学习与评价

配苏教版普通高中课程标准实验教科书

课课练

数学

选修2-2

凤凰核心教辅
凤凰出版传媒集团
江苏教育出版社

学习与评价

配苏教版普通高中课程标准实验教科书

课课练

数学

选修 2-2

主　　编　单　墫

副 主 编　李善良　陈永高　王巧林

本册主编　王红兵

编写人员　周　德　刘　明　陈正蓉
　　　　　王红兵　周德建

凤凰核心教辅

凤凰出版传媒集团

江苏教育出版社

配苏教版普通高中课程标准实验教科书
书　　名　学习与评价·课课练
　　　　　数学(选修 2－2)
责任编辑　胡晋宾
出版发行　凤凰出版传媒集团
　　　　　江苏教育出版社(南京市马家街 31 号 210009)
网　　址　http://www.1088.com.cn
集团网址　凤凰出版传媒网 http://www.ppm.cn
经　　销　江苏省新华发行集团有限公司
照　　排　南京理工出版信息技术有限公司
印　　刷　金坛市教学印刷厂
厂　　址　金坛市江南路 1 号　(邮编 213200)
电　　话　0519－2821630
开　　本　787×1092 毫米　1/16
印　　张　7.5
版　　次　2005 年 12 月第 1 版
　　　　　2005 年 12 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN　7－5343－7271－2/G·6956
定　　价　8.70 元
盗版举报　025－83204538

ISBN 7-5343-7271-2
9 787534 372711

致同学

致　同　学

亲爱的同学：

如果你们理解教科书中的内容，并完成教科书中相关的练习与“感受·理解”部分的习题后，还想进一步加强基础知识的训练，以求加深对所学内容的理解．那么，我们向你推荐这本学习用书．本书的内容是教科书的补充，它可以帮助你完善知识，也可以对你的学习情况进行检验．

你可以根据自己的需要，选择本书中部分或全部内容进行练习．在此基础上，你可以尝试解决“拓展延伸”中的问题．

在解题之前，首先要对所学知识进行整理，总结思考问题的方法与策略．最好先仔细阅读一下教科书，特别是教科书中的例题、习题．

在解题时，要认真观察、分析，综合运用知识．面对一个新的问题，我们要不断地问自己：在何处碰见过类似的问题？将这个问题分解，其中的部分是否是我熟悉的？那时我是怎样解决的？等等．遇到实在解决不了的问题，可以与同学研究或参考解答与提示，再思考解决问题的途径．

一个问题解决之后，不要马上转到另一个问题上，要及时反思：这个问题我是怎样解决的？还可以作哪些推广？等等．

在一个单元或一章结束后，最好做个总结，给出本章的知识结构图、重要的解决问题的思想方法以及你认为“好”的题目．再检测一个自己的学习情况，如果与预期的目标有距离，要及时查漏补缺，不要让自己似懂非懂地转入下一阶段的学习中．

这样，你会觉得学习数学很轻松，而且愈学愈有趣．

苏教版《普通高中课程标准实验教科书·数学》编写组

2005 年 12 月

目　录

第一章　导数及其应用

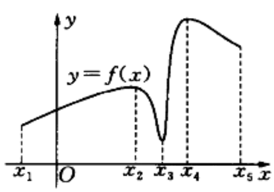
第1课时　平均变化率

知识要点

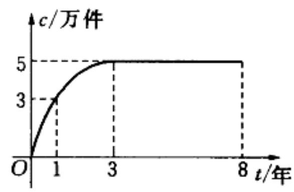
平均变化率是曲线陡峭程度的代数描述，已知曲线或其方程，可以求出它在某范围内的平均变化率.

分层训练

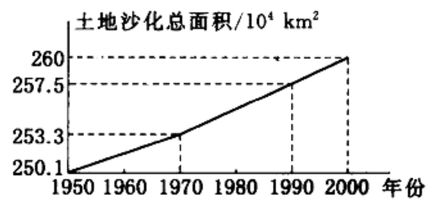
1. 如图，函数 $y=f(x)$ 在 $[x_1, x_2]$，$[x_2, x_3]$，$[x_3, x_4]$，$[x_4, x_5]$ 这几个范围内，平均变化率最大的一个范围是________.



（第 1 题）



（第 2 题）



（第 3 题）

2. 某工厂 8 年来总产量 c（万件）与时间 t（年）的函数关系如图，则第一年内总产量 c 的平均变化率是________，第三年到第八年总产量的平均变化率是________.

3. 据报道，我国目前已成为世界上受荒漠化危害最严重的国家之一，如图表示我国土地沙化总面积的变化情况，由图中可知，沙化面积的平均变化率有__________趋势.

4. 1995 年中国人口约为 12 亿，2005 年中国人口约为 13 亿，则从 1995 年到 2005 年这 11 年中中国人口的平均变化率是________，1995 年到 2005 年的人口的增长率是________，1995 年到 2005 年这 11 年的年平均增长率是________.（精确到 0.001）

5. 求函数 $f(x)=ax+b$ 在区间 $[m, n]$ 上的平均变化率.

6. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{x}$，分别计算函数 $f(x)$ 在区间 $[1, 3]$，$[1, 2]$，$[1, 1.1]$，$[1, 1.01]$ 上的平均变化率.

7. 已知函数 $f(x)=x^2-x$ 在区间 $[1, t]$ 上的平均变化率是 2，求 t 的值.

8. 已知函数 $f(x)=x^3$，证明：函数 $f(x)$ 在任意区间 $[m, m+\delta]$ 上的平均变化率都是正数.

拓展延伸

9. 已知函数 $f(x)=x^2$，记 $I_n=\left[2, 2+\frac{1}{2^n}\right]$，$n\in\mathbf{N}^*$.

(1) 求 $f(x)$ 在区间 I_n 上的平均变化率 a_n；

(2) 在数轴上画出数列 $\{a_n\}$ 对应的点，并观察当 n 不断增大时，a_n 有什么变化趋势.

10. 如果函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数，那么 $f(x)$ 在任意区间 $[x_1, x_2]$ 上的平均变化率有什么特点？反之是否成立？

回顾反思

能否说函数值变化大，则函数的平均变化率也变化大？

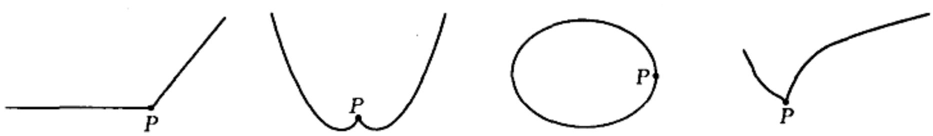
第 2 课时　曲线上一点处的切线

知识要点

曲线上某点的切线是过该点的割线在运动过程中的一个特殊位置，可以用割线逼近切线的方法作出或求出曲线在某点的切线.

分层训练

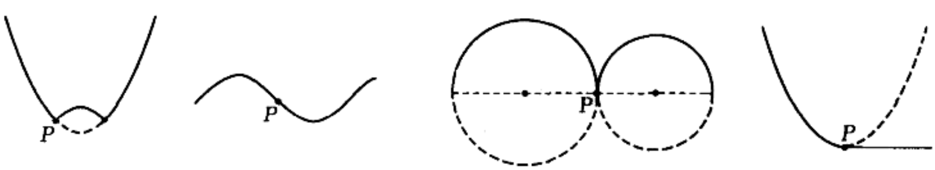
1. 下列曲线在点 P 附近经过放大后可以近似看成直线的是　　(　　)



A.　　B.　　C.　　D.

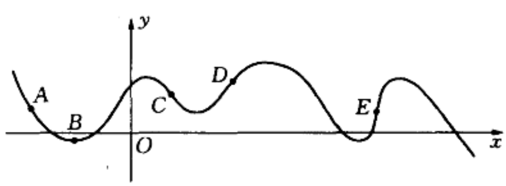
2. 下列说法中，正确的是　　(　　)
   A. 曲线的切线与曲线有且只有一个公共点
   B. 曲线上任意一点都可以用割线逼近切线的方法作出过这点的切线
   C. 曲线在点 P 附近经过放大后可以近似的看成直线，则曲线在点 P 处一定存在切线
   D. 以曲线上某点为切点的曲线的切线可以作出两条

3. 在下列曲线中，可以用割线逼近切线的方法作出过点 P 的切线的有__________.



A.　　B.　　C.　　D.

4. 如图，利用直尺，用割线逼近切线的方法分别作出曲线在 A, B, C, D, E 处的切线.



(第 4 题)

5. 若曲线 $y = f(x)$ 过 $P(m, f(m))$, $Q(n, f(n))(n > m)$ 两点的割线的倾斜角为$\frac{3\pi}{4}$, 则函数 $y = f(x)$ 在$[m, n]$上的平均变化率是____________.

6. 已知抛物线 $y = (x-2)^2 + 1$ 上三点 P, Q, R 的横坐标分别为-1, -3 和 2.

(1) 求割线 PQ, PR 的斜率;

(2) 当 Q, R 分别沿抛物线向点 P 移动时,割线 PQ, PR 的斜率如何变化?

7. 用割线逼近切线的方法,分别求出曲线 $y=(x-1)^2$ 在 $x=-2$, $x=2$ 处的切线的斜率.

8. 若函数 $y = f(x)$ 在$[x_1, x_2]$上的平均变化率为 k,则曲线 $y = f(x)$ 过点$(x_1, f(x_1))$,$(x_2, f(x_2))$两点的割线的倾斜角是________________________.

拓展延伸

9. 用割线逼近切线的方法,分别求出下列曲线在 $x = x_0$ 处的切线的斜率.

(1) $y = \frac{1}{x}$, $x_0 = 1$;

(2) $y = \sqrt{1-x^2}$, $x_0 = \frac{1}{2}$.

10. 求曲线 $y = x^3$ 过点 $P(-1, -1)$的切线方程.

回顾反思

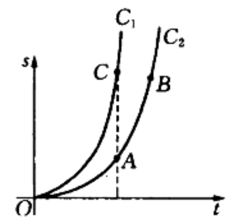
用割线逼近切线的方法求过曲线 $y=f(x)$ 上某点 P 的切线的斜率的一般步骤是什么?

第 3 课时　瞬时速度与瞬时加速度

知识要点

在非常短时间内的平均速度、平均加速度十分接近一个时刻的瞬时速度、瞬时加速度，可以通过 Δt 无限趋近于 0 的方法来求得瞬时速度、瞬时加速度.

分层训练



（第 1 题）

1. 如图所示，曲线 C_1 与 C_2 分别代表两个质点的位移图象，则下列说法中，正确的是　（　　）

A. $a_C > a_A$，$v_A > v_B$　　B. $a_C > a_A$，$v_A < v_B$

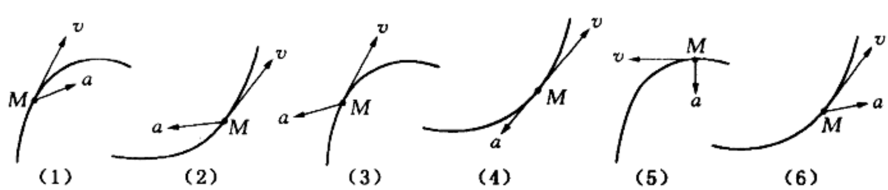
C. $a_C < a_A$，$v_A > v_B$　　D. $a_C < a_A$，$v_A < v_B$

2. 一个沿某方向作直线运动的物体，位移 s(单位：m)与时间 t(单位：s)的关系为 $S(t)=\begin{cases} vt, & 0 \leqslant t \leqslant t_0, \\ \frac{v}{2}t, & t_0 < t \leqslant 2t_0 \end{cases}$，则该物体分别在 $\left[0, \frac{1}{2}t_0\right]$，$\left[\frac{1}{2}t_0, \frac{3}{2}t_0\right]$ 内的平均速度是________，________.

3. 若作直线运动的物体在 $[t_0, t_0+\Delta t]$ 时间内位移的变化量 $\Delta s = t_0^3\Delta t - 3t_0^2\Delta t^2 + \Delta t^3$，则该物体在 $t = t_0$ 时的瞬时速度 $v =$ __________.

4. 若作直线运动的物体的速度(单位：m/s)与时间(单位：s)的关系为 $v(t) = t^2$，则在前 3 s 内的平均加速度是________，在 $t = 3$ 时的瞬时加速度是________.

5. 质点 M 作曲线运动，其速度和加速度如图所示. 在这些图中，正确的有__________.



（第 5 题）

6. 一质点沿直线运动，运动方程为 $S = 10 + 8t - 4t^2$，式中 t 单位为 s，S 单位是 m.

(1) 计算 $[t, t+\Delta t]$ 内的平均速度 $\bar{v}$；

(2) 求当 $t = 0, 1, 2, 3$ s 时刻的速度.

7. 一人在离地 36.0 m 的高处，以初速度 $v_0 = 11.8$ m/s 竖直向上抛出一小球. 若小球的高度 h(m)与抛出的时间 t(s)的关系为 $h(t) = 36.0 + 11.8t - 4.9t^2$.

(1) 计算在抛出 t s($0 \leqslant t \leqslant 4.16$) 末小球的速度；

(2) 在此运动过程中是否考虑了空气阻力的影响？为什么？

拓展延伸

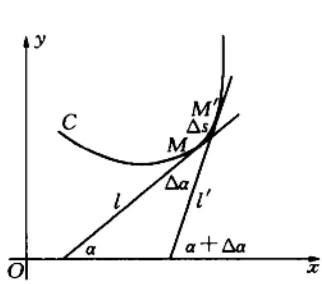
8. 在单位时间内通过导体的某一固定横截面的电量称为电流强度. 设某一选定时刻起到时刻 t 从导体的指定横截面通过的电量为 $q = f(t)$，试给出在时刻 t_0 通过导体横截面的瞬时电流强度的定义.

9. 一个圆的铝盘加热时，随着温度的升高而膨胀. 设该圆盘在温度为 t ℃时，半径为 $r = r_0(1+\alpha t)$(α 为常数)，求 t ℃ 时，铝盘面积对温度 t 的变化率.

10. 如图，M, M'是曲线 C 上两点，设曲线 C 在点 M, M'处的切线分别为 l, l'，且 l, l'的倾斜角分别为 α, $\alpha+\Delta\alpha$，从点 M 到点 M'的弧长 $\overset{\frown}{MM'} = \Delta s$，我们称 $\frac{\Delta\alpha}{\Delta s}$ 为曲线段 $\overset{\frown}{MM'}$ 的平均曲率.

(1) 试给出曲线在某点处曲率的定义；

(2) 求半径为 R 的 $\odot C'$ 上任意一点的曲率.



(第 10 题)

回顾反思

在解决切线的斜率、瞬时速度、瞬时加速度等问题中，你发现它们有什么共同点？

第 4 课时　导　　数

知识要点

函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 的瞬时变化率即为函数在 $x=x_0$ 的导数，它是 x_0 的函数，这个函数关系称为 $f(x)$ 的导函数.

分层训练

1. 在曲线 $y=2x^2-1$ 的图象上取点 $(1,\ 1)$，$(1+\Delta x,\ 1+\Delta y)(\Delta x\neq 0)$，则 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 等于　　(　　)

A. $4\Delta x+2\Delta x^2$　　B. $4+2\Delta x$　　C. $4\Delta x+\Delta x^2$　　D. $4+\Delta x$

2. 用割线逼近切线的方法求曲线 $y=-x^2+3$ 在 $x=-2$ 处切线的斜率时，第一步计算函数改变量 $\Delta y=$ ________，第二步计算割线斜率 $\frac{\Delta y}{\Delta x}=$ ________，第三步令 Δx 无限趋近于 0，$\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 无限趋近于________，即切线的斜率是________.

3. 如果质点的运动方程是 $s=(t+1)^3$（位移单位：m，时间单位：s），则该质点 $t=t_0$ 时的瞬时速度是________.

4. 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0,\ f(x_0))$ 处的切线方程为 $2x+y-3=0$，则　　(　　)

A. $f'(x_0)>0$　　B. $f'(x_0)<0$　　C. $f'(x_0)=0$　　D. $f'(x_0)$ 不存在

5. (1) 已知 $f(x)=2x(1-3x)$，求 $f'(0)$ 的值；

(2) 已知 $f(x)=-x^2+3$，试求 $f'(-2)$ 和 $f'(x)$.

6. 用导数的定义求函数的导数 $y=\sqrt{x-1}$.

7. 一根密度不均匀的细杆 AB,长 30 cm,质量 m g,满足 $m=3l^2+5l$(l 为从顶端 A 到 l 处的棒长,$0\leqslant l\leqslant 30$),求细杆的平均线密度和 $l=5$ 处的线密度.

拓展延伸

8. 设 $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$,求 $f'(1)$.

9. 已知当 x 无限趋近于 0 时,$\dfrac{\sin x}{x}$无限趋近于 1,据此,用导数定义求函数 $y=\sin x$ 的导数.

回顾反思

能否用导数的定义求出函数 $f(x)=|x|$ 在 $x=0$ 处的导数?

第 5 课时　常见函数的导数

知识要点

根据导数的定义求出一些常见函数的导数，并把它们作为结论用来解决一些问题.

分层训练

1. 曲线 $y = x^3$ 在 $x = 1$ 处的切线方程是____________________.

2. 物体的运动方程是 $s = \sin t$（位移单位为 m，时间单位为 s），则该物体在 $t = \frac{\pi}{3}$ s 时的瞬时速度是________.

3. 已知命题 p：函数 $f(x) = 2x$；命题 q：$f'(x) = 2$，则命题 p 是命题 q 的　　(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 函数 $f(x) = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$ $(x > 0)$ 的导数是　　(　　)

A. $\frac{1}{\sqrt[8]{x}}$　　B. $\frac{7}{8\sqrt[8]{x}}$　　C. $\frac{1}{8\sqrt[8]{x^7}}$　　D. $-\frac{1}{8\sqrt[8]{x}}$

5. 曲线 $y = e^x$ 在 $x = \frac{1}{2}\ln 3$ 处的切线的倾斜角是　　(　　)

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

6. 求下列函数的导数：

(1) $y = x^{300\pi}$；　(2) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$；　(3) $y = \log_3 x$；　(4) $y = \cos x$.

7. 直线 $y = x - 1$ 是否为曲线 $y = \ln x$ 的切线？若是，求出切点的坐标；若不是，说明理由.

8. 求证:双曲线 $xy = 1$ 上任意一点处的切线与两坐标轴构成的三角形面积为定值.

拓展延伸

9. 过定点 $P(x_0, y_0)$ 的直线与抛物线 $y = x^2$ 交于 Q, R 两点,求证:抛物线在 Q, R 两点的切线的交点必在一条定直线上.

10. 已知细杆 AB 的长为 20 cm, M 为上面任一点,AM 段的质量与 A, M 间的距离的平方成正比,且当 $AM = 2$ cm 时,AM 段的质量为 8 g. 求当 $AM = x$ cm 时,点 M 处的细杆的线密度 $\rho(x)$.

回顾反思

如果当 α 无限趋近于 0 时, $(1+\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}$ 无限趋近常数 e(e 为自然对数的底数, e = 2.718 281 828 459 045…), 那么你能用导数定义求出 $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$ 吗?

第 6 课时　函数的和、差、积、商的导数(1)

知识要点

根据函数的和、差的导数分别等于导数的和、差，类比、猜想出函数的积、商的导数的求法，并能用这些求导法则求较复杂函数的导数.

分层训练

1. 若 $f(x)=ax^3+3x^2+2$，$f'(-1)=4$，则 a 等于　(　　)

A. $\frac{19}{3}$　　B. $\frac{16}{3}$　　C. $\frac{13}{3}$　　D. $\frac{10}{3}$

2. 若 $f(x)=\ln x^5+e^{5x}$，则 $f'(1)$等于　(　　)

A. 0　　B. e^5　　C. $5+5e^5$　　D. $5e^5$

3. 函数 $y=2\sqrt{x}\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$ 的导数是　(　　)

A. $y'=2\sqrt{x}\sin x+\sqrt{x}\cos x$　　B. $y'=\frac{\sin x}{2\sqrt{x}}+\sqrt{x}\cos x$

C. $y'=\frac{\sin x}{\sqrt{x}}+\sqrt{x}\cos x$　　D. $y'=\frac{\sin x}{\sqrt{x}}-\sqrt{x}\cos x$

4. $(\sqrt[4]{x^3}+2^x)'=$____________，$(\lg x-\sin x)'=$____________.

5. $(x^2\cos x)'=$____________，$(e^x\ln x)'=$____________.

6. 求下列函数的导数：

(1) $y=8x^6-4x^4+3x^2+5$；　　(2) $y=e^x\sin x$.

7. 分别用两种方法求下列函数的导数：

(1) $y=\frac{\cos x}{x^2}$；　　(2) $y=\frac{x+1}{\sqrt[3]{x}+1}$.