

高等 学 校 规 划 教 材
GAODENG XUEXIAO GUIHUA JIAOCAI

金属塑性成形力学

王 平 崔建忠 编著



冶金工业出版社

<http://www.cnmip.com.cn>



GAODENG XUEXIAO GUIHUA JIAOCAI

ISBN 7-5024-4019-4

9 787502 440190 >

ISBN 7-5024-4019-4

TG · 397 定价 26.00 元

高等学校规划教材

金属塑性成形力学

东北大学 王 平 崔建忠 编著

北京
冶金工业出版社
2006

内 容 提 要

本书为高等学校教学用书,内容共分六章:从应力和应变的分析入手(第1章),建立求解塑性成形问题的基本方程(第2章),进而结合塑性成形实际讲述主要解析方法——工程法(第3章)、滑移线法(第4章)和上界法(第5、6章),并给出很多实例。各章均配有一定数量的思考题和习题。

本书也可供有关的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

金属塑性成形力学/王平,崔建忠编著. —北京:
冶金工业出版社,2006.8

高等学校规划教材

ISBN 7-5024-4019-4

I . 金… II . ①王… ②崔… III . 金属—塑性
变形—力学—高等学校—教材 IV . TG111.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 075759 号

出版人 曹胜利(北京沙滩嵩祝院北巷 39 号,邮编 100009)

责任编辑 宋 良 李枝梅 美术编辑 李 心

责任校对 栾雅谦 李文彦 责任印制 丁小晶

北京兴华印刷厂印刷;冶金工业出版社发行;各地新华书店经销

2006 年 8 月第 1 版,2006 年 8 月第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16; 11.5 印张; 306 千字; 175 页; 1~3000 册

26.00 元

冶金工业出版社发行部 电话:(010)64044283 传真:(010)64027893

冶金书店 地址:北京东四西大街 46 号(100711) 电话:(010)65289081

(本社图书如有印装质量问题,本社发行部负责退换)

冶金工业出版社部分图书推荐

书名	作者	定价(元)
楔横轧零件成型技术与模拟仿真	胡正寰 等著	48.00
轧制工程学(本科教材)	康永林 主编	32.00
传输过程基本原理(本科教材)	乐启炽 等编	26.00
金属材料工程专业实验教程(本科教材)	那顺桑 主编	22.00
材料的力学性能(英文版,本科教材)	于海生 等编	30.00
塑性加工金属学(本科教材)	王占学 主编	25.00
轧钢机械(第3版)(本科教材)	邹家祥 主编	49.00
金属压力加工概论(第2版)(本科教材)	李生智 主编	29.00
轧制工艺参数测试技术(第2版)(本科教材)	黎景全 主编	25.00
自动检测和过程控制(第3版)	刘元扬 主编	36.00
现代冶金学(钢铁冶金卷)(本科教材)	朱苗勇 主编	36.00
参数检测与自动控制(职业技术学院教材)	李登超 主编	39.00
有色金属压力加工(职业技术学院教材)	白星良 主编	33.00
黑色金属压力加工实训(职业技术学院教材)	袁建路 主编	23.00
金属压力加工理论基础(职业技术学院教材)	段小勇 主编	37.00
加热炉(职业技术学院教材)	戚翠芬 主编	26.00
轧钢基础知识(工人培训教材)	孟延军 主编	39.00
加热炉基础知识与操作(工人培训教材)	戚翠芬 主编	29.00
中型型钢生产(工人培训教材)	袁志学 主编	28.00
中厚板生产(工人培训教材)	张景进 主编	29.00
高速线材生产(工人培训教材)	袁志学 主编	39.00
热连轧带钢生产(工人培训教材)	张景进 主编	35.00
板带冷轧生产(工人培训教材)	张景进 主编	42.00
热工仪表及其维护(工人培训教材)	张惠荣 主编	26.00
连续铸钢生产(工人培训教材)	冯捷 主编	45.00
轧钢设备维护与检修(工人培训教材)	袁建路 主编	28.00
冶炼设备维护与检修(工人培训教材)	时彦林 等编	49.00
电气设备故障检测与维护(工人培训教材)	王国贞 主编	28.00
冶金液压设备及其维护(工人培训教材)	任占海 主编	35.00
机械基础知识(工人培训教材)	马保振 主编	26.00
炼钢基础知识(工人培训教材)	冯捷 主编	39.00
轧制工艺润滑原理技术与应用	孙建林 著	29.00
板带铸轧理论与技术	孙斌煜 等著	28.00
高精度轧制技术	黄庆学 等著	40.00
矫直原理与矫直机械(第2版)	崔甫 著	42.00

前　　言

本书是根据《材料成形专业教学计划》与《金属塑性成形力学教学大纲》的要求编写的。全书从应力和应变的分析入手,建立求解塑性成形问题的基本方程,进而结合塑性成形实际讲述主要解析方法——工程法、滑移线法和上界法,并给出很多实例,特别是一些用传统理论解决现代实际问题的实例,从而使本书具有更高的参考价值。为了培养学生分析问题和解决问题的能力,各章均有一定数量的思考题和习题,为便于自学,对书中涉及的主要公式都做了较详细推导。

本书是按照 90 学时的内容编写的,若学时较少,可以根据需要,调整教学内容。本书可作为高等学校材料成形专业的教学用书,也可供生产、设计和科研部门的工程技术人员参考。

本书的绪论和第 1、2、3、4 章由王平执笔,第 5、6 章由崔建忠执笔。

在编写过程中,东北大学赵德文教授提出了许多宝贵意见。本书的出版,得到了东北大学的资助。在此深表谢意。

由于编者水平所限,书中不足在所难免,诚望读者批评指正。

编　者

2006 年 6 月

目 录

绪论	1
1 应力与应变	5
1.1 应力	5
1.1.1 应力的基本概念	5
1.1.2 点应力状态	7
1.1.3 应力坐标变换	10
1.2 主应力	12
1.2.1 主应力、应力张量不变量	12
1.2.2 应力椭球面	14
1.3 主剪应力	15
1.4 应力张量的分解	17
1.4.1 八面体面和八面体应力	17
1.4.2 球应力分量和偏差应力分量	18
1.4.3 主应力图与主偏差应力图	19
1.5 应变	20
1.5.1 应变的基本概念	20
1.5.2 几何方程	22
1.5.3 一点附近的应变分析	25
1.5.4 主应变、应变张量不变量	26
1.5.5 应变张量分解	27
1.5.6 主应变图	28
1.5.7 应变速率	29
1.5.8 平均应变速率	30
1.6 变形表示法	32
1.6.1 工程相对变形表示法	32
1.6.2 对数变形表示法	32
1.7 应力-应变曲线	34
1.7.1 应力-应变曲线	34
1.7.2 静水压力(各向均匀受压)试验	35
1.8 变形体模型	36
1.8.1 线性弹性体“模型”	36
1.8.2 理想弹塑性体“模型”	36
1.8.3 弹塑性强化体“模型”	37

1.8.4 刚-塑性体的“模型”	37
1.8.5 复杂“模型”	37
思考题	38
习 题	38
2 变形力学方程	40
2.1 力平衡微分方程	40
2.1.1 直角坐标系的力平衡微分方程	40
2.1.2 极坐标系的力平衡微分方程	43
2.1.3 圆柱面坐标系的力平衡微分方程	43
2.1.4 球面坐标系的平衡微分方程	44
2.2 应力边界条件及接触摩擦	45
2.2.1 应力边界条件方程	45
2.2.2 金属塑性成形中的接触摩擦	45
2.2.3 应力边界条件的种类	47
2.3* 变形协调方程	48
2.4 屈服准则	48
2.4.1 屈服准则的含义	48
2.4.2 屈雷斯卡屈服准则(最大剪应力理论)	49
2.4.3 密赛斯屈服准则(变形能定值理论)	50
2.4.4 屈服准则的几何解释	52
2.4.5 屈服准则的实验验证	54
2.5 应力与应变的关系方程	55
2.5.1 弹性变形时的应力和应变关系	55
2.5.2 塑性应变时的应力和应变的关系	56
2.6 等效应力和等效应变	59
2.6.1 等效应力	60
2.6.2 等效应变	60
2.6.3 等效应力与等效应变的关系	62
2.6.4 $\sigma_e - \epsilon_e$ 曲线——变形抗力曲线	63
2.7 变形抗力模型	65
2.7.1 变形抗力的概念及其影响因素	65
2.7.2 变形抗力模型	66
2.8 平面变形和轴对称问题的变形力学方程	69
2.8.1 平面变形问题	69
2.8.2 轴对称问题	72
思考题	73
习 题	73
3 工程法解析变形问题	75
3.1 工程法简介	75

3.2 圆柱体镦粗	77
3.2.1 接触表面压应力分布曲线方程	77
3.2.2 平均单位压力计算公式	79
3.3 挤压	80
3.3.1 挤压力及其影响因素	80
3.3.2 棒材单孔挤压时的挤压力公式	81
3.3.3 多孔、型材挤压	85
3.3.4 管材挤压公式	85
3.3.5 穿孔力公式	86
3.3.6 反向挤压力公式	88
3.4 拉拔	88
3.4.1 棒、线材拉拔力计算公式	89
3.4.2 管材空拉	93
3.4.3* 管材有芯头拉拔	94
3.5 矩形件压缩	100
3.5.1 无外端的矩形件压缩	100
3.5.2 矩形厚件压缩	101
3.6 平辊轧制单位压力的计算	103
3.6.1 斯通公式	104
3.6.2* 采利柯夫公式	106
3.6.3* 西姆斯公式	110
3.6.4* 艾克隆得公式	112
3.7* 利用平均能量法推导式 3.51	113
3.8* 工程法实际应用例——半固态触变成形力的工程法求解	113
3.8.1 计算	113
3.8.2 计算结果	116
3.8.3 结论	117
思考题	117
习 题	117
4 滑移线场理论及应用	119
4.1 滑移线场的基本概念	119
4.1.1 平面塑性变形的基本方程式	119
4.1.2 基本假设	119
4.1.3 基本概念	120
4.2 汉基应力方程	122
4.3 滑移线场的几何性质	123
4.4 盖林格尔速度方程与速端图	126
4.4.1 盖林格尔速度方程	126
4.4.2 速端图	127
4.5 滑移线场求解的应力边界条件及步骤	130
4.5.1 应力边界条件	130

4.5.2 滑移线场求解的一般步骤	133
4.6 滑移线场的绘制	133
4.7 滑移线场求解问题实例	135
4.7.1 光滑平冲头压入半无限体	135
4.7.2 粗糙平冲头压入半无限体	137
4.7.3 平辊轧制零件 ($\frac{l}{h} < 1$)	138
4.7.4 平辊轧制薄片 ($\frac{l}{h} > 1$)	140
思考题	140
习 题	141
5 极限分析原理	143
5.1 极限分析的数学基础	143
5.1.1 求和约定表示法	143
5.1.2 变形力学方程的求和约定表示	144
5.2 极限分析的基本概念	145
5.3 虚功原理	145
5.3.1 虚功原理表达式	145
5.3.2 存在不连续时的虚功原理	147
5.4 最大塑性功原理	148
5.5* 下界定理	151
5.6 上界定理	153
5.7* 理想刚 – 塑性体解的唯一性定理	156
思考题	157
习 题	157
6 上界法在成形中应用	158
6.1 上界法简介	158
6.1.1 上界法解析的基本特点	158
6.1.2 上界法解析成形问题的范围	158
6.1.3 上界功率计算的基本公式	159
6.2 上界法解析实例	159
6.2.1 光滑平冲头压缩半无限体	159
6.2.2 在光滑平板间压缩薄片 ($l/h > 1$)	160
6.2.3 粗糙辊面轧板	162
6.2.4 连续速度场解析扁料平板压缩(不考虑侧面鼓形)	163
6.2.5 连续速度场解析扁料平板压缩(考虑侧面鼓形)	165
6.2.6 楔形模平面变形拉拔和挤压	167
6.2.7 上界定理解析轴对称压缩圆环	169
思考题	174
习 题	174
参考文献	175

绪 论

金属塑性成形过程,就是利用金属的塑性,在一定外力的作用下使之变形,得到所需尺寸规格和一定性能要求的产品的变形过程。

金属塑性成形的方式很多,本书主要根据以下两方面进行分类:

- (1) 根据成形时工件的受力和成形方式;
- (2) 根据成形时工件的温度特征。

根据成形时工件的受力和成形方式分类情况详见表 1。分为基本成形方式和组合成形方式。

靠压力作用使金属产生变形的方式有锻造、轧制和挤压。

锻造:是用锻锤锤击或用压力机的压头压缩工件,分为自由锻和模锻。可生产各种形状的锻件,如各种轴类、曲柄和连杆等。

轧制:坯料通过转动的轧辊受到压缩,使横断面减小,形状改变,长度增加。可分为纵轧、横轧和斜轧。

纵轧——工作轧辊旋转方向相反,轧件的纵轴线与轧辊轴线垂直;

横轧——工作轧辊旋转方向相同,轧件的纵轴线与轧辊轴线平行;

斜轧——工作轧辊旋转方向相同,轧件的纵轴线与轧辊轴线成一定的倾斜角。

用轧制法可生产板带材、简单断面和异型断面型材与管材、回转体(如变断面轴和齿轮等)、各种周期断面型材、丝杠、麻花钻头和钢球等。

挤压:把坯料放在挤压筒中,垫片在挤压轴推动下,迫使成形材料从一定形状和尺寸的模孔中挤出。分正挤压和反挤压。

正挤压——挤压轴的运动方向和从模孔中挤出材料的前进方向一致;

反挤压——挤压轴的运动方向和从模孔中挤出材料的前进方向相反。

用挤压法可生产各种断面的型材和管材。

主要靠拉力作用使材料成形的方式有拉拔、冲压(拉延)和拉伸成形。

拉拔:用拉拔机的夹钳把成形材料从一定形状和尺寸的模孔中拉出,可生产各种断面的型材、线材和管材。

冲压:靠压力机的冲头把板料冲入凹模中进行拉延,可生产各种杯件和壳体(如汽车外壳等)。

主要靠弯矩和剪力作用使材料成形的方式有弯曲和剪切。

弯曲:材料在弯矩作用下成形,如板带弯曲成形和金属材的矫直等。

剪切:材料在剪力作用下进行剪切变形,如板料的冲剪和金属的剪切等。

基本成形方式简称“锻、轧、挤、拉、冲、弯、剪”。

为了扩大品种和提高成形精度与效率,常常把上述基本成形方式组合起来,而形成新的组合成形过程如表 1 所示。仅就轧制来说,目前已成功地研究出或正在研究与其他基本成形方式相组合的一些成形过程。诸如锻造和轧制组合的锻轧过程,可生产各种变断面零件以扩大轧制品种和提高锻造加工效率;轧制和挤压组合的轧挤过程,可以生产铝型材,纵轧压力穿孔也是这种组合过程,它可以对斜轧法难以穿孔的连铸坯(易出内裂和折叠)进行穿孔,并可使用方坯代替圆坯;拉拔和轧制组合的拔轧过程,其轧辊不用电机驱动而靠拉拔工件带动,能生产精度较高的各种

表 1 金属塑性成形方式与受力特点示意图

基本受力特点	压 力				轧 制
	自 由 铸	模 铸	纵 轧	横 轧	
分类与名称 基本成形方式	铸 粗 延 伸	模 铸	纵 轧	横 轧	斜 轧
基本受力特点	压 力	拉 力	冲压(拉延)	拉伸成形	弯 矩
分类与名称 基本成形方式	挤 压	拉 拔			剪 切
	正 向 挤 压	反 向 挤 压			
组合成形方式	锻造 - 轧制	轧制 - 挤压	拉拔 - 轧制	轧制 - 弯曲	轧制 - 剪切
分类与名称	锻 轧	轧 挤	拔 轧	辊 弯	搓轧(异步轧制)

断面型材。冷轧带材时带前后张力轧制也是一种拔轧组合,它可减小轧制力;轧制和弯曲组合的辊弯过程,使带材通过一系列轧辊构成的孔型进行弯曲成形,可生产各种断面的薄壁冷弯或热弯型材。轧制和剪切组合的搓轧过程,因上下工作辊旋转速度不等(也叫异步轧制)而造成上下辊面对轧件摩擦力方向相反的搓轧条件,可显著降低轧制力,能生产高精度极薄带材。

此外,还有铸造和轧制组合的液态铸轧(图1),粉末冶金和轧制组合的粉末轧制(图2)等新的组合成形过程。目前,已采用液态铸轧法生产铸铁板、不锈钢和高速钢薄带、铝带和铜带等,钢的液态铸轧正在研究中;用粉末轧制法已能生产出有一定强度和韧性的板带材。

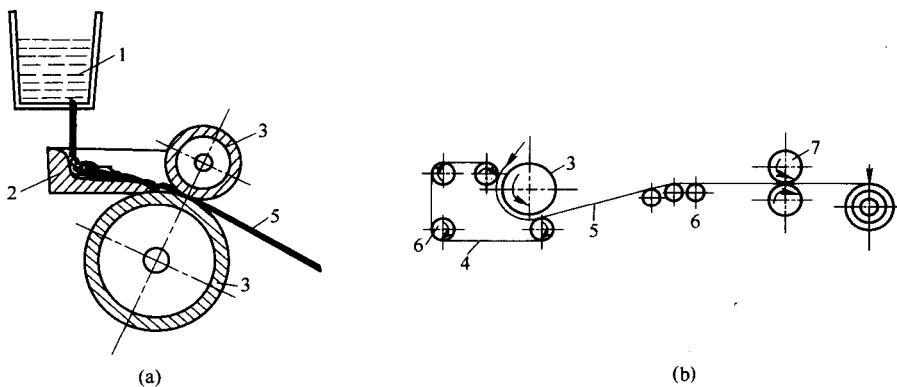


图1 液态铸轧过程

(a) 铸铁板液态铸轧;(b) 铝带液态铸轧

1—盛钢桶;2—流钢槽;3—水冷轧辊;4—冷却钢带;5—轧件;6—导辊;7—轧辊

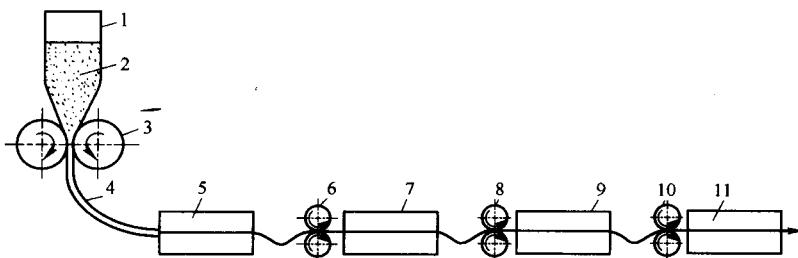


图2 粉末轧制过程

1—料斗;2—粉末;3—轧辊;4—未烧结的带坯;5—预烧结炉;6—一次冷轧;

7—烧结炉;8—二次冷轧;9, 11—退火炉;10—三次冷轧

按变形时的工件温度特征可分为热变形、冷变形和温变形。

热变形——在进行充分再结晶温度以上所完成的变形过程。

冷变形——在不产生回复和再结晶温度以下所完成的变形过程。

温变形——介于冷热变形之间的温度进行的变形。

热变形是为了改善产品的组织性能,常常要控制加热温度、变形终了温度、变形程度和成形后产品的冷却速度,从而提高产品的强韧性。

冷变形的实质是冷变形—退火—冷变形……成品退火的过程,可以得到表面光洁、尺寸精确、组织性能良好的产品。

温变形的目的有的是为了降低金属的变形抗力,有的是为了改善金属的塑性,也有的是为了在韧性不显著降低时提高金属的强度。

以上说明,各种成形方式的适当组合可开发出能扩大品种、改善产品精度和成形效率的新的成形过程。成形过程和热处理适当配合可显著改善产品的组织性能,以便更经济、更有效地使用金属材料。

金属塑性成形力学是金属塑性成形理论的一个分支,它是运用塑性力学基础来求解金属材料成形问题。即在对成形工件进行应力和应变分析的基础上建立求解成形问题的变形力学方程和解析方法,从而确定材料成形的力能参数和工艺变形参数以及影响这些参数的主要因素。它的基本研究内容包括:

(1)研究给定的金属材料成形过程(轧制、锻造、挤压、拉拔等)所需的外力;外力与变形外部条件之间的关系,诸如工具形状、变形方式、摩擦条件等,此外力是成形设备设计与成形工艺制定的基本依据。

(2)研究成形材料内部的应力场、应变场、应变速率场以及边界位移等,从而分析成形时产生裂纹的原因和预防措施,预测产品内残余应力和组织性能,提高产品质量。

(3)研究新的、更合理的成形过程与组合成形过程及其力学特点,以提高成形效率、节省能源;研究新的、更合理的数学解析方法以提高成形力学的解析性、严密性与科学性。

作为实用塑性理论的金属塑性成形力学直到 20 世纪 60 年代主要的解法仍是初等解析法即传统工程法。此法的基本特点是采用近似的平衡方程与近似塑性条件并假定正应力在某方向均匀布、剪应力在某方向线性分布。然后求解出工件接触面上的应力分布方程。由于方法较简单,如参数处理得当,计算结果与实际之间误差常在工程允许范围内,结果可信,因此今天仍有重要价值。但此种方法的主要缺点是不能研究变形体内部应力与变形分布。

另外一种发展较早的变形力解法是分析理想刚-塑性材料的滑移线法,该法采用精确平衡方程与塑性条件推导出汉基应力方程并按边界条件与几何性质绘制出塑性流动区内的滑移线场,借助滑移线场与速端图可确定塑性区内各点的应力分布与流动情况。此法可以有效地解析平面变形问题,但对轴对称问题及边界形状复杂的三维问题尚有待深入研究。

20 世纪 40 年代末与 50 年代初,A.A. 马尔科夫与 R. 希尔等从数学塑性理论角度出发,以完整的形式证明了可变形连续介质力学的极值原理。到 70 年代极值原理解析材料成形实际问题的应用已居主导地位。其中上界法发展成上界三角形速度场解法与上界连续速度场解法;三角形速度场解法将变形区设定为由刚性的三角形块组成,当成形工具具备已知速度时,刚性块发生相互搓动,借助速端图可求出变形功率与边界外力;此法因对变形区处理粗略,目前已逐渐被连续速度场解法取代。上界连续速度场解法是对具体的成形问题设定满足运动许可条件含有待定参量的上界运动许可速度场,然后计算应变速率场与成形功率,再用数学方法使成形功率最小化进而得到相关力能参数。

本书主要讲授工程法、滑移线法与上界法。

随着电子计算机的应用与数值解析技术的发展,近年来材料成形发展的基本解法还包括有限元、上界元以及能量法。这些内容将在本专业研究生课程——“现代材料成形力学”中讲授,本书不予介绍。

金属塑性成形力学今后发展的动向应当是:1)采用较精确的初始和边界条件(包括接触摩擦条件等)以及反映实际材料流变特性的变形抗力模型,依靠电子计算机求解精确化的变形力学方程,并加强对三维流动问题的研究。2)研究金属塑性成形工件内部的矢量场(应力、位移和应变分布)和标量场(温度、硬度和晶粒度分布等);3)研究金属塑性成形力学中非线性力学与数学问题的线性化解法(塑性功率积分方法线性化、屈服准则线性化等),以提高金属塑性成形力学的解析性、严密性与科学性。

1 应力与应变

金属塑性成形是金属与合金在外力作用下产生塑性变形的过程,所以必须了解成形中工件所受的外力及其在工件内的应力和应变。本章将从塑性成形中工件所受的外力和所呈现的现象入手,讲述成形工件内应力和应变状态的分析及其表示方法。这些都是塑性成形的力学基础。

1.1 应力

1.1.1 应力的基本概念

在一定条件下,要使物体变形,必须施加一定的力,作用于物体上的力有两种类型,体积力(质量力)及表面力(外力),它们皆可使物体在一定的情况下产生弹性变形或塑性变形。但对大多数成形金属来说,成形是由表面力来完成的,体积力与表面力相比,在成形过程中所起的作用较小,故一般略而不计。

1.1.1.1 外力

平锤下镦粗时,圆柱体试件受上、下锤头力的作用而产生高度减小断面扩大的变形,如图1.1(a)所示。

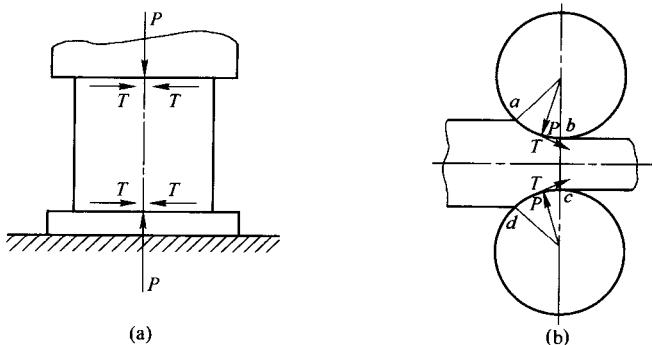


图 1.1 镦粗及轧制时的外力图

(a) 镦粗;(b) 轧制

锤头力 P 是使柱体产生变形的有效作用力。由于锤头表面在横向没有运动,而工件与工具接触处是相对运动的,这就产生了阻碍柱体断面扩大的摩擦力。图1.1(b)为平辊间的轧制,轧辊沿径向对轧件施加压力 P ,使其高度减小。为了使轧件能进入逐渐缩小的辊缝,在轧辊与材料接触表面之间也存在摩擦力,它的作用是将轧件曳入两个轧辊之间以实现轧制过程。

可见,使工件发生塑性变形的表面力,有垂直于接触表面的作用力与沿着表面作用的摩擦力。镦粗时,摩擦力妨碍柱体断面的扩大,是无效力;轧制时,摩擦力是实现轧件成形所必需的有效力之一。

1.1.1.2 内力与应力

变形物体受到外力作用时,内部将出现与外力平衡、抵抗变形的内力,故寻求变形力的平衡条件,不仅有作用于整个物体上外力的平衡条件,而且需要物体每个无穷小单元也处于平衡。变

形物体的平衡条件具有微分性质,即意味着研究物体变形时力的情况,还需要了解物体内部的应力情况。内力的强度称为应力,物体内部出现应力,称物体处于应力状态之中。

为研究应力情况,需引入变形区的概念。在金属成形时,所谓变形区,是指那些受工具直接作用的,金属坯料正在产生塑性变形的那部分体积。如图 1.1(a)所示,镦粗时金属整体全部在工具直接作用下发生变形,整块金属都处于变形区内,任意瞬间的变形都遍及全体。轧制则不然,每一瞬间的变形只发生在其纵向上的一小段中,如图 1.1(b)中 abcd 所包围的部分。变形区前面部分,变形已完毕,后面部分则尚未变形,这些部分又称为刚端。所谓刚端(或外区),是指变形过程的任意瞬间、金属坯料上不发生塑性变形的那部分金属体积。

从变形区内取出一个小体积,如图 1.2(a)所示,当其处于平衡状态时,作用着 $P_1, P_2, P_3 \dots$ 诸力。若截去 B 部分,为了保持与 A 部分的平衡,则截面上一定有一合力 P ,如图 1.2(b)所示,在截面的任一微小面素 ΔF 上,在 P 力方向有 ΔP 力,那么 $\lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta F}$ 定义为面素上的全应力。 ΔP 对 ΔF 而言,可分解为垂直分量(法线分量) ΔN 及切线分量 ΔT ,可得出

$$\sigma = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta F}, \quad \tau = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta F}$$

式中 σ, τ ——面素 ΔF 上的垂直应力(正应力)及切线应力(切应力)。

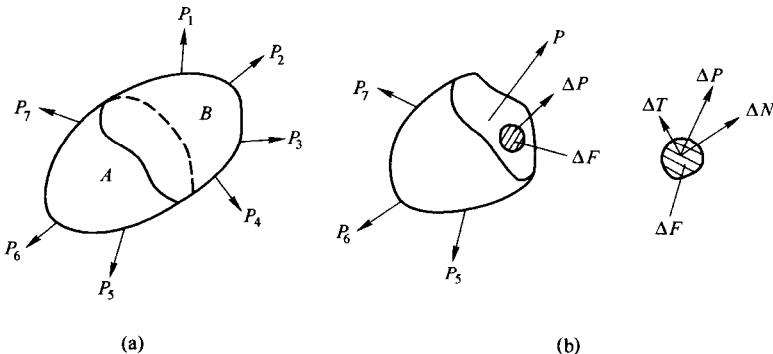


图 1.2 微小面素上作用力

1.1.1.3 应力状态

如图 1.3(a)所示,设均匀圆杆的一端固定,另一端受拉力 P 的作用,圆杆的截面积为 F ,则 F 的单元面积上的拉应力为 $\frac{P}{F}$ 。图 1.3(b)所示,若垂直拉力轴向断面上的应力不变,由于 $P' = P$,该断面上的法线应力 $\sigma = \frac{P}{F}$ 。如图 1.3(c)所示,若所取截面的法线与拉力轴向成 θ 角,拉力的作用在该面上出现的力为 S' ,并且

$$S' = \frac{P}{F/\cos\theta} = \frac{P\cos\theta}{F}$$

如图 1.3(d)所示,若将 S' 分解为垂直该面的法线分量 σ_θ 及作用该面上的切线分量 τ_θ ,则它们分别为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\theta &= \frac{P\cos^2\theta}{F} = \sigma\cos^2\theta \\ \tau_\theta &= \frac{P\cos\theta\sin\theta}{F} = \sigma\cos\theta\sin\theta \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

式中 σ_θ —— θ 面的法线应力(正应力);

τ_θ —— θ 面的切线应力(剪应力,切应力)。

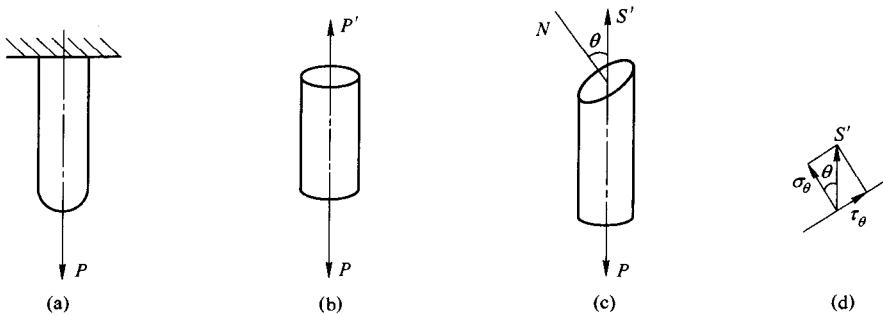


图 1.3 简单拉伸下应力的确定图

由上述两种情况可以看出,即使物体的力学状态相同,若所考察的面的位置发生变化,应力状态的表示方法也变化。若以拉伸轴为法线的平面的应力状态($\sigma, 0$)已知,则法线与拉伸轴成 θ 角的平面上的应力状态($\sigma_\theta, \tau_\theta$)与($\sigma, 0$)之间存在公式(1.1)的关系。

1.1.1.4 应力分解

任意截面上的应力分量,通常按两种方式分解:

一是按坐标轴方向分解。如图 1.4(a)所示, N 表示应力矢量 S_n 作用面的外法线方向, S_{nx} 、 S_{ny} 、 S_{nz} 表示应力矢量 S_n 在坐标轴 x 、 y 、 z 上的分量,于是

$$S_n^2 = S_{nx}^2 + S_{ny}^2 + S_{nz}^2$$

其二是按法线和切线方向分解,如图 1.4(b)所示, S_n 在法线 N 上的分量用 σ_n 表示,称为给定截面 n 上的法向应力(或正应力); S_n 在切线方向上的分量用 τ_n 表示,称为给定截面 n 上的切向应力(或剪应力),显然

$$S_n^2 = \sigma_n^2 + \tau_n^2$$

根据定义,应力量纲[力]/[面积]。

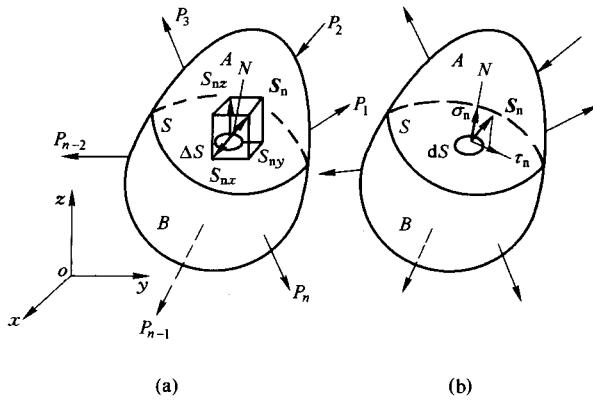


图 1.4 应力分解

1.1.2 点应力状态

要研究物体变形的应力状态,首先必须了解物体内任意一点的应力状态,才可推断整个变形物体的应力状态。