就是

$$50 - 30 = 20(\text{只}).$$

(3)巧妙的想法:有一个十几岁的小朋友,曾经想出了一个诀窍,十分巧妙地解答了这个问题,他是这样想的:

假设这个农民看见他的家畜正在作一种古怪的姿势:每 1 只鸡都用 1 条腿站着,而每只兔子都用(2 条)后腿站着。在这个不寻常的情况下,只用了半数的腿,即 70 条腿。在 70 这个数目中,鸡的头只计算了一次,而兔子的头则算了两次。从 70 这个数减去所有的头数 50,就剩下兔子的头数了——共有 $70 - 50 = 20$ 只兔子。显然,鸡是 30 只。

这个题的不同解答,告诉我们这样一个道理:碰到问题,多动动脑子,就会想出一些新的解法来,我们祝愿小朋友们在解答问题中变得聪明起来。

练习

明明家养了鸡和兔子共 35 只,总共 94 条腿,问他有多少只鸡和多少只兔子?

第二课

找 规 律

三年级我们已经学过有关数列的知识,你还记得什么是数列吗?按照一定规律排列成的一列数就叫做数列.解答这种类型的题要求我们先找出已知数列中数与数之间的规律,并根据规律填上适当的数.这一课我们继续学习有关数列的知识.

例 1 观察分析下面各组数的规律,然后填空.

(1) 1, 5, 9, 13, 17, (), (), ...

(2) 1, 3, 9, 27, (), (), ...

(3) 1, 2, 4, 7, 11, (), (), ...

分析: 一列数的变化规律一般有两种情况,一种是根据前后两数之间的关系找出规律,确定要填的数;另一种是根据间隔两个数的关系,找出规律,确定要填的数.

(1) 依次用后一个数减前一个数,差都是 4,根据这一规律,可以确定括号里应填 21, 25.

(2) 通过观察可以看出,每一项乘 3 就可得到后一项,所以括号里应填 81, 243.

(3) 不难看出,第一个数加 1 就得第二个数,第二个数加 2 就得第三个数,第三个数加 3 就得第 4 个数,依次类推下去,第一个括号里应填 16,第二个括号里应填 22.

例 2 观察下列数的变化规律,然后进行填空.

(1) 1, 4, 3, 6, 5, (), (), ...

(2) 1, 6, 5, 10, 9, (), (), ...

分析: (1) 从表面上看好像不太好找规律,我们可以把这列数分为

两列,即1,3,5,⋯,4,6,⋯,这样很容易看出第一列的排列规律是依次加2,第二列也是依次加2,所以两个括号分别填8和7.通过观察,其实这道题还有另外一种排列规律,你能自己想出来吗?

(2)通过观察可以发现第一个数加5得第二个数,第二个数减1得第三个数,这样循环下去,可知第一个括号填14,第二个括号填13.

练习

1. 找规律在括号内填数.

(1)1,4,7,10,13,(),(),⋯

(2)4,12,36,();(),⋯

2. 先观察下面各列数的变化规律,然后填空.

(1)3,5,9,15,(),(),⋯

(2)5,3,7,5,9,7,(),(),⋯

(3)1,2,3,6,11,20,(),(),⋯

(4)1,10,3,8,5,6,(),(),⋯

例3 下面数列1,1,2,3,5,8,13,(),(),⋯中,()里应填什么数?

分析:仔细观察可以发现,从第三项开始,每一项都等于前面两个数的和,例如 $1+1=2$, $1+2=3$, $2+3=5$,⋯因此,括号中的数分别为21和34.上面这个数列称为斐波那契数列.(斐波那契是中世纪意大利著名数学家)

例4 填写下面数列中括号里的数.

(1)1,3,6,8,16,18,(),(),⋯

(2)0,1,3,8,21,(),⋯

(3)(16,7),(17,10),(24,19),(18,□)

分析:(1)通过观察,可以发现第一个数加2得第二个数,第二

个数乘 2 得第三个数,再加 2,再乘 2,这样类推下去,可知第一个括号里填 36,第二个括号里填 38.

(2)通过观察可知,从第二项开始每一项乘 3 就等于它相邻前后两数的和,例如 $1 \times 3 = 0 + 3$, $3 \times 3 = 1 + 8$,所以括号里应填 55.

(3)通过观察发现第一组相差 9,第二组相差 7,第三组相差 5,依此规律推下去,可知第四组数相差 3,所以要填的数是 15.

练习

3. 填空.

(1)32478, 24783, 47832, (), ().

(2)

13	20	7
9	17	8
5		9

24	7	5
36	12	6
	14	16

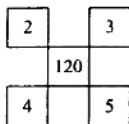
4. 下面括号里两个数按一定规律组合,在(□)里填上适当的数.

(1)(16, 9) (12, 7) (10, 6) (□, 5);

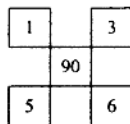
(2)(8, 17) (19, 6) (11, 14) (□, 3);

(3)(2, 4) (4, 16) (5, 30) (□, 56).

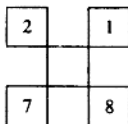
例 5 观察后再填数.



甲



乙



丙

图 2-1

分析:甲图中 $2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$, 乙图中 $1 \times 3 \times 5 \times 6 = 90$, 由此可以看出四个角上的数相乘的积就是中间的数, 所以丙图中间填 $2 \times 1 \times 7 \times 8 = 112$.

例 6 根据前两图, 填第三图.

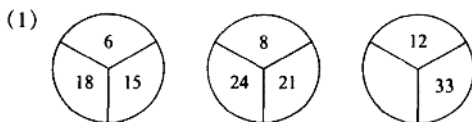


图 2-2

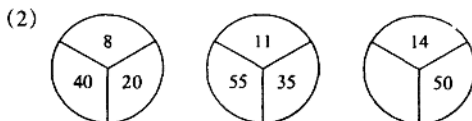


图 2-3

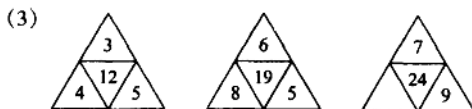


图 2-4

分析:(1)通过观察发现:

$6 \times 3 \rightarrow 18 - 3 \rightarrow 15$, $8 \times 3 \rightarrow 24 - 3 \rightarrow 21$, 根据此规律, 第三个图中各数为 $12 \times 3 \rightarrow 36 - 3 \rightarrow 33$, 所以空格内应填 36.

(2)前两个图的规律为: $40 - 20 \rightarrow 20$, $11 \times 5 \rightarrow 55 - 20 \rightarrow 35$, 根据此规律第三个图里各数应为: $14 \times 5 \rightarrow 70$, $70 - 20 \rightarrow 50$, 所以空格内应填 70.

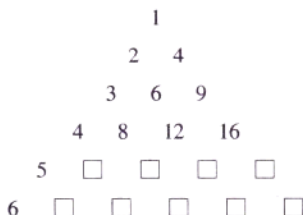
(3)前两个图的规律为:

$3 + 4 + 5 = 12$, $6 + 8 + 5 = 19$, 根据此规律第三个图里各数

为: $7 + 9 + (8) = 24$, 所以空格内应填 8.

练习

5. 找出下面各数排列的规律, 并在 $\square$ 内填上适当的数.



6. 填出下面图中所缺的数.

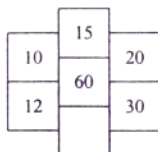


图 2-5



1. 找规律, 在 $(\quad)$ 内填数.

(1) 3, 5, 9, 15, $(\quad)$, $(\quad)$;

(2) 81, 64, 49, 36, $(\quad)$, $(\quad)$;

(3) 1, 2, 5, 14, $(\quad)$, $(\quad)$.

2. 如果 22882882 对应的规律是“大大小小大小小大”, 那么“大大小小大大小小”应对的是 $(\quad)$.

3. 先找规律再填数.

40 24 8
45 19 13
27 3 ()
() 16 17

4. 将下图中所缺的数补上.

9	7	23	5
8	15	?	

5. 智力填空.

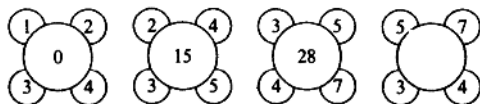


图 2-6

第三课

算式解谜

有些算式,含有一些用文字或符号表示的待定数字,或者是缺少待定的运算符号,要求填上合适的数字或运算符号,使算式成立,这就是算式解谜.解决这类问题需要我们依据运算法则,进行适当的判断推理.它的基本方法是:

1. 采用试验法确定所填的数字时,为了减少试验次数,常常借助估值的方法,对某些数位上的数字进行合理的估计,缩小所求数字的取值范围,以达到快速而准确填数的目的.

2. 采用考察法对算式中隐含的数量关系及数的性质,进行多方位的考察:如数的奇偶性,位数的多少,积或商的尾数的大小,四则运算的意义和性质等作为突破口,作出局部的判断.

例1 添上运算符号 $+$ 、 $-$ 、 $\times$ 、 $\div$,使 $1\ 2\ 3\ 4=1$.

分析:我们采用逆推的方法,也就是从式子的后边逐步向前边考虑.如果最后一个4的前面添的是“-”号,那么就变成了 $1\ 2\ 3-4=1$.这样,这个算式中减号前面的数组成5,通过凑数得出 $1\times 2+3=5$.如果在最后一个4的前面添的是“ $\div$ ”号,那么就变成 $1\ 2\ 3\div 4=1$,这样除号前面的数就要凑成4, $12\div 3=4$.所以,我们可以运用两种方法添上运算符号.

$$1\times 2+3-4=1 \text{ 或 } 12\div 3\div 4=1.$$

例2 将0,1,2,3,4,5,6这7个数字填在圆圈和方格内,每个数字恰好出现一次,组成一个整数算式.

$$\bigcirc\times\bigcirc=\square=\bigcirc\div\bigcirc.$$

分析:用7个数字组成5个数分别填在圆圈内,这5个数有3