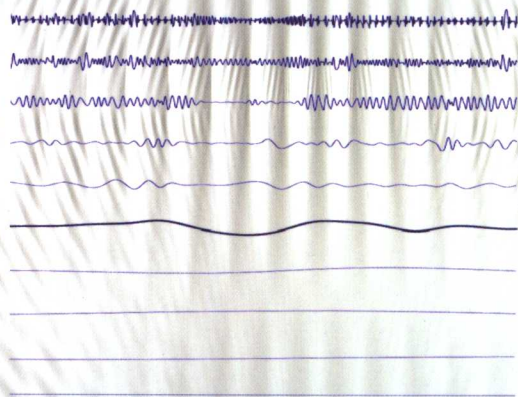


机械故障诊断的 Hilbert-Huang变换方法

于德介 程军圣 杨 宇 著



机械故障诊断的 Hilbert-Huang 变换方法

于德介 程军圣 杨 宇 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是在完成国家自然科学基金“基于 EMD 和 Hilbert 谱的机械故障诊断方法研究”(编号: 50275050)的基础上完成的,其研究方法是目前国内
外故障诊断研究的新方向。

本书介绍了新的信号处理方法——Hilbert-Huang 变换方法,着重研究
了 Hilbert-Huang 变换中的 IMF 判据和端点效应问题,并提出了一系列基于
Hilbert-Huang 变换的机械故障诊断方法。所提出的理论方法不仅通过实验
被得到了验证,而且已应用到实际工程中,并得到了良好的诊断效果。

本书可供大专院校教师、研究生和高年级学生阅读,还可供从事信号
处理和机械故障诊断的科技人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

机械故障诊断的Hilbert-Huang变换方法/于德介,程军圣,杨宇著. —北
京:科学出版社,2006
ISBN 7-03-017053-9

I. 机… II. ①于… ②程… ③杨… III. 机械设备—故障诊断—方
法 IV. TH17

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第026948号

责任编辑: 郗德平 于宏丽 / 责任校对: 曾 茹

责任印制: 安春生 / 封面设计: 王 浩

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2006年5月第 一 版 开本: B5 (720 × 1000)

2006年5月第一次印刷 印张: 12 3/4

印数: 1—2 000 字数: 238 000

定价: 32.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈路通〉)

前 言

Hilbert-Huang 变换是一种新型的信号处理方法,非常适合处理非线性、非平稳信号。这种方法包括两个过程:经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD)和 Hilbert 变换,其中最关键的部分是 EMD 方法。EMD 方法基于信号的局部特征时间尺度,能把复杂的信号函数分解为有限的内禀模态函数(intrinsic mode function, IMF)之和,每一 IMF 所包含的频率成分不仅与分析频率有关,而且最重要的是随信号本身变化而变化,因此,EMD 方法是自适应的信号处理方法。更重要的是对信号进行 EMD 分解后,使得瞬时频率具有了物理意义。这样,就可以对每一个内禀模态函数进行 Hilbert 变换,从而可以求出每一内禀模态函数随时间变化的瞬时频率和瞬时幅值,这些瞬时频率和瞬时幅值可以揭示信号的内在特征,最后的结果是随时间和频率变化的幅值分布 $H(\omega, t)$,称为 Hilbert 谱。这种分析方法的主要创新点在于提出了内禀模态函数,使得信号的瞬时频率具有了物理意义,从而能得到非平稳信号完整的时频分布。

自 Hilbert-Huang 变换方法问世以来,它就引起了众多学者的极大关注。作为一种新型的信号处理方法, Hilbert-Huang 变换的出现虽然只有短短几年的时间,但是它已经显示出具有强大的生命力,已经被广泛地应用于流体力学、结构动力学、地球物理学、机械故障诊断等领域。然而,目前国内还没有介绍 Hilbert-Huang 变换的著作问世,本书正是在这样的背景下完成的。

本书主要内容来源于国家自然科学基金项目“基于 EMD 和 Hilbert 谱的机械故障诊断方法研究”的成果,同时也参考了国内外相关领域有关 Hilbert-Huang 变换的学术论文。本书详细介绍了 Hilbert-Huang 变换方法,对其理论进行了研究,并在此基础上将 Hilbert-Huang 变换应用于机械故障诊断。

本书以实际应用为目的,阐述了 Hilbert-Huang 变换的基本理论及其在机械故障诊断中应用的各个方面。全书共分 10 章,包括了 Hilbert-Huang 变换基本理论的介绍和研究以及实际的工程应用。第 1 章研究了目前常用的几种非平稳信号分析方法的优势及其局限性;第 2 章介绍了 Hilbert-Huang 变换的基本理论;第 3 章对 Hilbert-Huang 变换中的 IMF 判据和端点效应问题进行了研究;第 4 章结合旋转机械的故障机理和 Hilbert-Huang 变换的特性提出了一系列基于 Hilbert-Huang 变换的机械故障特征提取方法;第 5 章提出了基于 EMD 的能量算子解调方法,并将这种方法用于机械故障诊断;第 6 章提出了基于 EMD 的 AR 模型分析方法,并采用这种方法对齿轮和滚动轴承进行故障诊断;第 7 章将 EMD

和关联维数相结合用于转子系统和滚动轴承的故障诊断；第 8 章讲解了内禀模态特征能量法；第 9 章讲解了内禀模态奇异值分解方法；第 10 章讲解了内禀模态包络谱方法。

作者

目 录

前言

第 1 章 时频分析及其在旋转机械故障诊断中的应用	1
1.1 引言	1
1.2 时频分析中的基本概念	1
1.2.1 时间描述和频率描述	1
1.2.2 解析信号	2
1.2.3 瞬时频率	3
1.2.4 平稳信号与非平稳信号	4
1.2.5 窗函数	5
1.2.6 Heisenberg 测不准原理	6
1.3 窗口傅里叶变换	6
1.3.1 窗口傅里叶变换的定义	6
1.3.2 窗口傅里叶变换的时间和频率分辨率	7
1.3.3 窗口傅里叶变换在旋转机械故障诊断中的应用及其局限性	9
1.4 Wigner-Ville 分布在旋转机械故障诊断中的应用及其局限性	12
1.5 小波分析在旋转机械故障诊断中的应用及其局限性	14
1.5.1 连续小波变换	14
1.5.2 小波分解与小波包分解	16
1.5.3 小波分析在旋转机械故障诊断中的应用	17
1.5.4 小波分析的局限性	22
第 2 章 Hilbert-Huang 变换	24
2.1 引言	24
2.2 EMD 方法	24
2.2.1 特征尺度参数	24
2.2.2 内禀模态函数	25
2.2.3 EMD 方法——“筛分”过程	27
2.2.4 EMD 方法的特点	30
2.3 Hilbert 谱与 Hilbert 边际谱	34
2.4 Hilbert-Huang 变换与小波分析方法的比较	36
2.4.1 EMD 方法与小波分解方法的比较	37

2.4.2 Hilbert 谱与小波谱的比较	39
2.5 基于 EMD 的信号瞬时特征的小波分析方法	40
2.5.1 基于 EMD 的信号瞬时特征的小波分析方法原理	41
2.5.2 仿真信号分析结果	44
第 3 章 Hilbert-Huang 变换的内禀模态函数判据及端点效应问题处理方法	47
3.1 引言	47
3.2 内禀模态函数判据的研究	47
3.2.1 概述	47
3.2.2 能量差跟踪法	48
3.2.3 仿真与实验信号分析	50
3.3 Hilbert-Huang 变换中端点效应问题的处理	53
3.3.1 概述	53
3.3.2 基于支持向量回归机的端点效应问题的处理方法	54
3.3.3 基于时变参数自回归滑动平均模型的端点效应问题的处理方法	69
第 4 章 基于 Hilbert-Huang 变换的旋转机械故障特征提取方法	75
4.1 引言	75
4.2 基于 Hilbert-Huang 变换的时频熵	75
4.2.1 基于 Hilbert-Huang 变换的时频熵定义	76
4.2.2 在齿轮故障特征提取中的应用	78
4.3 基于 EMD 的频率族分离法	79
4.3.1 基于 EMD 的频率族分离法原理	79
4.3.2 在齿轮故障特征提取中的应用	81
4.4 局部 Hilbert 边际谱在滚动轴承故障特征提取中的应用	89
4.4.1 基于局部 Hilbert 边际谱的滚动轴承故障特征提取方法	89
4.4.2 实验信号分析	91
4.5 基于 EMD 的转子局部碰摩故障特征提取方法	93
4.5.1 基于 EMD 的转子局部碰摩故障特征提取方法原理	93
4.5.2 实验信号分析	94
第 5 章 基于 EMD 的能量算子解调方法	98
5.1 引言	98
5.2 Hilbert 变换解调方法及其局限性	99
5.2.1 Hilbert 变换解调方法	99
5.2.2 Hilbert 变换解调方法的局限性	100
5.3 能量算子解调方法	103
5.3.1 能量算子分离算法(EOSA)	103

5.3.2 平滑的能量算子分离算法	105
5.4 基于 EMD 的能量算子解调方法	107
5.5 基于 EMD 的能量算子解调方法在旋转机械故障诊断中的应用	112
5.5.1 基于 EMD 的能量算子解调方法在滚动轴承故障诊断中的应用	113
5.5.2 基于 EMD 的能量算子解调方法在齿轮故障诊断中的应用	116
第 6 章 基于 EMD 的 AR 模型在旋转机械故障诊断中的应用	120
6.1 引言	120
6.2 基于 EMD 的 AR 模型	121
6.3 基于 EMD 的 AR 模型在齿轮故障诊断中的应用	126
6.3.1 基于 EMD 和 AR 模型的齿轮故障诊断方法	127
6.3.2 实验信号分析	130
6.4 基于 EMD 的 AR 模型在滚动轴承故障诊断中的应用	132
6.4.1 基于 EMD 和 AR 模型的滚动轴承故障诊断方法	132
6.4.2 实验信号分析	133
第 7 章 基于 EMD 和关联维数的旋转机械故障诊断方法	136
7.1 引言	136
7.2 关联维数及其计算	137
7.2.1 分形测度	137
7.2.2 关联维数的计算	138
7.2.3 关联维数的影响因素	139
7.3 基于 EMD 和关联维数的转子系统故障诊断方法	141
7.4 关联维数和基于 EMD 的 AR 模型在旋转机械故障诊断中的应用	146
7.4.1 关联维数和基于 EMD 的 AR 模型在转子系统故障诊断中的应用	147
7.4.2 关联维数和基于 EMD 的 AR 模型在滚动轴承故障诊断中的应用	150
第 8 章 内禀模态特征能量法	154
8.1 概述	154
8.2 基于内禀模态能量熵的故障诊断方法	155
8.2.1 内禀模态能量熵	155
8.2.2 基于内禀模态能量熵的特征能量法步骤	157
8.2.3 试验分析结果	159
8.3 基于局部 Hilbert 边际能量谱的故障诊断方法	161
8.3.1 基于局部 Hilbert 边际能量谱的特征能量法步骤	161
8.3.2 实例分析	163
8.4 基于 Hilbert 边际谱的故障诊断方法	164
8.4.1 基于 Hilbert 边际谱的特征能量法步骤	164

8.4.2 实例分析	166
第 9 章 内禀模态奇异值分解方法	167
9.1 概述	167
9.2 信号奇异值分解	167
9.3 基于内禀模态奇异值分解和支持向量机的旋转机械故障诊断方法	169
9.3.1 基于内禀模态奇异值分解和支持向量机的齿轮故障诊断方法	170
9.3.2 基于内禀模态奇异值分解和支持向量机的滚动轴承故障诊断方法	174
9.3.3 基于内禀模态奇异值熵的转子系统状态监测与故障诊断方法	175
第 10 章 内禀模态包络谱方法	179
10.1 概述	179
10.2 包络分析法	180
10.3 基于内禀模态包络谱和支持向量机的滚动轴承故障诊断方法	181
10.3.1 基于内禀模态包络谱和支持向量机的故障诊断方法步骤	182
10.3.2 实例分析	184
10.4 基于内禀模态包络谱的齿轮故障诊断方法	186
10.4.1 齿轮故障振动信号的调幅特性	186
10.4.2 仿真信号分析	188
10.4.3 实例分析	190
参考文献	192

第 1 章 时频分析及其在旋转机械故障诊断中的应用

1.1 引言

旋转机械故障振动信号大都表现为非平稳特征,为了提取非平稳信号的特征,需要找到一种合适的信号处理方法。

基于傅里叶变换(FT)的信号频域表示及其能量频域分布揭示了信号的频域特征,它们在传统的信号分析与处理方法中发挥了极其重要的作用。但是,傅里叶变换是一种整体变换,即对信号的表征要么完全在时域,要么完全在频域,作为频域表示的频谱或功率谱并不能说明其中的某种频率分量出现在什么时候及其变化情况。而当旋转机械发生故障时,其振动信号大多为非平稳信号,其统计量(如相关函数、功率谱等)是时变函数。对于这种情况,只了解信号在时域或频域的全局特性是不够的,还希望得到信号频谱随时间变化的情况。为此,需要使用时间和频率的联合函数来表示信号,这种表示方法称为信号的时频表示。

时频分析的主要任务是描述信号的频谱含量是怎样随时间变化的,研究并了解时变频谱在数学和物理上的概念和含义。时频分析的最终目的是要建立一种分布,以便在时间和频率上同时表示信号的能量或者强度,得到这种分布后,就可以对各种旋转机械振动信号进行分析和处理,从而提取信号中所包含的特征信息,或者综合得到具有期望的时频分布特征的信号。

本章介绍了时频分析有关的基本概念,并对傅里叶变换、窗口傅里叶变换、Wigner-Ville 分布和小波分析在旋转机械故障诊断中的应用及其局限性进行了分析和研究。

1.2 时频分析中的基本概念

1.2.1 时间描述和频率描述

描述信号最自然的方法是时间描述,因为几乎所有的物理信号都是通过记录那些随时间变化的变量而获得的。例如,时域内的线性调频脉冲信号可以表示为

$$x(t) = \left(\frac{a}{\pi}\right)^{1/4} e^{-at^2/2 + j\beta t^2/2 + j\gamma t} \quad (1.1)$$

通过傅里叶变换得到信号的频率描述, 即

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (1.2)$$

信号的频域也是描述信号的一种有效方法, 但它是属于全局变换, 在时域是完全非局部化的。因此, 频谱能说明信号中含有哪些频率分量, 以及信号在相应频率处的幅值和相位, 但它却不能说明这些频率到底发生在什么时间。而且傅里叶谱分析存在严格的限制条件: 被分析的系统必须是线性的; 信号必须是严格周期或者平稳的, 否则, 谱分析结果无物理意义。

1.2.2 解析信号

令 $x(t)$ 为一实的非平稳信号。在进行时频分析之前, 往往需要先将实信号 $x(t)$ 转变为复信号 $z(t)$ 的形式。一般说来, 有无穷多的方法可以使一复信号 $z(t)$ 的实部与所给定的实信号 $x(t) = a(t) \cos \phi(t)$ 相同。最简单的方法是直接用实信号 $x(t)$ 作复信号 $z(t)$ 的实部, 并添加一“虚信号” $s(t)$ 作其虚部, 即

$$z(t) = x(t) + js(t) \quad (1.3)$$

如果将 $z(t)$ 写作极坐标形式

$$z(t) = a(t) e^{j\phi(t)} \quad (1.4)$$

显然有

$$a(t) = \sqrt{x^2(t) + s^2(t)} \quad (1.5)$$

和

$$\phi(t) = \arctan \left[\frac{s(t)}{x(t)} \right] \quad (1.6)$$

$a(t)$ 称为实信号 $x(t) = a(t) \cos \phi(t)$ 的瞬时幅值, $\phi(t)$ 称为瞬时相位。根据式(1.5)可知 $a(t) \geq x(t)$, 这意味着代表 $a(t)$ 的曲线“包围”了代表 $|x(t)|$ 的曲线, 故常将 $a(t)$ 称为包络。

由于实信号的频谱为共轭对称, 保留正频部分(并将幅度增加, 以使原信号的总能量保持不变), 并剔除负频部分不会造成任何信息损失, 也不会带来虚假信息, 则可得到只保留实信号频谱正频部分的复信号 $z(t)$ 的频谱为

$$Z(f) = \begin{cases} 2X(f), & f > 0 \\ X(f), & f = 0 \\ 0, & f < 0 \end{cases} \quad (1.7)$$

如果令 $H(f)$ 为奇对称的阶跃式传输函数, 即

$$H(f) = \begin{cases} 1, & f > 0 \\ 0, & f = 0 \\ -1, & f < 0 \end{cases} \quad (1.8)$$

则有

$$Z(f) = X(f)[1 + H(f)] \quad (1.9)$$

即 $Z(f)$ 可从 $X(f)$ 通过滤波得到。若与 $H(f)$ 对应的冲激函数为 $h(t)$, 则由式(1.9)知, 复信号 $z(t)$ 可写作

$$z(t) = x(t) + jx(t) * h(t) = x(t) + j \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau = x(t) + jH[x(t)] \quad (1.10)$$

式中

$$H[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (1.11)$$

称为实信号 $x(t)$ 的 Hilbert 变换。

这样, 对于实值信号 $x(t) = a(t)\cos\phi(t)$, 可以定义一个与它相关的复值信号, 即

$$z(t) = a(t)\cos\phi(t) + jH[a(t)\cos\phi(t)] = a(t)e^{j\phi(t)} \quad (1.12)$$

它就被称为与 $x(t) = a(t)\cos\phi(t)$ 相关的解析信号。

1.2.3 瞬时频率

从物理学的角度来看, 信号可分为单分量和多分量信号两大类。单分量信号在任意时刻都只有一个频率, 该频率称为信号的瞬时频率。多分量信号则在某些时刻具有各自的瞬时频率。瞬时频率最早是由 Carson 与 Fry 和 Gabor 分别定义的, 而且两种定义不同。后来, Ville 统一了这两种不同的定义, 将信号 $x(t) = a(t)\cos\phi(t)$ 的瞬时频率定义为

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \times \frac{d}{dt} [\arg z(t)] \quad (1.13)$$

式中, $z(t)$ 为式(1.12)给出的解析信号, 而 $\arg z(t)$ 表示为 $z(t)$ 的相位角。即是说, 瞬时频率定义为解析信号 $z(t)$ 的相位的导数。考察

$$x(t) = \cos(\pi t^2 / 4), \quad t \in [0, 511/50] \quad (1.14)$$

所示的线性调频信号, 其时域波形如图 1.1 所示。构造解析信号后, 采用 Matlab 中时频分析工具箱中的 M 文件 instfreq.m 计算其瞬时频率, 结果如图 1.2 所示。从图中可见, 瞬时频率可以很好地表示信号频率随时间变化的情况。

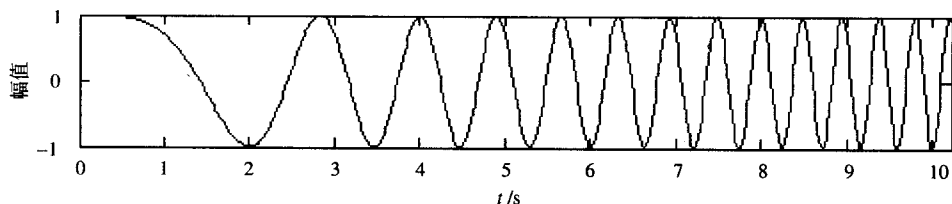


图 1.1 线性调频信号的时域波形

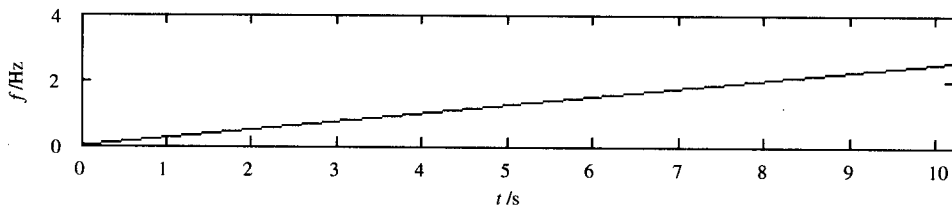


图 1.2 线性调频信号的瞬时频率

瞬时频率只能恰当地描述时变单分量信号。这是因为式(1.13)将频率表示为时间的显函数 $f = f(t)$, 因此, 在每一时刻 t 只能有一个单频分量存在, 这对绝大多数信号是不适用的。为解决这个问题, 可以采用“时间”为横坐标, “频率”为纵坐标来构成相平面, 由相平面来描述信号的时间和频率结构。在数学上, 这种做法相当于采用时间 t 和频率 ω (或 f) 作为自变量构成双变量函数 $T(t, \omega)$, 称 $T(t, \omega)$ 为信号 $x(t)$ 的时频表示。

1.2.4 平稳信号与非平稳信号

如果一个确定性信号可以写成正弦函数的离散和的形式, 即可以写成具有恒定瞬时幅值和瞬时频率的基本信号之和的形式, 则称该信号是平稳的, 即对于实信号和复信号分别有

$$x(t) = \sum_{k \in N} A_k \cos(2\pi f_k t + \varphi_k) \quad (1.15)$$

$$x(t) = \sum_{k \in N} A_k \exp[j(2\pi f_k t + \varphi_k)] \quad (1.16)$$

在随机情况下, 如果一个信号的数学期望与时间无关, 而且自相关函数 $E[x(t_1), x^*(t_2)]$ 仅与时间间隔 $t_2 - t_1$ 有关, 则称该信号是广义平稳信号, 它具有固定的瞬时幅值和瞬时频率期望值。

如果这些基本的假设条件中只要有一个不成立, 那么该信号就是不平稳的。例如, 一个有限时间区间上的信号, 特别是一个瞬变信号(如单位脉冲信号)就是非平稳信号。

1.2.5 窗函数

为了反映非平稳信号的局部特征, 人们希望能找到这样一个基函数, 它在时域和频域上都具有很好的局部化特征。也就是说, 它在时域上集中于某一点 t_0 附近, 而在频域上也集中于某一点 ω_0 附近, 这种在时域和频域上都具有很好的局部化特性的基函数称为窗函数。

根据傅里叶变换的尺度伸缩特性, 如果一个函数在时域上集中于一点, 则在频域上该函数不可能仍集中于一点上, 如单位脉冲函数, 在时域上集中于一点, 且具有无限宽广的频谱, 反之亦然。所以总可以假设存在一个在时域和频域上分别集中于点 (t_0, ω_0) 附近的基函数, 它在时域上的局部化范围为 $[t_0 - a, t_0 + a]$, 而在频域上局部化范围为 $[\omega_0 - b, \omega_0 + b]$, 这样就在时频表示 $t-\omega$ 平面(即相平面)上形成了一个矩形区域, 这个区域称为窗口, 而把 a 、 b 分别称为窗口的时宽和频宽。但是, 任何函数在时域和频域不可能同时都是有限长的。因此, 为了反映窗函数的局部化特性, 通常采用类似于均值和方差的方法来定义窗函数的中心和窗宽。设 $g(t)$ 为窗函数, 窗函数的中心定义为相平面上一点 (t_0, ω_0) , 其中

$$\left. \begin{aligned} t_0 &= \frac{1}{\|g(t)\|_2^2} \int_{-\infty}^{\infty} t |g(t)|^2 dt \\ \omega_0 &= \frac{1}{\|\hat{g}(\omega)\|_2^2} \int_{-\infty}^{\infty} \omega |\hat{g}(\omega)|^2 d\omega \end{aligned} \right\} \quad (1.17)$$

窗函数的时宽和频宽分别定义为

$$\left. \begin{aligned} \Delta g &= \frac{1}{\|g(t)\|_2} \left[\int_{-\infty}^{\infty} (t - t_0)^2 |g(t)|^2 dt \right]^{1/2} \\ \Delta \hat{g} &= \frac{1}{\|\hat{g}(\omega)\|_2} \left[\int_{-\infty}^{\infty} (\omega - \omega_0)^2 |\hat{g}(\omega)|^2 d\omega \right]^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (1.18)$$

式 (1.17) 和式 (1.18) 中, $\hat{g}(\omega)$ 为 $g(t)$ 的傅里叶变换, $\|g(t)\|_2^2 = \langle g, g \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) \cdot \overline{g(t)} dt$ 。

相平面中以 (t_0, ω_0) 为中心, $(2\Delta g, 2\Delta \hat{g})$ 为边长的矩形称为窗函数 $g(t)$ 的时频窗口, 其大小决定了时间分辨率和频率分辨率的大小。

1.2.6 Heisenberg 测不准原理

窗口函数所确定的窗口是对它的局部性的一次刻画, 它是可用来对信号进行局部化分析的基本函数, 而窗口函数本身则由窗口的尺度来表征其局部性。以上述窗函数 $g(t)$ 为例, 若 Δg 、 $\Delta \hat{g}$ 越小, 则说明 $g(t)$ 在时域和频域上的局部化程度均越高。但是, Heisenberg 测不准原理指出, Δg 与 $\Delta \hat{g}$ 是具有一定的制约关系的, 两者不可能同时都任意小, 即设 $g(t)$ 是窗函数, 满足 $g(t) \in L^2(R)$ 且 $t \cdot g(t) \in L^2(R)$, 则

$$\Delta g \Delta \hat{g} \geq \frac{1}{2} \quad (1.19)$$

当且仅当 $g(t) = \frac{1}{(2\pi)^{1/4} a^{1/2}} \exp\left(-\frac{t^2}{4a^2}\right)$ 时等号成立。

由此可见, 窗口函数的时宽和频宽不可能同时达到极小值, 所以在时频分析中, 时间和频率的最高分辨率受到 Heisenberg 不确定原理的限制, 如果想得到较高的频率分辨率, 就要降低时间分辨率, 反之亦然。

1.3 窗口傅里叶变换

大多数的旋转机械故障振动信号都是非平稳信号, 对这类信号傅里叶变换只能给出在时域或频域内的统计平均结果, 不能同时提供信号的时域和频域局部化信息。为了克服这一缺陷, 1946 年 Gabor 提出了窗口傅里叶变换, 它在非平稳信号的分析中发挥了很大的作用。

1.3.1 窗口傅里叶变换的定义

在窗口傅里叶变换的框架中, 把非平稳信号看成是一系列短时平稳信号的叠加, 而短时性则是通过时间域上加窗来完成的, 并且通过一个参数 τ 的平移来覆盖整个时间域, 也就是说, 采用一个窗函数 $g(t-\tau)$ 对信号 $x(t)$ 的乘积运算实现在 τ 附近的开窗和平移, 再进行傅里叶变换, 这就是窗口傅里叶变换。

信号 $x(t)$ 的窗口傅里叶变换 $G_f(\omega, \tau)$ 由式 (1.20) 给出, 即

$$G_x(\omega, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)g(t-\tau)e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)g_{\omega, \tau}(t)dt \quad (1.20)$$

式中, $g_{\omega, \tau}(t) = g(t-\tau)e^{-j\omega t}$ 是积分核, $e^{-j\omega t}$ 起频限作用, $g(t-\tau)$ 起时限作用, 这样就可起到时频双限制作用, 该变换在 τ 时刻局部地测量了频率为 ω 的正弦分量 ($e^{j\omega t}$) 的幅度, 亦即 $G_f(\omega, \tau)$ 大致反映了 $x(t)$ 在时刻 τ 时频率为 ω 的信号成分的相对含量。

信号的窗口傅里叶变换很大程度上受分析窗 $g(t)$ 的影响。窗函数有高斯函数、汉明(Hamming)窗、汉宁(Hanning)窗、平顶窗及矩形窗等。窗函数的选择一般考虑两个因素, 一个是泄漏, 窗越短, 泄漏越严重; 另一个是窗函数的窗口特性, 高斯函数具有最好的时频特性。在振动信号分析的实际应用中发现, 高斯函数和汉明窗具有较好的效果。Daubechies 的框架理论中给出了构造窗函数的原则。

1.3.2 窗口傅里叶变换的时间和频率分辨率

窗口傅里叶变换的时间分辨率可以通过令 $x(t)$ 为一个单位脉冲函数 δ 来获得, 即

$$x(t) = \delta(t - \tau_0) \Rightarrow G_x(\omega, \tau) = \exp(-j\omega t_0)g(t - t_0) \quad (1.21)$$

这样, 时间分辨率与窗函数的有效持续时间成比例。同样, 为了获得窗口傅里叶变换的频率分辨率, 令 $x(t)$ 为复正弦函数(在频域里是单位脉冲函数 δ), 即

$$x(t) = \exp(j\omega_0 t) \Rightarrow G_x(\omega, \tau) = \exp[-j(\omega - \omega_0)]\hat{g}(\omega - \omega_0) \quad (1.22)$$

因此, 窗口傅里叶变换的频率分辨率与窗函数 $g(t)$ 的有效带宽成比例。一方面, 高的时间分辨率结果需要较短的窗函数 $g(t)$; 另一方面, 高的频率分辨率结果需要带宽较窄的滤波器, 也就是较长的窗函数 $g(t)$, 但是, 由于 Heisenberg 不确定原理, 这二者不能同时满足。

通过考察式(1.23)的仿真信号, 即

$$x(t) = \exp\{-200[(t - 512)/1024]^2\} \sin(300t/1024), \quad t \in [0, 1024] \quad (1.23)$$

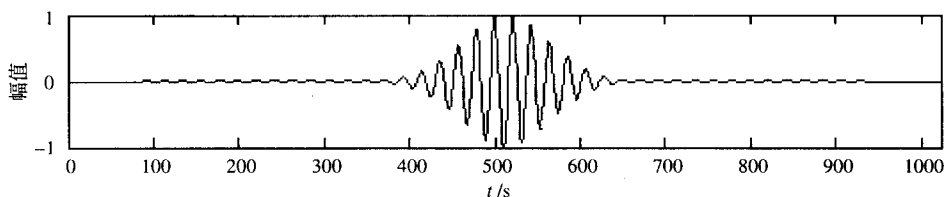


图 1.3 原始仿真信号

其时域波形如图 1.3 所示, 取单位脉冲函数 δ 为窗函数, 计算其窗口傅里叶变换 $|G_x(\omega, \tau)|$, 得到如图 1.4 所示的结果。从图中可见, 由于取的窗函数为单位脉冲函数 δ , $x(t)$ 的窗口傅里叶变换在时域内被很好地局域化了, 能得到较高的时间分辨率, 但是不能反映任何频率信息。如果取常值信号(频域为单位脉冲函数 δ) 为窗函数, 信号 $x(t)$ 的窗口傅里叶变换结果如图 1.5 所示, 图 1.5 具有很高的频率分辨率, 却不能提供任何时域信息。

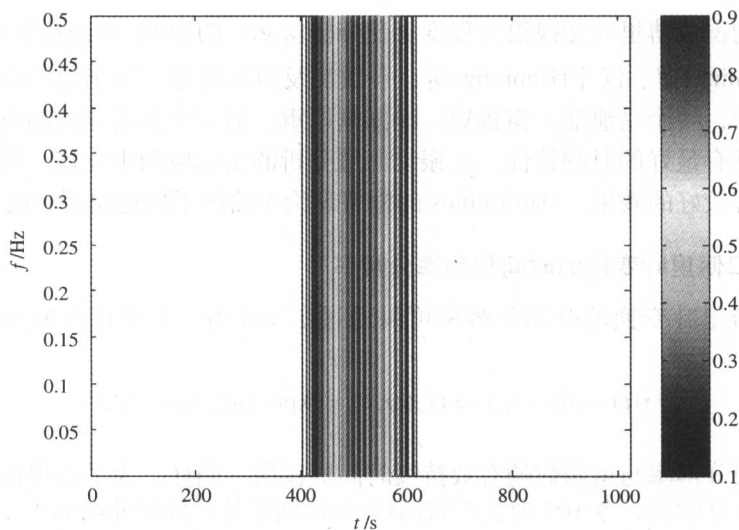


图 1.4 窗函数为单位脉冲函数时仿真信号的窗口傅里叶变换

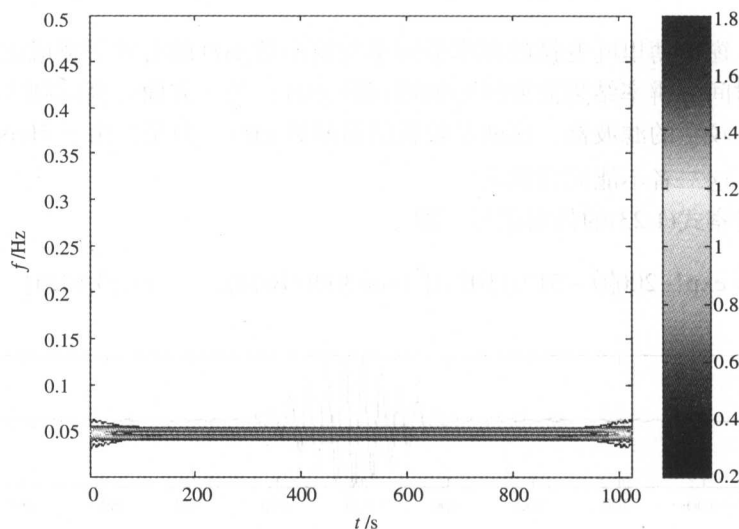


图 1.5 窗函数为常值函数时仿真信号的窗口傅里叶变换