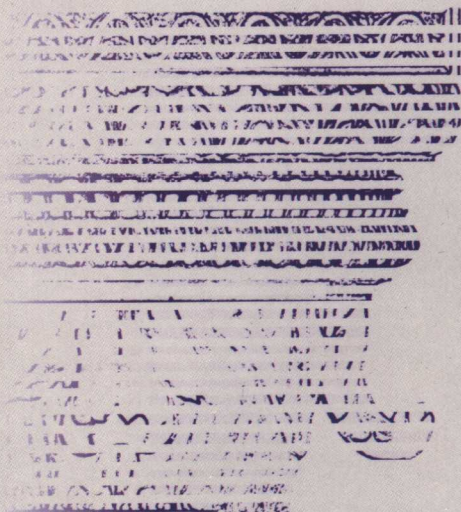


高职高专保险营销专业系列教材
保险企业营销与管理系列培训教材

精算学原理

李 洁 主 编
米小琴 吴 跃 副主编



清华大学出版社

高职高专保险营销专业系列教材
保险企业营销与管理系列培训教材

精算学原理

李洁 主编
米小琴 吴跃 副主编

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书以通俗易懂的语言、简单明晰的数学推导深入浅出地介绍了精算学的原理与方法,以及精算学在保险中的应用。内容分为两大部分,即人寿保险精算和非人寿保险精算。

本书采用一体化的格式设计,包括章首背景资料、正文、小结、复习思考题和实践课堂。本书既适合于高职高专保险及经济类相关专业大专、大学本科和成人教育教学使用,也可以作为保险从业人员的培训教材及自学者的参考读物。

本书教辅资料可以在 <http://www.tup.com.cn> 下载。

版权所有,翻印必究。举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

本书防伪标签采用特殊防伪技术,用户可通过在图案表面涂抹清水,图案消失,水干后图案复现;或将表面膜揭下,放在白纸上用彩笔涂抹,图案在白纸上再现的方法识别真伪。

图书在版编目(CIP)数据

精算学原理/李洁主编. —北京:清华大学出版社,2006.8

(高职高专保险营销专业系列教材·保险企业营销与管理系列培训教材)

ISBN 7-302-13435-9

I. 精… II. 李… III. 精算学—高等学校:技术学校—教材 IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 081294 号

出 版 者:清华大学出版社 地 址:北京清华大学学研大厦

<http://www.tup.com.cn> 邮 编:100084

社 总 机:010-62770175 客户服务:010-62776969

责任编辑:龙海峰

印 刷 者:北京市世界知识印刷厂

装 订 者:三河市化甲屯小学装订二厂

发 行 者:新华书店总店北京发行所

开 本:185×260 印张:14.75 字数:341 千字

版 次:2006 年 8 月第 1 版 2006 年 8 月第 1 次印刷

书 号:ISBN 7-302-13435-9/F·1589

印 数:1~4000

定 价:23.00 元

编委会名单

主 任：郝演苏

副主任：孙祁祥、卓 志、王绪瑾、度国柱、牟惟仲、王纪平
徐培忠、冀俊杰、李大军、薛继豪、包虹剑、赵志远
郝建忠、鲁瑞清、潘宏海、王茹琴、张建国、孙桂华

编 委：冯仁华、林 辉、公冶庆元、黄开琢、李 芳、吴 跃
刘鲁晶、周 宏、周 平、孟繁昌、齐瑞宗、盛定宇
宋承敏、仲万生、孟震彪、林 亚、齐众希、梁 伟
付绪昌、阚晓芒、张 弼、李敬锁、孙淑凤、王伟光
白文祥、鄂 萍、宁雪娟、李 洁、葛文芳、吴慧涵
周 伟、吴 霞、米小琴、张晓芳、刘淑娥、田文锦

总 编：李大军

副总编：梁 伟、公冶庆元、林 辉、宁雪娟

序 言

保险在应对突发事件和灾害损失等方面具有经济补偿、资金融通与社会管理的职能,对于国家经济建设、市场发展和社会安定发挥着极其重要的作用,被称为“精巧的社会稳定器”。党的十六届三中全会通过的《中共中央关于完善社会主义市场经济体制若干问题的决定》提出:积极发展财产保险、人身保险和再保险市场,既是完善现代市场体系的重要内容,又是适应全面建设小康、构建和谐社会的客观要求。因此,随着我国改革开放的逐步推进和市场经济体系的逐步完善,经济建设的高速发展与综合实力的不断增强,社会保障体制改革和国民保险意识的进一步加强,我国保险业已经具备了高速发展的社会环境、市场条件和经济基础。2004年,中国保险市场的保费总收入达4318亿元,比1980年恢复国内保险业务时增长了200多倍,平均年增长率超过35%,是我国同期GDP增长速度的4倍。

我国保险业现有从业人员近200万人,分别服务于近百家中外保险公司和上千家保险中介服务机构,各类中外保险机构相互竞争、相互促进的局面初步形成。根据我国加入世界贸易组织的承诺和相关条款的逐步兑现,中国保险市场正在快速融入国际保险市场,中外保险企业将在同一舞台竞技发展。在保险行业的发展和变革过程中,人才始终是决定事业进步与否的关键,我国保险市场的改革和开放过程充分证明了人才的影响和作用,对于保险专业人才的争夺已经成为各保险机构广泛关注的焦点。据预测,仅北京地区对于各类保险专业人才的需求量每年均在5万人以上,到2010年全国保险专业人才的总需求量将达到100万人以上。但是,我国保险人才队伍建设还存在一些矛盾和问题,包括人才总量不足、流动不规范、人员整体素质不高、教育和培训体系不能满足行业发展的需要等。加上长期以来我国保险理论研究与应用实践比较落后,保险专业人才培养滞后于经济发展。另外,在各保险公司现有的200万从业人员中,需要进行再培训才能达到上岗要求的员工至少超过130万人。为此,中国保险监督管理委员会主席吴定富指出:“人才的缺乏、从业人员整体素质偏低,已成为制约保险业发展的三大瓶颈之一。”

需求促进专业建设、市场驱动人才培养。为适应保险市场对人才多层次、多样化的需求,保证合理的人才结构,有必要尽快开展多层次的保险培训与教育,一是加强学历教育,二是重视继续教育,三是全面开展保险职业教育,四是进行员工培训。经过认真调研和人才需求分析,我们组织多所高职高专院校保险专业教师及部分中外保险公司的业务骨干,共同编写了这套保险营销管理专业的系列教材。在编写过程中曾多次得到中国保险监督管理委员会人教部教育培训处和我国著名保险专家郝演苏、孙祁祥、卓志、王绪瑾、庾国柱等教授的支持与具体指导。以提高教材编写的质量。

本套教材结合中国保险业“十一五”规划,自觉地以科学发展观为统领,前瞻地分析保险市场发展趋势,科学地把握保险业发展规律,系统地对于保险经营理念、组织结构、技术

手段、服务功能、业务流程和市场监管及有效防范与化解风险等内容从理论到实践进行了阐述和分析,讲解时以实例引导,深入浅出,有利于学生理解。

本系列教材特别注重实际应用和操作技能的训练与运用,既可作为高职高专保险专业学生的必修教材,又可作为保险公司业务人员的培训教材。因此,本教材对于专业教学、业务培训和帮助保险从业人员参加各类保险专业资格证书考试均具有重要作用。

郝演苏

2005年6月于北京

前 言

保险业作为现代金融的三大支柱之一,是现代经济的重要领域。改革开放 20 多年以来,我国保险业保持了平均每年 30% 以上的增长速度,是国民经济中发展速度最快,也是最具活力的朝阳行业之一。特别是自我国加入 WTO 后,保险市场加快了走向国际化的步伐。保险业属于知识密集型产业,能否拥有优秀人才决定着保险行业的兴衰。

人才是保险业发展的第一资源,起着基础性、战略性、决定性的作用。目前,人才紧缺在保险业是一个普遍现象,公司高级管理人员、高绩效的销售人员和各种专业技术人员等都有较大的需求缺口,了解精算学知识的保险从业人员更是稀缺。为了适应保险市场对人才的大量需求,一大批保险及保险相关专业应运而生。本教材正是为顺应这一市场需求、为培养具有精算学知识的保险从业人员而编写的。

从 1988 年北美精算师协会帮助南开大学开办第一届研究生精算班算起,精算教学在我国开办已有 18 个年头了。这期间,精算学从一个鲜为人知的学科发展成为一个热门的专业方向,各种精算教材也应运而生,但是适合高职高专学生使用的教材还是空白。本教材的主要读者对象是高职高专保险以及经济管理、金融专业的学生及保险公司的员工。针对读者对象的特点和本学科的基本要求,在编写教材时注意知识体系的完整,并按照理论够用、突出应用的原则,力图以通俗易懂的语言和简单明晰的数学推导,深入而真实地阐述精算学的原理和方法,介绍精算学在保险中的应用。

人寿保险与非人寿保险在数理上有着明显差别。由于人寿保险业务大多数为长期业务,保险事故总会发生,保险给付通常是事先确定的,关键在于保险事故发生的时间,因此利率的影响很大,但通常无须考虑保险事故发生的频率和损失幅度。相反,由于非人寿保险业务大多数为短期业务,保险事故的发生及由此造成的损失都是不能确定的,因此关键在于研究保险事故发生的频率和损失幅度,而利率的影响通常无关紧要。考虑到这种差别,我们将此书分为两大部分,即人寿保险精算和非人寿保险精算。

本书在编写时广泛吸收了国内外优秀教材的成果,体现了全新的设计理念。全书采用一体化格式设计,包括章首背景资料、正文、小结、复习思考题和实践课堂,力图体现高职高专的教育特色。本书定位准确,理论适中,知识面宽,贴近实际,适用范围宽泛,既可作为高职高专及其他大专院校保险及相关专业学历教育的教材,也可用于金融保险企业工作人员的短期培训,还可为广大社会自学者所用。

本教材由李大军进行总体方案策划,中美大都会保险公司首席精算师包虹剑审定,李洁主编,米小琴和吴跃副主编,李洁、米小琴共同统稿。参加本书编写的人员有:林玲玲

(第一章、第二章),米小琴(第三章、第四章、第五章、第八章),吴慧涵(第六章),李洁(第七章),吴跃(第九章),刘淑娥(第十章),李大军整理附录。

本书在编写过程中参考了国内外大量的书刊资料,得到了有关专家、学者和保险公司专业人士的具体指导和帮助,在此一并表示衷心感谢!由于作者水平有限,书中难免有疏漏,真诚希望读者对教材中存在的问题给予指正。

编 者

2006 年 2 月

目 录

第一章 利息理论与应用	1
第一节 单利与复利	1
一、利息的涵义	1
二、单利的涵义	1
三、复利的涵义	2
四、单利与复利的区别	2
第二节 复利的终值和现值	3
一、复利的终值	3
二、复利的现值	4
第三节 利率与贴现率	5
一、利率	5
二、贴现率	8
第二章 年金理论与应用	12
第一节 年金的终值和现值	12
一、年金的定义	12
二、普通年金的终值	12
三、年金终值系数表	13
四、普通年金的现值	13
五、年金现值系数表	14
六、年金终值与年金现值的关系	14
第二节 先付年金与后付年金的关系	16
一、先付年金终值与后付年金终值	16
二、先付年金现值与后付年金现值之间的关系	17
第三节 不同付款次数的年金	17
一、不同付款次数的年金问题	17
二、支付频率低于每单位时间 1 次的年金(多年支付 1 次)	20
第四节 债务偿还方法	20
一、偿债基金付款	20
二、分期偿还贷款	21
第五节 其他年金	22
一、连续年金	22

二、变动年金	22
第三章 生命表	25
第一节 生命表的内容	25
一、生命表的构成	25
二、生命表的用途和分类	26
第二节 生命表各项目的计算	28
一、生命表中各项目间的关系	28
二、生命表中的各类人数	29
三、用生命表计算各类概率	29
四、死亡率和生存人数的图形	31
五、极限年龄	32
六、平均寿命与平均余命	33
第四章 生命年金与生存保险	38
第一节 生命年金概述	38
一、生命年金	38
二、生命年金与确定年金的区别	39
第二节 期末付生命年金的现值	39
一、期末付定期生命年金的现值	39
二、期末付终身生命年金的现值	42
三、期末付延期终身生命年金的现值	43
四、期末付延期定期生命年金的现值	45
第三节 期首付生命年金的现值	46
一、各种期首付生命年金的现值	46
二、期首付定期生命年金的现值	47
三、其他期首付生命年金的现值的公式	47
四、生命年金之间的关系	48
第四节 生存保险	48
一、生存保险的概念	48
二、生存保险趸缴纯保费的计算方法	49
第五章 寿险纯保费的计算	52
第一节 一年定期寿险的趸缴纯保费	53
一、纯保费的概念	53
二、一年定期寿险的趸缴纯保费的计算	53
第二节 趸缴纯保费的计算	55
一、定期寿险趸缴纯保费的计算	55

二、终身寿险趸缴纯保费的计算	57
三、两全保险趸缴纯保费的计算	59
第三节 年缴纯保费的计算	61
一、定期寿险的年缴纯保费	61
二、终身寿险的年缴纯保费	62
三、两全保险的年缴纯保费	62
第六章 概率与保险	65
第一节 随机事件与概率	65
一、随机事件	65
二、随机事件的概率	69
三、概率的基本性质及运算法则	69
四、全概率公式与逆概率公式	72
第二节 随机变量及其分布	73
一、随机变量及其分布	73
二、随机变量函数的分布	77
第三节 随机变量的数字特征	79
一、随机变量的数学期望(均值)	79
二、随机变量的方差	82
三、原点矩和中心矩	83
四、几种重要的离散型随机变量的分布及其数字特征	84
五、几种重要的连续型随机变量的分布及其数字特征	88
第四节 二维随机向量	93
一、二维随机向量的分布	93
二、二维离散型随机向量	94
三、二维连续型随机向量	96
四、二维随机向量的相互独立性	97
五、二维随机向量的数字特征	97
六、两个随机变量的协方差和相关系数	99
第七章 大数法则与保险	105
第一节 大数法则与保险	106
一、大数法则的概念	106
二、保险经营中常用的大数定理	106
三、大数法则的保险学意义	109
四、大数法则在保险中的作用	110
五、保险经营与大数法则的关系	111
第二节 中心极限定理与保险	113

一、保险中常用的中心极限定理	113
二、中心极限定理在保险中的应用举例	114
第八章 保险中的数理统计基础	119
第一节 参数估计	119
一、简单估计值的计算	119
二、估计的置信度	122
三、总体参数的区间估计	123
四、样本量的确定	126
第二节 假设检验	129
一、假设检验的基本原理	129
二、假设检验的程序	130
三、双侧检验与单侧检验	131
四、总体均值的假设检验	132
五、总体比例的假设检验	134
六、两类错误的分析	134
第三节 回归分析	135
一、一元线性回归分析	135
二、回归方程的显著性检验	138
三、预测及应用	140
第九章 财产保险的产品定价	143
第一节 财产保险产品定价概述	143
一、财产保险产品定价的基本概念	143
二、保险产品定价的原则	145
三、保险产品定价的基本原理	146
第二节 财产保险产品的定价	146
一、财产保险费率的构成	146
二、财产保险费率的厘定方法	146
第三节 财产保险费率的确定	149
一、财产保险纯费率的确定	149
二、附加费率的确定	154
三、毛费率的确定	154
第四节 财产保险费率厘定实例	154
一、火灾保险	154
二、海上运输保险	155
三、汽车保险	155

第十章 保险责任准备金	158
第一节 责任准备金概述.....	158
第二节 人寿保险理论责任准备金.....	159
一、概述.....	159
二、责任准备金的计算原理.....	160
三、法克勒氏累积公式.....	164
四、一年分数次缴费的均衡纯保费准备金.....	165
五、期初准备金和期中准备金.....	167
六、各险种准备金模式.....	168
第三节 人寿保险修正责任准备金.....	168
一、修正原理.....	168
二、一年定期修正法.....	170
三、《伊利诺伊修正法》.....	171
四、《保险监督官修正法》.....	172
五、《加拿大修正法》.....	173
第四节 非寿险责任准备金.....	173
一、未到期责任准备金.....	173
二、未决赔款准备金.....	175
三、保险保障基金.....	181
附录一 复利终值系数表.....	185
附录二 复利现值系数表.....	187
附录三 年金终值系数表.....	189
附录四 年金现值系数表.....	191
附录五 1990—1993 年中国人寿保险业经验生命表(男性).....	193
附录六 1990—1993 年中国人寿保险业经验生命表(女性).....	196
附录七 1990—1993 年中国人寿保险业经验生命表(男女混合).....	199
附录八 离散型换算表.....	202
附录九 连续型换算表.....	205
附录十 泊松分布表.....	208
附录十一 标准正态分布表.....	210
附录十二 t 分布表.....	212
附录十三 F 分布表.....	213
附录十四 χ^2 分布表.....	219
参考文献	221

第一章 利息理论与应用

在日常生活中,我们可能把家庭节余的资金存入银行,也可能为家人购买保险。当然,也可能会进入证券市场购买股票或债券……总之,在市场经济时代,我们会为自己的资金找到更多、更好的投资机会。但不管我们选择怎样的投资方式,我们都会关注一个问题,即投资回报率是多少。

当我们把钱存入银行时,我们的投资回报率就可以被简单地认为是银行所支付的利率。2004年10月29日中国人民银行宣布一年期存款利率由1.98%上浮到2.25%,这是继1998年央行连续8次降息以来的第一次上调利率。这次利率上调后,首先直观看到的是:当储户将10 000元人民币存入银行1年,扣除20%的利息税之后,可以比1年前多收入21.6元。那么,到底什么是利率?利率变化对经济更深层次的影响是什么?利率一般是怎么计算的呢?本章将对上述问题做一些讨论。

第一节 单利与复利

一、利息的涵义

一个投资人开立了一个账户并存入款项10 000元,之后他没有向这个账户存取过款项。1年后他结清该账户时得到了10 200元。这个数目可以被看做本金10 000元和利息200元。这里所说的利息200元就是银行在账户存在期间因使用投资人的资本而对他支付的报酬,即借债人(银行)除偿还出借人(投资人)原来出借的资本10 000元外,还要支付一个附加的补偿200元,这个补偿就是利息。

利息是指借用某种资本的代价或借出某种资本的报酬。因为资本使用者不一定拥有资本的所有权,他可借入资本来使用,对于资本借入者来说,利息就是因他使用资本借出者的资本而支付的代价;对于资本借出者来说,利息就是他暂时转让资本的使用权而从资本借入者处得到的报酬。

单位本金在单位时间(一个计息期)所赚取的利息与本金的比率即有效利率,又称实际利率,简称利率。利率常用百分数表示,如 $i=6\%$,表示1元本金在期末赚取的利息是0.06元。由于计息期的长短不同,有年利率、季利率、月利率和日利率之分。通常情况下所提到的利率都是年利率。

二、单利的涵义

假定一个单位本金的投资在每一个计息期所得到的利息是相等的,而利息并不用于再投资,按这种形式增长的利息称为单利。例如,一个投资人存入银行100元,如果单利的年利率为6%,那么每年他都会得到6元利息。如果他1年后结清账户,可以得到106元;如果2年后结清账户,可以得到112元。单利利息的计算无论计息期的长短,均为本

金乘以利率乘以计息期,即

$$I = P \times i \times n$$

式中, P 表示本金, i 表示利率, n 表示计息期, I 表示利息。

单利的本利和=本金+利息,即

$$\text{本利和} = P + I = P + P \times i \times n = P(1 + i \times n)$$

上述表达式反映了单利的基本特征,即利息本身不再赚取利息。按单利计算,如果一个投资人的初始存款为100元,1年后获得了6元的利息,本利和为106元;第2年末的本利和为112元;第3年末的本利和为118元……投资人在投资100元之后,每年只获得6元的利息,这会使投资人认为利息收益水平在下降。由此,产生了复利。

三、复利的涵义

我们看到,在以单利计算时,利息不能作为本金来赚取利息。但事实上,投资人在投资1年以后获得了106元,在第2年初他已经拥有了106元,显然他用106元在6%的利率下投资更为有利,因为他可以在第2年末获得6.36元利息,而不是6元。

所谓复利,是假定每个计息期所得的利息也可以在下一个计息期赚取利息,即将本金所产生的利息加入本金,以本利和作为计算各期利息的一种计息方法。在以复利计算的过程中,本利和始终处于投资状态,既要计算本金的利息,又要计算利息的利息,即所谓“利滚利”的计息方式。

还以上例中的投资数额为例,投资人在存入银行100元后,按6%的年利率复利计算。那么1年后该账户的本利和为106元,这106元作为第2年的本金,到第2年末的本利和为 $106 \times (1 + 0.06) = 112.36$ 元。

复利的利息为

$$\text{第1年末的利息} = P \times i$$

$$\text{第2年末的利息} = P(1 + i) \times i$$

复利的本利和为

$$\text{第1年末的本利和} = P(1 + i)$$

$$\text{第2年末的本利和} = P(1 + i) + P(1 + i) \times i$$

$$\text{第}n\text{年末的本利和} = P(1 + i)^n$$

四、单利与复利的区别

单利与复利的区别主要表现在以下方面:

(1) 当计息期 $n=1$ 时,单利与复利的本利和相等。

(2) 在计息期 $n>1$ 时,复利条件下的本利和要大于单利的本利和。如前所述,按单利计算时,利息不再产生利息;而按复利计算时,利息还要产生利息。因此,在多于一个计息期时,复利条件下的本利和要大于单利条件下的本利和。

(3) 在利率不变且初始本金一定的条件下,按单利计算时,每期的利息额是常数;而按复利计算时,每期的利息增长率为常数。换言之,单利在相等的时间区间内有相等的利息,而复利在相等的时间区间内有相等的增长率。

若本金为 100 元,年利率为 6%,单利与复利的区别如表 1-1 所示。

表 1-1 单利与复利的区别

单位: 元

计息年数 (n)	单 利			复 利		
	年初 本金	年末 利息额	年末 本利和	年初 本金	年末 利息额	年末 本利和
1	100	6	106	100	6	106
2	100	6	112	106	6.36	112.36
3	100	6	118	112.36	6.7416	119.1016

复利几乎用于所有的金融活动中,包括一年或更长期的,也常用于短期交易。单利偶尔用于短期交易和作为不足一个计息期复利的近似值。人寿保险的保费、保险金额都是以复利计算的。如无特殊的说明,本书中所提到的利率均为复利率。

第二节 复利的终值和现值

一、复利的终值

(一) 终值的涵义

终值是若干期后包括本金和利息在内的累积值,又称为本利和,它是度量利率和利息的最基本的概念,通常用符号 S_n 表示。

以计息期为 1 年的情况来说,假定各年的利率水平不变,初始时的 1 元 1 年后变成了 $(1+i)$ 元,2 年后变成了 $(1+i)^2$,我们称 $(1+i)$ 为 1 元钱在 1 年后的终值,称 $(1+i)^2$ 为 1 元钱在 2 年后的终值。例如,年利率为 4% 时,1 元钱在 1 年后的终值为 1.04 元(图 1-1),10 年后的终值为 $(1+0.04)^{10}=1.4802$ 元(图 1-2)。

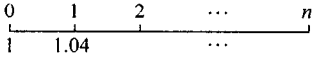


图 1-1 1 元钱在 1 年后的终值

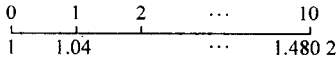


图 1-2 1 元钱在 10 年后的终值

一般的,1 元经过 n 年后变成了 $(1+i)^n$, P 元经过 n 年变成了 $P(1+i)^n$ 元,我们称 $(1+i)^n$ 为 1 元钱在 n 年后的终值,称 $P(1+i)^n$ 为 P 元钱在 n 年后的终值,即

$$\text{复利终值} = \text{复利现值} \times (1 + \text{利率})^n$$

$$S_n = P \times (1 + i)^n$$

(二) 复利终值系数表的应用

在上述公式中, $(1+i)^n$ 被称做复利终值系数,为了方便计算,可编制“复利终值系数表”(见本书附录一)备用。该表的第 1 行是利率 i ,第 1 列是计息期数 n ,相应的 $(1+i)^n$ 的值在其纵横相交处。例如,通过该表可查出, $i=6\%$ 、 $n=3$ 的复利终值系数是 1.1910。

该表的作用不仅在于已知 i 和 n 时查找 1 元的复利终值,而且可以在已知 1 元复利终值和 n 时查找 i ,或已知 1 元复利终值和 i 时查找 n 。

【例 1-1】 某人将 10 000 元进行投资,在年利率 8% 的情况下,投资 5 年以后终值是

多少?

解 已知 $P=10\,000, i=8\%, n=5$, 求 S_5 的值。通过查复利终值系数表, 得到

$$\begin{aligned} S_5 &= 10\,000 \times (1+8\%)^5 \\ &= 10\,000 \times 1.469\,3 \\ &= 14\,693(\text{元}) \end{aligned}$$

即投资 5 年以后的终值是 14 693 元。

【例 1-2】 某人有一 200 元, 拟投入报酬率为 8% 的投资机会, 经过多少年才可使现有货币增加 1 倍?

解 根据题意

$$\begin{aligned} S_n &= 1\,200 \times 2 = 2\,400 \\ S_n &= 1\,200 \times (1+8\%)^n \\ 2\,400 &= 1\,200 \times (1+8\%)^n \end{aligned}$$

即

$$(1+8\%)^n = 2$$

查“复利终值系数表”在 $i=8\%$ 的项下寻找 2, 最接近的值 1.999 0 所对应的 n 为 9, 即经过 9 年以后可使现有货币增加 1 倍。

【例 1-3】 某人现有 1 200 元, 欲在 19 年后使其达到原来的 3 倍, 选择投资机会时最低可接受的报酬率是多少?

解 根据题意, 有

$$\begin{aligned} S_n &= 1\,200 \times 3 = 3\,600 \\ S_n &= 1\,200 \times (1+i)^{19} \\ 3\,600 &= 1\,200 \times (1+i)^{19} \end{aligned}$$

即

$$(1+i)^{19} = 3$$

查“复利终值系数表”, 在 $n=19$ 的行中寻找 3, 最接近的值 3.025 6 所对应的 i 值为 6%。所以, 当 $i=6\%$ 时, 才可使现有货币在 19 年后达到原来的 3 倍。

二、复利的现值

(一) 现值的涵义

现值是终值的对称概念, 指未来一定时间的特定资金按复利计算的现在价值, 或者说是为取得将来一定本利和现在所需要的本金。

我们已经知道, 假定各年的利率水平不变的情况下, 1 元经过 n 年后变成了 $(1+i)^n$ 元, P 元经过 n 年变成了 $P(1+i)^n$ 元; 那么反过来, 在一定的利率水平下, 多少钱经过 n 年后成为 1 元钱呢? 显然, $\frac{1}{1+i}$ 元经过 1 年后成为 1 元, $\frac{1}{(1+i)^n}$ 元经过 n 年后成为 1 元, 即 $\frac{1}{1+i}$ 元为 1 元钱在 1 年前的现值, $\frac{1}{(1+i)^n}$ 为 1 元钱在 n 年前的现值。因此, 当利率为 4% 时, 1 元钱在 1 年前的现值为 $\frac{1}{1+4\%} = 0.961\,5$ 元。