第六章 不等式

6.1 不等式的性质

(一)

基础训练

1. 已知 $a-b>0$,则下列各式正确的是(　　).

   (A) $a-8>b-7$　　(B) $ac^2>bc^2$

   (C) $a-1>b-1$　　(D) $-2a>-2b$

2. 给出如下三个不等式:① $x^2+3>2x$ $(x\in\mathbf{R})$;② $a^5+b^5\geqslant a^3b^2+a^2b^3$ $(a,b\in\mathbf{R})$;③ $a^2+b^2\geqslant 2(a-b-1)$ $(a,b\in\mathbf{R})$. 其中成立的不等式的个数是(　　).

   (A) 0 个　　(B) 1 个　　(C) 2 个　　(D) 3 个

3. 设 $a\neq 2$ 或 $b\neq -1$,则 $M=a^2+b^2-4a+2b$ 的值与 -5 的大小关系是(　　).

   (A) $M>-5$　　(B) $M<-5$

   (C) $M=-5$　　(D) 不能确定

4. $x\in\mathbf{R}$,则 x^2 与 $x-1$ 的大小关系是________.

5. 已知 a,b,c 是不全相等的实数,则 a^2+c^2 与 $2(ab+bc-b^2)$ 的大小关系是________.

6. 已知 $m\neq n,m+n<0$,则 m^2n+mn^2 与 m^3+n^3 的大小关系是________.

7. 已知 a,b,c 都是正数,且 $b<c$,试比较 ab 与 $ac+bc$ 的大小.

8. a,b 为实数,设 $M=a^2+b^2$,$N=a(b+1)+b-1$,试比较 M 与 N 的大小.

能力提升

9. 设 $x>a>0$，试比较 x^3+13a^2x 与 $5ax^2+9a^3$ 的大小.

10. 比较 $a^2+\frac{1}{a^2}$ 与 $a+\frac{1}{a}$ 的大小.

11. 已知 a,b,c 是△ABC 的三边，试比较 $(a+b+c)^2$ 与 $4(ab+bc+ca)$ 的大小.

（二）

基础训练

1. 已知 $a>b$，给出下列不等式：①$a+c>b+c$；②$a-c>b-c$；③$ac^2>bc^2$；④$\frac{a}{c^2}>\frac{b}{c^2}$. 其中成立的不等式的个数是（　　）.
(A) 1个　(B) 2个　(C) 0个　(D) 3个
2. 若 $a>b,c>d$，则下列不等式关系不一定成立的是（　　）.
(A) $a-d>b-c$　(B) $a+c>b+d$　(C) $a-c>b-c$　(D) $a-c<b-d$
3. 已知 a,b,c 满足 $c<b<a$，且 $ac<0$，那么下列选项一定成立的是（　　）.
(A) $ab>ac$　(B) $c(b-a)<0$　(C) $cb^2<ab^2$　(D) $ac(a-c)>0$
4. 若 $a>b$，且 $a+b<0$，则 $\frac{a}{b}$ 与 1 的大小关系为________.
5. 如果 $\frac{1}{1+a}>1-a$，那么实数 a 的取值范围是________.
6. 设 a 是互异的正数 a,b,c,d 中的最大数，且 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，则 $a+d$ 与 $b+c$ 的大小关系是______.
7. 已知 $-1<a<b<1$，$-2<c<3$，求 $(a-b)\cdot c$ 的取值范围.

8. 设 $a>b+1$，$c>d+1$，求证：$ac+bd>bc+ad+1$.

能力提升

9. 已知 $a>b>0$，$c<d<0$，求证：$\frac{b}{a-c}<\frac{a}{b-d}$.

10. 已知 $a>b>0$，$c>d>0$，求证：$\sqrt[n]{\frac{a}{d}}>\sqrt[n]{\frac{b}{c}}$ （$n\in\mathbf{N}^*$，且 $n>1$）.

11. 已知 $a>\frac{1}{3}$，$b>\frac{1}{3}$，$ab=\frac{2}{9}$，求证：$a+b<1$.

（三）

基础训练

1. 若 $-1<\alpha<\beta<1$，则下列不等式成立的是（　　）.
   (A) $-1<\alpha-\beta<1$　　(B) $-2<\alpha-\beta<-1$
   (C) $-2<\alpha-\beta<0$　　(D) $-1<\alpha-\beta<0$
2. 若 a，b 是任意实数，且 $a>b$，则（　　）.
   (A) $a^2>b^2$　　(B) $\frac{a}{b}<1$　　(C) $\lg(a-b)>0$　　(D) $\left(\frac{1}{2}\right)^a<\left(\frac{1}{2}\right)^b$
3. 已知 $x>y>z$，且 $x+y+z=0$，则（　　）.
   (A) $xy>yz$　　(B) $xz>yz$　　(C) $xy>xz$　　(D) $x|y|>z|y|$

4. 已知 $30<x<42$，$16<y<24$，则 $x-2y$ 的取值范围是________，$\frac{x}{y}$ 的取值范围是________.

5. 如果 $1<\alpha<3$，$-4<\beta<2$，那么 $\alpha-|\beta|$ 的取值范围是________.

6. 已知 $1<x<d$，令 $a=(\log_d x)^2$，$b=\log_d x^2$，$c=\log_d(\log_d x)$，则 a,b,c 的大小关系是________.

7. 设 $-2<x<y<-1$，试求 x^2-y^2 的取值范围.

8. 已知 $y=\frac{2}{x}$，$-3<x<3$，且 $x\neq 0$，求 y 的取值范围.

能力提升

9. 已知 $0<\alpha+\beta<\frac{\pi}{2}$，$-\frac{\pi}{2}<\alpha-\beta<\frac{\pi}{3}$，求 2α，2β，$3\alpha-\frac{\beta}{3}$ 的取值范围.

10. 已知 $x>0$，且 $x\neq 1$，试比较 $1+\log_x 3$ 与 $2\log_x 2$ 的大小.

11. 已知 $f(x)=px^2-q$，且 $-4\leqslant f(1)\leqslant -1$，$-1\leqslant f(2)\leqslant 5$，求 $f(3)$ 的取值范围.

6.2 算术平均数与几何平均数

(一)

基础训练

1. 已知 a,b 为正实数，且 $a\neq b$，则下列各数最小的是(　　).

(A) $\dfrac{a+b}{2}$　　(B) $\sqrt{ab}$　　(C) $\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$　　(D) $\dfrac{2ab}{a+b}$

2. 设 $b>a>0$，且 $a+b=1$，则下列四个数最大的是(　　).

(A) $\dfrac{1}{2}$　　(B) $2ab$　　(C) a^2+b^2　　(D) b

3. 设 a,b 是正实数，则下列不等式不成立的是(　　).

(A) $a+b+\dfrac{1}{\sqrt{ab}}\geqslant 2\sqrt{2}$　　(B) $(a+b)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)\geqslant 4$

(C) $\dfrac{a^2+b^2}{\sqrt{ab}}\geqslant a+b$　　(D) $\dfrac{2ab}{a+b}\geqslant\sqrt{ab}$

4. 已知 a,b 是正数，那么 $\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{2}}$ 与 $\sqrt{a+b}$ 的大小关系是__________.

5. 已知 $\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}=2$ $(x>0,y>0)$，则 xy 的最小值是__________.

6. 已知 $x>0,y>0,x+y=1$，则 $\dfrac{1}{xy}$ 与 4 的大小关系是__________，

$\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right)\left(1+\dfrac{1}{y^2}\right)$ 的最小值是________.

7. 已知 a,b,c 是正数，求证：$\dfrac{bc}{a}+\dfrac{ac}{b}+\dfrac{ab}{c}\geqslant a+b+c$.

8. 已知 a,b,c,m,n 都是正数，设 $p=\sqrt{ab}+\sqrt{cd}$，$q=\sqrt{ma+nc}\cdot\sqrt{\dfrac{b}{m}+\dfrac{d}{n}}$，试判断 p,q 的大小关系，并给出证明.

能力提升

9. 已知$a+b=1$，且a,b都是正数，试比较a^4+b^4与$\frac{1}{8}$的大小.

10. 已知$x>y>0$，求证：$x^2+\frac{4}{y(x-y)}\geqslant 8$.

11. 已知a,b,c都是正数，求证：$a^3+b^3+c^3\geqslant\frac{1}{3}(a^2+b^2+c^2)(a+b+c)$.

（二）

基础训练

1. 设$0<x<1$，则函数$y=x(1-x)$的最大值是（　　）.

(A) 1　　(B) $\frac{1}{2}$　　(C) $\frac{1}{4}$　　(D) $\frac{1}{8}$

2. 设实数a,b满足$a+b=2$，则3^a+3^b的最小值为（　　）.

(A) 18　　(B) 6　　(C) $2\sqrt{3}$　　(D) $2\sqrt[4]{3}$

3. 下列命题正确的是(　　).

(A) 函数 $y=x+\frac{1}{x}$ 的最小值为 2

(B) 函数 $y=\frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+2}}$ 的最小值为 2

(C) 函数 $y=2-3x-\frac{4}{x}$ $(x>0)$ 的最大值为 $2-4\sqrt{3}$

(D) 函数 $y=2-3x-\frac{4}{x}$ $(x>0)$ 的最小值为 $2-4\sqrt{3}$

4. 若 a,b 均为大于 1 的正数，且 $ab=100$，则 $\lg a\cdot\lg b$ 的最大值是________.

5. 正数 x,y 满足 $x+2y=1$，则 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ 的最小值为________.

6. 设直角三角形的周长为 l，则此三角形面积的最大值是________.

7. 已知 $x<0$，求证：$\sqrt{2}+2x+\frac{4}{x}$ 的最大值是 $-3\sqrt{2}$.

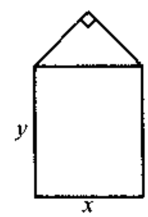
8. 已知 $x>1$，求函数 $y=x+\frac{9x}{x-1}$ 的最小值.

能力提升

9. 已知 a,b,c 都是正数，且 $ab+bc+ca=1$，求 $a+b+c$ 的最小值.

10. 设 $x>y>0$，$xy=1$，求 $\dfrac{x^2+y^2}{x-y}$ 的最小值.

11. 要用木料制作如图所示的框架，框架的下部是边长分别为 x，y（单位：m）的矩形，上部是等腰直角三角形. 要使框架围成的总面积为 8 m^2，则 x，y 分别为多少时用料最省（精确到 0.001 m）？



（第 11 题）

6.3 不等式的证明

（一）

基础训练

1. 对任意 $a<b<0$ 的实数，下列不等式都成立的是（　　）.

(A) $a^2<b^2$　　(B) $\lg b^2<\lg a^2$　　(C) $\dfrac{b}{a}>1$　　(D) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^a<\left(\dfrac{1}{2}\right)^b$

2. 已知 $a>0$，且 $a\neq 1$，$P=\log_a(a^3+1)$，$Q=\log_a(a^2+1)$，则 P，Q 的大小关系是（　　）.

(A) $P>Q$　　(B) $P<Q$　　(C) $P=Q$　　(D) 不能确定

3. 若 $a>b$，$m>0$，则下列不等式恒成立的是（　　）.

(A) $(a+m)^2>(b+m)^2$　　(B) $\dfrac{b-m}{a-m}<\dfrac{b}{a}$

(C) $(a-m)^3>(b-m)^3$　　(D) $|am|>|bm|$

4. 已知 $a>0$，且 $\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{a}>1$，则 $\sqrt{1+a}$ 与 $\dfrac{1}{\sqrt{1-b}}$ 的大小关系为________.

5. 若 $a>0$，且 $a\neq 1$，$x,y\in \mathbf{N}^*$，则 $1+a^{x+y}$ 与 a^x+a^y 的大小关系为________.

6. 用适当的符号填空：$\dfrac{2x}{1+x^2}$________ 1.

7. 已知 $a<1$，$b<1$，求证：$a+b<1+ab$.

8. 设 $a\neq b$，求证：$(a^2+b^2)(a^4+b^4)\geqslant(a^3+b^3)^2$.

能力提升

9. 已知 $a>0$，$b>0$，求证：$a+b+4<(a+2)(b+2)$.

10. 已知 $a<b<0$，求证：$\dfrac{a+b}{a-b}>\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$.

11. 已知函数 $f(x)=\lg(1+x)$，对任意 $x_1>0$，$x_2>0$，求证：$\dfrac{1}{2}[f(x_1-1)+f(x_2-1)]\leqslant f\left(\dfrac{x_1+x_2-2}{2}\right)$.

（二）

基础训练

1. 下列四个命题中，属于假命题的是（　　）.

   (A) 若 $0<a<\frac{1}{2}$，则 $\cos(1+a)<\cos(1-a)$

   (B) 若 $0<a<1$，则 $\frac{1}{1-a}>1+a>\sqrt{2}a$

   (C) 若 $0<a<1$，则 $(1-a)^{\frac{1}{3}}<(1-a)^{\frac{1}{2}}$

   (D) 若 $a,b\in\mathbf{R}$，则 $a^2+b^2+2ab+1>a+b$

2. 设 $0<a<b<1$，则下列不等式成立的是（　　）.

   (A) $a^b>b^a$　　(B) $\log_a b>\log_b a$　　(C) $a^{\frac{1}{2}}<b^{\frac{1}{2}}$　　(D) $\frac{b}{a}<\log_a b$

3. 若 $a>0$，且 $a\neq1$，则 $\log_a(1+a)$ 与 $\log_a\left(1+\frac{1}{a}\right)$ 的大小关系是（　　）.

   (A) $\log_a(1+a)<\log_a\left(1+\frac{1}{a}\right)$　　(B) $\log_a(1+a)=\log_a\left(1+\frac{1}{a}\right)$

   (C) $\log_a(1+a)>\log_a\left(1+\frac{1}{a}\right)$　　(D) 不能确定

4. 若 $P=a^2+a+1$，$Q=\frac{1}{a^2-a+1}$，$a\in\mathbf{R}$，则 P,Q 的大小关系是________.

5. 设 a_1,a_2,b_1,b_2 都是实数，则 $(a_1b_1+a_2b_2)^2$ 与 $(a_1^2+a_2^2)(b_1^2+b_2^2)$ 的大小关系是________.

6. 已知 a,b 是正数，且 $a\neq b$，则 a^ab^b 与 a^bb^a 的大小关系是________.

7. 在等比数列 $\{a_n\}$ 和等差数列 $\{b_n\}$ 中，$a_1=b_1>0$，$a_3=b_3>0$，$a_5\neq b_5$，试比较 a_5 和 b_5 的大小.

8. 已知 $a<b<c$，求证：$a^2b+b^2c+c^2a<ab^2+bc^2+ca^2$.

能力提升

9. 已知 a,b 是正数,求证:$a+b\geqslant 2\sqrt{ab}+\frac{(a-b)^2}{2(a+b)}$.

10. 已知 m,n 是正整数,求证:$\frac{m+n}{2}\geqslant\sqrt[m+n]{m^n n^m}$.

11. 已知 $0<x<1$,试比较 $|\log_a(1-x)|$ 与 $|\log_a(1+x)|$ 的大小,其中 $a>0$,且 $a\neq 1$.

(三)

基础训练

1. 已知 a,b 是非零实数,给出下列不等式:① $\frac{a^2+b^2}{2}\geqslant ab$;② $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\leqslant\frac{a^2+b^2}{2}$;③ $\frac{a+b}{2}\geqslant\frac{ab}{a+b}$;④ $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant 2$. 其中成立的个数是(　　).

(A) 1个　　(B) 2个　　(C) 3个　　(D) 4个

2. 设实数 x,y,m,n 满足 $x^2+y^2=1$,$m^2+n^2=3$,则 $mx+ny$ 的最大值是(　　).

(A) 2　　(B) $\sqrt{5}$　　(C) $\frac{\sqrt{10}}{2}$　　(D) $\sqrt{3}$

3. 已知 a,b,c 都是正数,且 $a+b+c=1$. 令 $M=\left(\frac{1}{a}-1\right)\left(\frac{1}{b}-1\right)\left(\frac{1}{c}-1\right)$,则(　　).

(A) $0\leqslant M<\frac{1}{8}$　　(B) $\frac{1}{8}\leqslant M<1$　　(C) $1\leqslant M<8$　　(D) $M\geqslant 8$

4. 设 $x,y\in\mathbf{R}$，如果 $2^x+2^y\leqslant 4$，则 $\dfrac{1}{2^x}+\dfrac{1}{2^y}$ 不小于________.

5. 设 $a>0,b>0$，且 $a^2+\dfrac{b^2}{2}=1$，则 $a\sqrt{1+b^2}$ 的最大值是________.

6. 若正数 a,b 满足 $ab=a+b+3$，则 ab 的取值范围是________.

7. 已知 $a,b\in\mathbf{R}^*$，求证：$\dfrac{a+b}{2}\leqslant\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$.

8. 已知 a,b,c 是不全相等的正数，求证：$a(b^2+c^2)+b(c^2+a^2)+c(a^2+b^2)>6abc$.

能力提升

9. 已知 a,b,c 是正数，求证：$\dfrac{1}{2a}+\dfrac{1}{2b}+\dfrac{1}{2c}\geqslant\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{b+c}+\dfrac{1}{c+a}$.

10. 已知 $y=2x^2+3x+6$，求证：$3^x+3^y>18$.

11. 设 $a>b>c$，且 $a+b+c=0$，求证：$\sqrt{b^2-ac}<\sqrt{3}a$.

(四)

基础训练

1. 如果 $x>1$, $M=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$, $N=\sqrt{x}-\sqrt{x-1}$，那么 M, N 的大小关系是(　　).
(A) $M<N$　　(B) $M>N$　　(C) $M=N$　　(D) 不能确定

2. 已知 $\frac{\sqrt{2}}{2}<x<1$, $a=2\sqrt{2}$, $b=1+x$, $c=\frac{1}{1-x}$，则 a,b,c 中值最大的一个是(　　).
(A) a　　(B) b　　(C) c　　(D) 不能确定

3. 已知 $0<b<a<\frac{1}{4}$，则 $\sqrt{a-b}$, $a-b$, $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ 从大到小排列的顺序是(　　).
(A) $\sqrt{a-b}>a-b>\sqrt{a}-\sqrt{b}$　　(B) $\sqrt{a}-\sqrt{b}>\sqrt{a-b}>a-b$
(C) $\sqrt{a-b}>\sqrt{a}-\sqrt{b}>a-b$　　(D) $a-b>\sqrt{a-b}>\sqrt{a}-\sqrt{b}$

4. $\sqrt{8}-\sqrt{6}$ 与 $\sqrt{7}-\sqrt{5}$ 的大小关系是____________.

5. 已知 $a<b<0$, $m=\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}$, $n=\sqrt[3]{a-b}$，则 m 与 n 的大小关系是________.

6. 若 n 为正整数，则 $2\sqrt{n+1}$ 与 $2\sqrt{n}+\frac{1}{\sqrt{n}}$ 的大小关系是____________.

7. 已知 $a>5$，求证：$\sqrt{a-5}-\sqrt{a-3}<\sqrt{a-2}-\sqrt{a}$.

8. 已知 $y<1$，且 $0<x<\frac{1}{y}$，求证：$y-y^2<\frac{1}{x+1}$.

能力提升

9. 已知 x,y 是正实数，且 $x+y=1$，求证：$\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(y+\frac{1}{y}\right)\geq\frac{25}{4}$.

10. 已知 $a>0,b>0$,且 $2c>a+b$,求证:$c-\sqrt{c^2-ab}<a<c+\sqrt{c^2-ab}$.

11. 设 $f(x)=|\lg x|$,a,b 满足 $f(a)=f(b)=2f\left(\frac{a+b}{2}\right)$,且 $0<a<b$,求证:$3<b<2+\sqrt{2}$.

(五)

基础训练

1. a,b 为不相等的正数,$k\in\mathbf{N}^*$,则$(ab^k+a^kb)-(a^{k+1}+b^{k+1})$的值的符号(　　).
   (A) 为正　　(B) 为负
   (C) 与 a,b 的大小有关　　(D) 与 k 的奇偶有关
2. 已知 $a>b>c$,则$\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}+\frac{4}{c-a}$的值(　　).
   (A) 是正数　　(B) 是负数或零
   (C) 是非负数　　(D) 不能确定其正负
3. 某商店计划将一商品作两次提价,有甲、乙、丙三种方案(其中 $p>q>0$):

方案＼次	第一次提价	第二次提价
甲	$p\%$	$q\%$
乙	$q\%$	$p\%$
丙	$\frac{p+q}{2}\%$	$\frac{p+q}{2}\%$

   则经两次提价后,提价幅度最大的方案是(　　).
   (A) 甲方案　　(B) 乙方案　　(C) 丙方案　　(D) 由 p,q 的值确定
4. 若 $a>b>c>0$,那么 $\sqrt{ab},\sqrt{bc},\sqrt{ca},c$ 四个数从小到大排列的顺序是________.
5. 已知 $x>0,y>0$,且 $x+y=4$,则使不等式$\frac{1}{x}+\frac{4}{y}\geqslant m$ 恒成立的实数 m 的取值范围是

______.

6. 现要建造一个容积为 8 m^3，高为 2 m 的长方形无盖水池，如果池底和池壁造价分别为每平方米 120 元和 80 元，那么水池的最低总造价为______元.

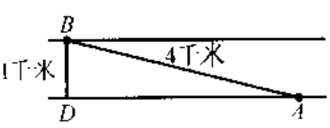
7. 已知函数 $f(x)=x^2+ax+b$ $(a,b\in\mathbf{R})$，实数 p,q 满足 $p+q=1$，且 $0\leqslant p\leqslant 1$. 求证：$pf(x)+qf(y)\geqslant f(px+qy)$ 对任意实数 x,y 都成立.

8. 一批救灾物资随 26 辆汽车从某市以 $v$km/h 的速度匀速运往灾区. 已知两地公路路程为 400 km，为了安全起见，两辆汽车的间距不得小于 $\left(\frac{v}{20}\right)^2$ km，那么这批物资全部运达灾区最少需要多少时间?

能力提升

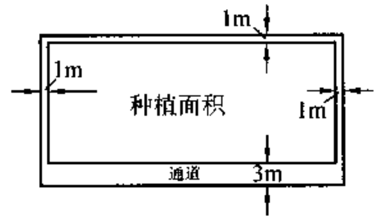
9. 已知函数 $f(x)=\log_2(x+m)$，且 $f(0)$，$f(2)$，$f(6)$ 成等差数列. 若 a,b,c 是两两不相等的正数，且 a,b,c 成等比数列，试判断 $f(a)+f(c)$ 与 $2f(b)$ 的大小关系，并证明你的结论.

10. 如图所示，一条河宽 $BD=1$ 千米，相距 4 千米(直线距离)的两座城市 A 与 B 分别位于河的两岸，现需铺设一条电缆连通 A 与 B. 已知地下电缆的修建费为 2 万元/千米，水下电缆的修建费为 4 万元/千米. 假定两岸是平行的直线，问：应如何铺设可使总费用最小($\sqrt{15}=3.873$，$\sqrt{3}=1.732$，精确到百米、万元)?



(第 10 题)

11. 某村计划建造一个室内面积为 800 m^2 的矩形蔬菜温室，如图. 在温室内，沿左、右两侧与后侧各保留 1 m 宽的通道，沿前侧内墙保留 3 m 宽的通道. 则当矩形温室的边长各为多少时，蔬菜的种植面积最大？最大种植面积是多少？



（第 11 题）

6.4 不等式的解法举例

（一）

基础训练

1. 不等式 $x+2-x^2<0$ 的解集是（　　）.

(A) $\{x|x<-1$，或 $x>2\}$　　(B) $\{x|-1<x<2\}$

(C) $\{x|-2<x<-1\}$　　(D) $\{x|x<-2$，或 $x>1\}$

2. 当 $a<0$ 时，不等式 $42x^2+ax-a^2<0$ 的解集为（　　）.

(A) $\left\{x\left|\frac{a}{7}<x<-\frac{a}{6}\right.\right\}$　　(B) $\left\{x\left|x>-\frac{a}{7}\text{或}x<\frac{a}{6}\right.\right\}$

(C) $\left\{x\left|\frac{a}{6}<x<-\frac{a}{7}\right.\right\}$　　(D) $\left\{x\left|x<\frac{a}{7},\text{或}x>-\frac{a}{6}\right.\right\}$

3. 关于 x 的方程 $2(k+1)x^2+4kx+3k-2=0$ 两根异号，则实数 k 的取值范围是（　　）.

(A) $-2<k<1$　　(B) $-1<k<\frac{2}{3}$

(C) $k<-1$，或 $k>\frac{2}{3}$　　(D) $-2<k<1$，或 $-3<k<-2$

4. 不等式 $x^2-x-5>|2x-1|$ 的解集为____________.

5. 不等式 $|x+7|-|3x-4|+2>0$ 的解集为____________.

6. 不等式 $4<|1-3x|\leqslant 7$ 的解集为____________.

7. 已知关于 x 的方程 $x^2-2(a+2)x+a^2-1=0$ 的两根都大于 2，求实数 a 的取值范围.

8. 解不等式$|x^2+2x-1|\geqslant 2$.

能力提升

9. 解不等式$|x^2-3x-4|>x+2$.

10. 已知$a>1$,P:$a(x-2)+1>0$,Q:$(x-1)^2>a(x-2)+1$,求使得P,Q都成立的x的集合.

11. 已知$\boldsymbol{a}=(1,x)$,$\boldsymbol{b}=(x^2+x,-x)$,$m$为常数,且$m\leqslant -2$,求使$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+2>m\left(\dfrac{2}{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}+1\right)$成立的$x$的范围.

(二)

基础训练

1. 已知$a>0$,$b>0$,则不等式$-b<\dfrac{1}{x}<a$的解集为(　　).

(A) $\left\{x\middle|-\dfrac{1}{b}<x<0,\text{或 }0<x<\dfrac{1}{a}\right\}$　　(B) $\left\{x\middle|-\dfrac{1}{a}<x<\dfrac{1}{b}\right\}$

(C) $\left\{x\middle|x<-\dfrac{1}{b},\text{或 }x>\dfrac{1}{a}\right\}$　　(D) $\left\{x\middle|-\dfrac{1}{a}<x<0,\text{或 }0<x<\dfrac{1}{b}\right\}$