高中二年级第二学期

学习指导

河南省基础教育教学研究室　编

数学

大象出版社

高中二年级第二学期

学习指导

数学

河南省基础教育教学研究室 编

大象出版社

责任编辑：宋海波
封面设计：高　岚
版式设计：欧阳林棣

学习指导

河南省基础教育教学研究室　编

ISBN 7-5347-2744-8
9 787534 727443 >

高中二年级第二学期
数学学习指导
河南省基础教育教学研究室　编
责任编辑　宋海波
责任校对　霍红琴　崔　靖
大象出版社 出版
（郑州市经七路25号　邮政编码 450002）
网址：www.daxiang.cn
郑州艾乐出版技术服务有限公司制版
河南欣达印务有限公司印刷
新华书店经销
开本　787×1092　1/16　8 印张　190 千字
2005 年 2 月第 1 版　2005 年 12 月第 2 次印刷
ISBN 7-5347-2744-8/G·2207
定　价 7.30 元
若发现印、装质量问题，影响阅读，请与承印厂联系调换。
印厂地址　郑州市海洋路中段
邮政编码　450002　电话　(0371)63720812

编写说明

为了全面贯彻落实《全日制普通高级中学教学大纲》的精神，使学生在掌握基础知识的同时，形成运用知识解决实际问题的能力，我室组织编写了“高中各科学习指导”丛书。广大师生在使用过程中对这套丛书给予了充分的肯定和好评，也对书中的不足之处提出了宝贵的修改意见。2004 年，教育部颁布了《全日制普通高级中学课程标准》，并在山东、广东、海南、宁夏四省区进行新教材实验。“课程标准”提出了许多新的教学理念和教学要求。为了适应高中课程改革发展的需要，我室组织一线教师和教学研究人员，依据现行“教学大纲”规定的知识和能力要求，参考新的“课程标准”的精神，采纳广大师生提出的合理建议，对这套丛书进行了重新编写。

本次编写以培养学生的创新精神和实践能力为宗旨，在强调指导功能的同时，突出了同步讲练。各册均紧扣教材内容编写，在栏目的设计上，除注重丛书的共性之外，还充分考虑了学科的特点，以使其更符合各学科的教学实际，更具针对性。

数学学科以章为大的编写单位，同步讲练具体到每一节。本书以全日制普通高级中学教科书数学(必修)第二册(下 B)为主，同时对书中的题目尽量给出多种解法，以期为学习下 A 教材的同学提供帮助。本书各章设置了以下栏目：

要点聚焦　是对本章知识的整合和浓缩，可以帮助同学们掌握预习的重点，把握学习的方向。

精讲精练　这一部分是主体，分节编写。每节下设“**本节精讲**”和“**本节精练**”两个子栏目，通过讲和练的有机结合，力求加强对教材知识的理解和巩固。其中许多不同层次的习题，更满足了不同程度学生的训练需求。

难点探究　既是对本章难点的深入分析，又是与高考接轨、向高考过渡的知识拓展，为同学们把握高考重点作了必要的点拨和铺垫。

综合测试　通过练习题的训练，加强对本章知识的综合性学习。

在各章讲练之后，设计了“**期中测试**”和“**期末测试**”两套试题，以方便同学们对所学知识进行自我检测。

考虑到使用的需要，我们对部分习题提供了参考答案(另外结集出版)。

这套丛书包括思想政治、语文、英语、数学、物理、化学、中国近代现代史、地理、生物九个学科，它最突出的特点就是有讲有练、讲练结合，将知识的概括与能力的训练有机地组织在一起；习题设计新颖、典型；板块设置也因学科特点而灵活调整，从而突出了实用性，达到了内容与形式的统一。

参加本册书编写的作者是骆传枢、张玉莲、张海营、冯瑞先、陈晓、周延军同志，最后由骆传枢、张玉莲、张海营同志统稿。

对使用中发现的错谬缺漏之处，恳请广大师生批评、指正。

河南省基础教育教学研究室

目 录

第九章　直线、平面、简单几何体

要点聚焦

1. 本章的重点是培养空间想像能力，这要求我们加强读图、识图、准确作图的基本功训练；学会合理变换图形，能够灵活地作出辅助线或辅助平面，通过分析空间元素的位置关系和数量关系，理清解题思路.

2. 本章学习要求

(1) 掌握平面的基本性质，会用斜二测画法画水平放置的平面图形的直观图，能够画出空间两直线、直线和平面的各种位置关系下的图形，能够根据图形想像它们的位置关系.

(2) 了解空间两条直线的位置关系. 掌握两条直线平行与垂直的判定定理和性质定理. 掌握两条直线所成的角和距离的概念(对于异面直线的距离，只要求会计算已给出公垂线时的距离).

(3) 了解空间直线和平面的位置关系，掌握直线和平面平行的判定定理和性质定理. 掌握直线和平面垂直的判定定理和性质定理，掌握斜线在平面上的射影、直线和平面所成的角、直线和平面的距离等概念，了解三垂线定理及其逆定理.

(4) 了解平面与平面的位置关系. 掌握两个平面平行的判定定理和性质定理. 掌握二面角、二面角的平面角、两个平面间的距离的概念、掌握两个平面垂直的判定定理和性质定理.

(5) 会用反证法证明简单的问题.

(6) 了解多面体的概念，了解凸多面体的概念.

(7) 了解棱柱的概念，掌握棱柱的性质，会画直棱柱的直观图.

(8) 了解棱锥的概念，掌握正棱锥的性质，会画正棱锥的直观图.

(9) 了解正多面体的概念，了解多面体的欧拉公式.

(10) 了解球的概念，掌握球的性质，掌握球的表面积、体积公式.

(11) 理解空间向量、空间向量的坐标等概念，了解空间向量的基本定理，掌握空间向量的加法、减法、数乘等基本运算，掌握空间向量的坐标运算.

(12) 理解直线的方向向量、平面的法向量、向量在平面内的射影等概念，掌握空间向量数量积的公式、空间向量的夹角公式和空间两点间的距离公式.

3. 在学习过程中，要立足课本，准确掌握并能灵活运用基本概念、定理、公理及推论；要加强读图、识图、准确作图的基本功训练，辅助线、面要作得有理有据、有目的；要注意总结规律、规范解题步骤，突出“通性通法”，淡化“繁、偏、怪、巧”，掌握基本的解题方法和常用的解题技巧，善于进行联想和类比，解题过程中一定要将作、证、求三个环节交代清楚，语言表达要规范、严谨，前后因果关系要充分，图形中各元素间的关系理解要正确，符号语言表达要准确，养成规范的解题习惯和思维习惯；要重视立体几何中化归、转化等基本数学思想的综合应用. 解题时，能够把立体图形化归为平面图形，把立体几何问题转化为代数问题、三角问题或不等式问题.

本章知识网络

- 直线、平面、简单几何体
  - 平面
    - 三个公理、三个推论
  - 空间两条直线
    - 平行直线
      - 公理 4 及等角定理
    - 异面直线
      - 异面直线所成的角
      - 异面直线间的距离
    - 相交直线
  - 空间直线与平面
    - 直线在平面内 → 概念、判定与性质
    - 直线与平面平行 → 概念、判定与性质
    - 直线与平面相交
      - 垂直
        - 三垂线定理
      - 斜交
        - 直线与平面所成的角
  - 空间两个平面
    - 两个平面平行
      - 距离
      - 两个平面平行的判定与性质
    - 两个平面相交
      - 二面角
      - 两个平面垂直的判定与性质
  - 空间向量
    - 空间向量及其运算 → 综合应用
    - 空间向量的坐标运算 → 综合应用
  - 棱柱　棱锥　球　多面体　正多面体
    - 定义及有关概念 → 综合应用
    - 性质 → 综合应用
    - 面积公式 → 综合应用
    - 体积公式 → 综合应用
    - 欧拉公式 → 综合应用

精讲精练

一　空间的直线与平面

9.1　平面的基本性质

本节精讲

例 1　下面说法正确的是　　　　　　　　　　　　　　【　　】

A. 如果点 A、B、C、D 不在同一平面内，那么 AB、CD 必不相交但有可能平行

B. 两两相交的三条直线一定共面

C. 过点 O 的三直线 a、b、c 都与不过点 O 的直线 l 相交，那么这四条直线共面

D. 三条互相平行但不共面的直线可以确定五个平面

分析：可直接应用平面的基本性质加以分析判断.

解：对于 A，若 AB、CD 相交或平行，由推论 2 和推论 3 可知 A、B、C、D 四点共面，与已知条件相矛盾. 故排除 A. 对于 B，当这三直线两两相交于同一点时，这三直线有可能不共面. 如正方体中过同一个顶点的三条棱. 故排除 B. 对于 C，不妨设直线 l 与 a、b、c 分别相交于 A、B、C 三点，由推论 1 知直线 l 与点 O 确定一个平面 α，则 A、B、C、O 四点都在 α 内，再由公理 1 可知直线 a、b、c 都在平面 α 内. 故选 C. 对于 D，三条互相平行但不共面的直线可以确定三个平面. 如三棱镜的三条互相平行的棱. 故排除 D.

点评：证明共面问题的一般方法是先确定一个平面，然后再证其余点、线都在这个平面内.

例 2　已知点 $A\in\alpha$，点 $B\notin\alpha$，求证：直线 $AB\not\subset\alpha$.

分析：用反证法.

证明：假设 $AB\subset\alpha$，则直线 AB 上的所有点都在平面 α 内，故点 B 也在平面 α 内，这与已知 $B\notin\alpha$ 相矛盾，故假设错误，所以 $AB\not\subset\alpha$.

点评：对否定性和惟一性命题以及从正面难以入手的命题进行论证时常用反证法.

例 3　如图 9－1，已知四边形 $ABB'A'$、$BCC'B'$、$CAA'C'$ 都是梯形.

求证：三直线 AA'、BB'、CC' 相交于一点.

分析：先证其中两条直线交于一点，再证这点也在第三条直线上.

证明：如图 9－1，梯形 $ABB'A'$ 中，$A'B'\parallel AB$，所以 AA'、BB' 在平面 $AA'B'B$ 内. 设 AA'、BB' 相交于点 P.

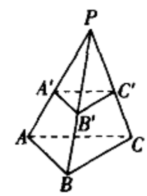

图 9－1

同理，BB'、CC' 同在平面 $BB'C'C$ 内；CC'、AA' 同在平面 $A'ACC'$ 内.

$\because$　$P\in AA'$，$AA'\subset$ 平面 $A'ACC'$，

$\therefore$　$P\in$ 平面 $A'ACC'$.

同理，$P\in$ 平面 $BB'C'C$.

根据公理 2，点 P 在平面 $A'ACC'$ 与平面 $BB'C'C$ 的交线上.

又　平面 $A'ACC'\cap$ 平面 $BB'C'C=CC'$，

$\therefore$　$P\in CC'$.

即三直线 AA'、BB'、CC' 相交于一点.

点评：证明若干条直线共点，可先设其中两条直线相交于一点，再证这点也在其他直线上. 类似地，证明若干个点共线，可由其中两点确定一条直线，再证其余的点也在这条直线上，或者证明这些点都在某两个平面的交线上.

例 4　如图 9－2，$\triangle ABC$ 在平面 α 外，它的三边所在的直线分别交平面 α 于点 P、Q、R. 求证：P、Q、R 三点共线.

分析：先确定一条直线，再证明这些点都在这条直线上.

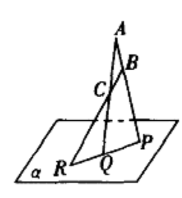

图 9－2

证明：$\because$　$AB\cap\alpha=P$，$AB\subset$ 平面 ABC，

$\therefore$　$P\in\alpha$，且 $P\in$ 平面 ABC.

$\therefore$　P 在平面 α 与平面 ABC 的交线上.

同理，Q 和 R 也在这条交线上.

∴　P、Q、R 三点共线.

点评：证明若干个点共线问题的一般方法是证明这些点同时在两个相交平面内，再利用公理 2 证明这些点都在这两个相交平面的交线上.

本节精练

一、选择题

1. 下列命题中正确的是　　【　　】
   A. 一点和一条直线确定一个平面
   B. 两条直线确定一个平面
   C. 相交于同一点的三条直线一定在同一平面内
   D. 两两相交的三条直线不一定在同一平面内
2. 三个平面可把空间分成　　【　　】
   A. 4 个部分　　B. 4 个部分或 8 个部分
   C. 6 个部分或 2 个部分　　D. 4,6,7 或 8 个部分
3. 空间中相交于一点的四条直线最多可以确定平面的个数为　　【　　】
   A. 7 个　　B. 6 个　　C. 5 个　　D. 4 个
4. 两条相交直线 l 和 m 都在平面 α 内且都不在平面 β 内. 命题甲：l 和 m 中至少有一条与 β 相交；命题乙：平面 α 与 β 相交. 则甲是乙的　　【　　】
   A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件
   C. 既不充分也不必要条件　　D. 充要条件

二、填空题

1. 空间四点中任意三点不共线，则过其中三点的平面有________个.
2. 空间中有不共面的五个点，其中有四个点共面，且任意三点不共线，则过其中三点的平面有________个.
3. 平面 α 与平面 β 相交于直线 l，直线 a、b 分别在平面 α、β 内，且直线 a 与直线 b 相交于点 O，将上述语句用数学符号语言表示为____.
4. 给出下列四个命题：①若空间四点不共面，则其中任何三点不共线；　②直线 l 上有一点在平面 α 外，则 l 在 α 外；　③若直线 a、b、c 中，a 与 b 共面，b 与 c 共面，且 a 与 c 也共面，则 a、b、c 三条直线共面；　④若三个平面两两相交则必有三条交线. 其中正确的命题序号是____________.

三、解答题

1. 如图 9－3，已知 $EF \subset$ 平面 ABD，$GH \subset$ 平面 CBD，平面 $ABD \cap$ 平面 $CBD = BD$. 若 $EF \cap GH = P$. 求证：B、D、P 三点共线.

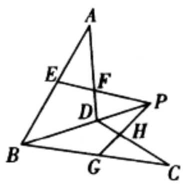

图 9－3

2. 如图 9－4，已知直线 $a/\!/b/\!/c$，直线 l 与直线 a、b、c 分别交于 A、B、C 三点. 求证：a、b、c、l 四条直线在同一个平面内.

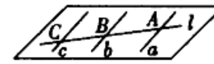

图 9－4

3. 如图 9－5，正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 8cm，M、N、P 分别是棱 A_1B_1、AD、BB_1 的中点.

(1) 画出过 M、N、P 三点的平面与平面 $ABCD$ 的交线以及它与平面 BB_1C_1C 的交线；

(2) 设过 M、N、P 三点的平面与 BC 交于点 Q，求线段 PQ 的长.

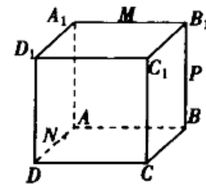

图 9－5

4. 求证：如果两条平行直线中有一条和一个平面相交，则另一条也和这个平面相交.

9.2　空间的平行直线与异面直线

本节精讲

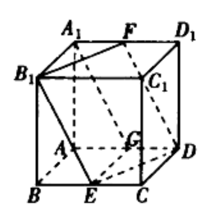

图 9－6

例 1　如图 9－6，E、F 分别是正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 的棱 BC 和 A_1D_1 的中点.

求证：四边形 B_1EDF 是菱形.

分析：取 AD 中点 G，通过 A_1G 作代换.

证明：设 AD 中点为 G，连结 EG、A_1G.

$\because$　E 是 BC 中点，

∴ $EG \mathrel{\underline{\parallel}} AB \mathrel{\underline{\parallel}} A_1B_1$.

∴ 四边形 A_1B_1EG 是平行四边形，$B_1E \mathrel{\underline{\parallel}} A_1G$.

又 正方形 AA_1D_1D 中，$A_1G \mathrel{\underline{\parallel}} DF$，

∴ $B_1E \mathrel{\underline{\parallel}} DF$，从而四边形 B_1EDF 是平行四边形.

设此正方体的棱长为 a，则 $B_1E = B_1F = \frac{\sqrt{5}}{2}a$，故四边形 B_1EDF 是菱形.

点评：本例必须证明 B_1、E、D、F 共面，因为存在着四边相等的空间四边形. 另外，在证明 $B_1E = B_1F$ 时亦可利用全等三角形.

例 2 如图 9－7 所示，已知直线 a、b、c 不共面，且都经过同一点 O，M 和 P 是 a 上两点，N 和 Q 分别是直线 b 和 c 上的点，试判断 MN 和 PQ 的位置关系.

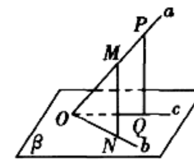

图 9－7

分析：由于 MN 与 PQ 只有共面或异面两种情况，故不妨假设 MN 和 PQ 共面，由此入手来探索求解.

解：假设 $MN \subset \alpha$，$PQ \subset \alpha$.

∵ $M \in a$，$P \in a$，

∴ $a \subset \alpha$.

∵ $O \in a$，∴ $O \in \alpha$.

∵ $N \in \alpha$ 且 $O \in b$，$N \in b$，

∴ $b \subset \alpha$，同理，$c \subset \alpha$.

∴ a、b、c 均在平面 α 内，与已知条件 a、b、c 不共面相矛盾.

因此，MN 和 PQ 是异面直线.

点评：本题亦可用异面直线的判定定理来证明.

例 3 如图 9－8，$AA_1 \mathrel{\underline{\parallel}} BB_1 \mathrel{\underline{\parallel}} CC_1$，$AA_1 = 4$，$A_1B = 7$. 在 $\triangle ABC$ 中，$AB = BC = 3\sqrt{2}$，$AC = 6$，且 $AC \perp AA_1$，若 D、D_1 分别是 AC、A_1C_1 的中点，求异面直线 A_1D 和 B_1D_1 所成的角.

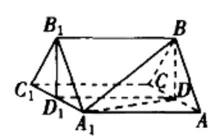

图 9－8

分析：平移 B_1D_1 至 BD，构造 $\triangle A_1BD$.

解：如图 9－8 所示，连结 DD_1、BD.

∵ D、D_1 分别是矩形 AA_1C_1C 相对两边 AC、A_1C_1 的中点，

∴ $DD_1 \mathrel{\underline{\parallel}} AA_1 \mathrel{\underline{\parallel}} BB_1$.

∴ 四边形 BB_1D_1D 是平行四边形，则 $BD \parallel B_1D_1$.

∴ $\angle A_1DB$ 就是异面直线 A_1D 与 B_1D_1 所成的角（或其补角）.

等腰 $\triangle ABC$ 中，$BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 3$，$\mathrm{Rt}\triangle A_1AD$ 中，$A_1D = \sqrt{AA_1^2 + AD^2} = 5$，

∴ 在 $\triangle A_1BD$ 中，由余弦定理得

$$\cos\angle A_1DB = \frac{A_1D^2 + BD^2 - A_1B^2}{2A_1D \cdot BD} = -\frac{1}{2},$$

∴ $\angle A_1DB = 120°$.

故异面直线 A_1D 和 B_1D_1 所成的角是 $180° - 120°$，即 $60°$.

点评：(1) 如果求出的角大于 $90°$，那么异面直线所成的角就等于它的补角. (2) 求异面直线所成的角有下列四个步骤：作平移——平移异面直线构成相交直线；说明角——说明某个角

就是两条异面直线所成的角(或补角);求大小——求出角度(或用这个角的某个三角函数表示);答结果——写出最后答案.

本节精练

练习一

一、选择题

1. 与两条平行直线中的一条直线相交的直线与另一条直线的位置关系是　　【　　】

A. 异面　　B. 相交　　C. 平行或异面　　D. 异面或相交

2. 已知直线 a、b、c 且 $a/\!/b$,则"b 与 c 共面"是"a 与 c 共面"的　　【　　】

A. 充要条件　　B. 充分而不必要条件

C. 必要而不充分条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 分别和两条异面直线都相交的两条直线一定是　　【　　】

A. 异面直线　　B. 相交直线　　C. 不相交直线　　D. 不平行直线

4. 如图 9-9,P 为 $\triangle ABC$ 所在平面外一点,连结 PA、PB、PC 后,在包括 AB、BC、CA 的六条棱所在的直线中,异面直线共有　　【　　】

A. 2 对　　B. 3 对　　C. 4 对　　D. 6 对

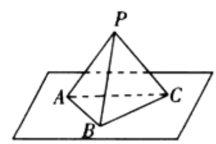

图 9-9

二、填空题

1. 过空间一点 P 作直线 a 的垂线,可作________条.

2. 若角 α 和 β 的两边分别对应平行,当 $\alpha=50°$时,$\beta=$__________.

3. 平面内的一点 A 和该平面外一点 B 的连线 AB,与平面内的任意一条直线的位置关系是________.

4. 空间三条直线,若任意两条都共面,则这三条直线的位置关系是__________.

三、解答题

1. 如图 9-10,已知 a、b 是异面直线,$a\subset$ 平面 α,$b\subset$ 平面 β,$\alpha\cap\beta=$ 直线 l. 求证:a、b 中至少有一条与 l 相交.

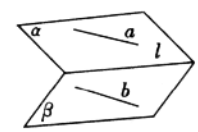

图 9-10

2. 如图 9－11，空间四边形 $ABCD$ 中，E、F、G、H 分别是 AB、BC、CD、DA 上的点，且满足 $\frac{AE}{EB}=\frac{AH}{HD}=\frac{1}{2}$，$\frac{CF}{FB}=\frac{CG}{GD}=2$.

(1) 求证：$EFGH$ 是梯形；

(2) 若 $BD=a$，求梯形 $EFGH$ 的中位线的长.

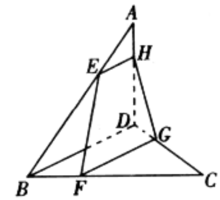

图 9－11

练 习 二

一、选择题

1. 设 $ABCD$ 是空间四边形，M、N 分别是 AB、CD 的中点，且 $AC=4$，$BD=6$，则　　【　　】

A. $1<MN<5$　　B. $2<MN<10$　　C. $1\leqslant MN\leqslant 5$　　D. $2<MN<5$

2. 两条异面直线所成的角的范围是　　【　　】

A. $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$　　B. $\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$　　C. $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$　　D. $(0,\pi)$

3. 已知两条直线垂直于同一条直线，则这两条直线的位置关系是　　【　　】

A. 平行　　B. 异面　　C. 平行或异面　　D. 平行或相交或异面

4. 如图 9－12 所示，M、N 分别是空间四边形 $ABCD$ 的边 AB、CD 的中点，连结 MN，则下列说法正确的是　　【　　】

A. $AC+BD=2MN$　　B. $AC+BD>2MN$

C. $AC+BD<2MN$　　D. 以上结论都有可能成立

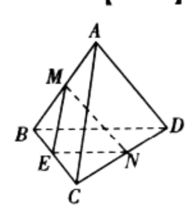

图 9－12

二、填空题

1. A 是 $\triangle BCD$ 所在平面外一点，M、N、P 分别是 $\triangle ABC$、$\triangle ACD$、$\triangle ABD$ 的重心，且 $S_{\triangle BCD}=9$，则 $\triangle MNP$ 的面积为________.

2. 在正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 中，各棱所在的直线中共有异面直线________对.

3. 过空间一点 P 与直线 a 所成的角为 $60°$ 的直线有________条.

4. 空间四边形 $ABCD$ 中，E、F 分别是 AB、CD 的中点，$EF=5$，已知 $AC=6$，$BD=8$，则异面直线 AC、BD 所成的角的大小是________.

三、解答题

1. 已知：P 是边长为 a 的正三角形 ABC 所在平面外一点，$PA=PB=PC=a$，E、F 分别是 PC 和 AB 的中点（如图 9－13 所示），连结 EA、EF、EB. 求异面直线 PA 与 EF 所成的角.

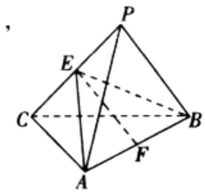

图 9－13

2. 如图 9－14 所示，A 是 $\triangle BCD$ 所在平面外一点，M、N 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 的重心.

(1) 求证：$MN \parallel BD$；

(2) 若 $BD=6$，求 MN 的长.

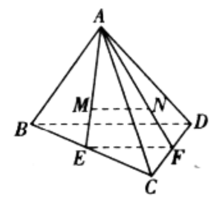

图 9－14

练 习 三

一、选择题

1. 已知直线 a，如果直线 b 同时满足条件：①b 与 a 异面；　②b 与 a 所成角为定值；　③b 与 a 的距离为定值 $m(m>0)$，那么这样的直线 b 有　【　】

A. 1 条　　B. 2 条　　C. 3 条　　D. 无数条

2. 一个角的两边分别平行于另一个角的两边，则这两个角　【　】

A. 相等　　B. 互补　　C. 相等或互补　　D. 互余

3. 在正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 中，与 AD_1 成 $60°$ 的面对角线共有　【　】

A. 4 条　　B. 6 条　　C. 8 条　　D. 10 条

4. 从空间一点 P 分别向 $\angle BAC$ 的两边 AB、AC 作垂线 PE、PF，垂足分别为 E、F，则 $\angle EPF$ 与 $\angle BAC$ 的大小关系为　【　】

A. 互补　　B. 相等　　C. 互补或相等　　D. 以上都不对

二、填空题

1. 如图 9－15，空间四边形 $ABCD$ 中，四条棱 AB、BC、CD、DA 及对角线 AC、BD 均相等，E 为 AD 的中点，则直线 AB 与 CE 所成角的余弦为__________.

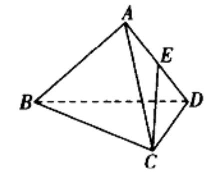

图 9－15

2. 在正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 中，设 AB 的中点为 M，DD_1 的中点为 N，则异面直线 B_1M 与 CN 所成角的大小为________.
3. 下列命题：①垂直于同一直线的两条直线平行；　②一条直线垂直于两条平行线中的一条直线，则它也垂直于另一条直线；　③经过直线外一点有无数条直线和这条直线垂直；　④$\angle AOB=\angle A_1O_1B_1$，若 $OA \parallel O_1A_1$，则 $OB \parallel O_1B_1$，其中正确命题的序号为____________.
4. 已知异面直线 a、b 所成的角是 $80°$，P 为空间一定点，则过点 P 且与直线 a、b 所成角都是 $50°$的直线有且只有________条.

三、解答题

1. 在棱长为 a 的正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 中，M、N 分别为棱 CD 和 AD 的中点（如图 9－16）.

(1) 求证：M、N、A_1、C_1 四点共面；

(2) 求四边形 NMC_1A_1 的面积.

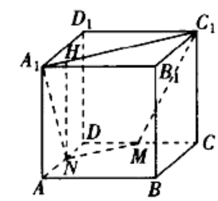

图 9－16

2. 如图 9－17，在空间四边形 $ABCD$ 中，$AB=BD=AD=2$，$BC=CD=\frac{\sqrt{7}}{2}$，$AC=\frac{3}{2}$，延长 BC 到 E 使 $CE=BC$，F 是 BD 中点. 求异面直线 AF 与 DE 所成的角.

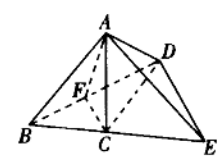

图 9－17

9.3 直线和平面平行与平面和平面平行

本节精讲

例1 如图9－18,正方形 $ABCD$ 与正方形 $ABEF$ 不共面,点 $M\in BD$,点 $N\in AE$,且 $AN=DM$.

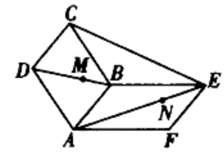

图9－18

求证:$MN\parallel$ 平面 BCE.

分析:证明直线与平面平行的途径之一是确定平面内的一条直线与平面外这条直线平行,而平面内直线的位置,是由经过平面外这条直线的平面与已知平面的交线来确定的.

证法一:如图9－19,连结 AM 并延长使之与 BC 交于 G,连结 EG、MN. 在正方形 $ABCD$ 和 $ABEF$ 中,

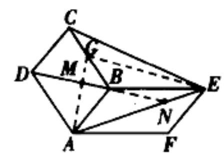

图9－19

$DM=AN\Rightarrow MB=NE$.

$\triangle DMA\backsim\triangle BMG\Rightarrow\dfrac{DM}{MB}=\dfrac{AM}{MG}=\dfrac{AN}{NE}$.

$\therefore$ $MN\parallel EG$.

$\because$ $MN\not\subset$ 平面 BCE,$EG\subset$ 平面 BCE,

$\therefore$ $MN\parallel$ 平面 BCE.

证法二:如图9－20,过 M 点在平面 $ABCD$ 内作 $MQ\parallel AB$,交 BC 于 Q,过 N 点在平面 $ABEF$ 内作 $NP\parallel AB$ 交 BE 于 P,连结 PQ.

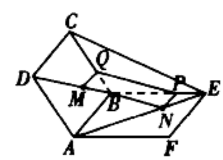

图9－20

在正方形 $ABCD$ 和 $ABEF$ 中,

$\because$ $DM=AN$,

$\therefore$ $MB=NE$,$\angle MQB=\angle NPE=90^\circ$,$\angle MBQ=\angle NEP=45^\circ$.

$\therefore$ $\triangle MQB\cong\triangle NPE$.

$\therefore$ $MQ=NP$.

$\because$ $MQ\parallel AB$,$NP\parallel AB$,

$\therefore$ $MQ\parallel NP$.

$\therefore$ $MNPQ$ 是平行四边形,$MN\parallel PQ$.

$\because$ $MN\not\subset$ 平面 BCE,$PQ\subset$ 平面 BCE,

$\therefore$ $MN\parallel$ 平面 BCE.

点评:证线面平行的根本问题是要在平面内找一条直线和已知直线平行,常用中位线定理、成比例线段、平行转移、投影法、补形等多种方法.

例2 如图9－21,$\alpha\cap\beta=a$,$\alpha\cap\gamma=b$,$\gamma\cap\beta=c$,且 $a\parallel b$.

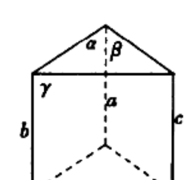

图9－21

求证:$a\parallel b\parallel c$.

分析:证明直线与直线平行,可利用线面平行的性质定理.

证明:$\because$ $b\parallel a$,$a\subset\beta$,$b\not\subset\beta$,

$\therefore$ $b\parallel\beta$(线线平行,则线面平行).

$\because$ $b\subset\gamma$,$\gamma\cap\beta=c$,

$\therefore$ $b\parallel c$(线面平行,则线线平行).