

长春市教育局教育教学研究室组编



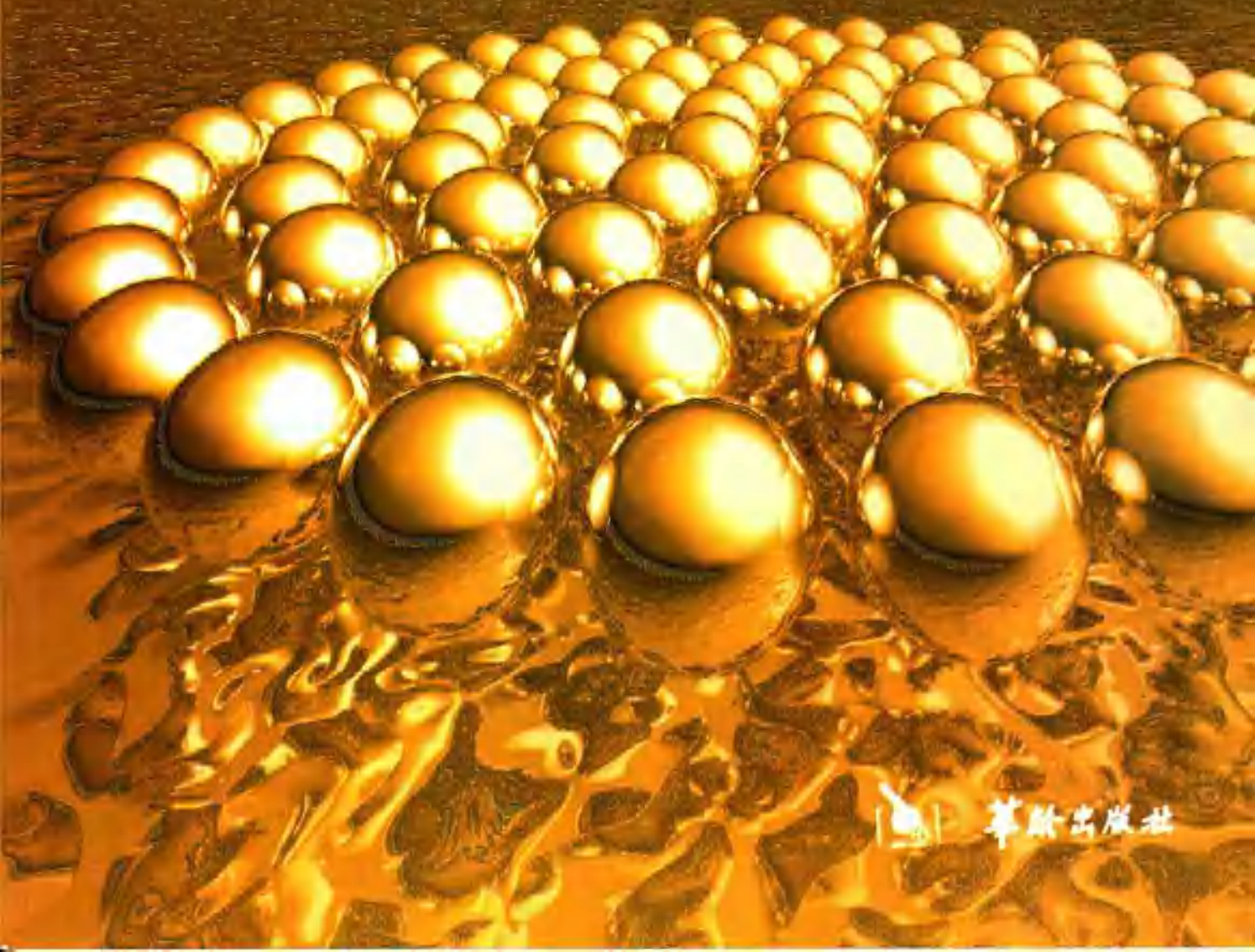
全程绿色学习

系列丛书

学生用书

(与教师用书配套使用)

高一数学(下册)



吉林出版集团
吉林出版社

全程绿色学习

权威性

实用性

操作性

系列丛书

高一数学

学生用书

(与教师用书配套使用)

(下册)

同步训练 同步测试

长春市教育局教育教学研究室 组编

名题举例

题型设计与训练

华龄出版社

责任编辑 苏 辉

封面设计 倪 霞

图书在版编目 (CIP) 数据

全程绿色学习系列丛书·高一数学·下册/长春市教育局教育教学研究室组编.

—北京:华龄出版社,2005.12

学生用书

ISBN 7-80178-076-0

I. 全… II. 长… III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 151799 号

书 名: 全程绿色学习系列丛书·高一数学 (下册) 学生用书

作 者: 长春市教育局教育教学研究室组编

出版发行: 华龄出版社

印 刷: 遵化市印刷有限公司

版 次: 2005 年 12 月第 1 版 2005 年 12 月第 1 次印刷

开 本: 850×1168 1/16 印 张: 6.75

印 数: 1~3000 册

全套定价: 60.00 元 (共 9 册)

地 址: 北京西城区鼓楼西大街 41 号

邮 编: 100009

电 话: 84044445 (发行部)

传 真: 84039173

前 言

由北京大视野教科文化发展有限公司策划，长春市教育局教育教学研究室组织编写的《全程绿色学习系列丛书》和大家见面了。它作为师生的良师益友，将伴随师生度过高中宝贵的学习时光。

本丛书以人教社最新修订的高中教科书为蓝本，以最新《考试大纲》、《新课程教学大纲》和《新课程课程标准》为依据，集国内最先进的教学观念，精选近五年全国高考试题、近三年各省市的优秀模拟试题，并根据高考最新动向，精心创作了40%左右的原创题，使每道试题都体现出了对高考趋势的科学预测。本丛书采用“一拖一”的编写模式，即一本教师用书，一本学生用书（学生用书包括同步训练和单元同步测试），两本书互为补充。学生用书“同步训练”的编写体例为“名题举例”和“题型设计与训练”两部分，题型设计与训练部分编写适量的基础题及综合性、多元性的试题，意在培养学生的学科思想与悟性，使其对每个知识点的复习落到实处，从而达到“实战演练，能力提升”的目的，并单独装订成册，可作为学生课堂练习本，也可作为学生课后作业本，便于师生灵活使用；学生用书“单元同步测试”是对本单元教与学的总结和验收，既可供教师作考试之用，又可供学生作自我检测之用。教师用书既是教师教学的教案，又是学生学习的学案。教师用书对学生用书“名题举例”和“题型设计与训练”中的每道题进行了全析全解，并给出了“规范解答”，采用“网上机读解答”方式，使学生每做一道题，都是进行高考“实弹演习”。这是本套丛书的一大亮点，在全国教辅用书上也是首次使用这种解答方式。它将有助于学生大幅度提高学习成绩。

《全程绿色学习系列丛书·高一数学（下新）学生用书》由长春市教育局教育教学研究室特级教师祝承亮任主编，东北师范大学附局中学李晓松任副主编。第四章由长春市希望高中李景娟编写；第五章平面向量由东北师范大学附属中学李晓松、杨云霞、王晓晶、薛玉财编写；假期作业由长春市实验中学杜艳蕾编写。全书由长春市教育局教育教学研究室特级教师祝承亮统编、审定。

长春市教育局教育教学研究室

2005年12月

编委会

主 编 陆建中

副主编 白智才 逯成文 刁丽英

编 委 (按姓氏笔画为序)

刁丽英 王 梅 王笑梅

白智才 孙中文 刘玉琦

许 丽 陆建中 陈 薇

张甲文 吴学荣 尚玉环

赵大川 祝承亮 逯成文

“高一数学(下册)学生用书”读者反馈表

您只要如实填写以下几项并寄给我们,将有可能成为最幸运的读者,丰厚的礼品等着您拿,数量有限(每学期50名)一定要快呀!

您最希望得到的**礼品** **100元以下** (请您自行填写)



A _____



B _____



C _____

您的个人资料



(请您务必填写详细,否则礼品无法送到您的手中)

姓名:	学校:	联系电话:
邮编:	通讯地址:	
职业:	教师 ☐	学生 ☐ 教研员 ☐
请在右栏列举3本您喜爱的教辅		
您发现的本书错误:		
您对本书的意见或建议:		

信寄: 吉林省长春市亚泰大街 3658 号 长春市教育教学服务中心

邮编: 130022

联系电话: 0431—8633939

目 录

第四章 三角函数

同步训练 1	4.6	两角和与差的正弦、余弦、正切(1)	(1)
同步训练 2	4.6	两角和与差的正弦、余弦、正切(2)	(3)
同步训练 3	4.7	二倍角的正弦、余弦、正切(1)	(4)
同步训练 4	4.7	二倍角的正弦、余弦、正切(2)	(6)
同步训练 5	4.8	正弦函数、余弦函数的图像和性质(1)	(8)
同步训练 6	4.8	正弦函数、余弦函数的图像和性质(2)	(10)
同步训练 7	4.9	函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图像(1)	(12)
同步训练 8	4.9	函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图像(2)	(14)
同步训练 9	4.10	正切函数的图像和性质	(16)
同步训练 10	4.11	已知三角函数值求角	(18)

第五章 平面向量

同步训练 11	5.1	向量	(21)
同步训练 12	5.2	向量的加法与减法	(23)
同步训练 13	5.3	实数与向量的积	(25)
同步训练 14	5.4	平面向量的坐标运算	(27)
同步训练 15	5.5	线段的定比分点	(29)
同步训练 16	5.6	平面向量的数量积及运算律	(31)
同步训练 17	5.7	平面向量的数量积的坐标表示	(33)
同步训练 18	5.8	平移	(35)
同步训练 19	5.9	正弦定理、余弦定理(1)	(37)
同步训练 20	5.9	正弦定理、余弦定理(2)	(39)
同步训练 21	5.10	解斜三角形应用举例	(41)
同步训练 22	5.10	解三角形在测量中的应用	(43)

假期作业

同步训练 23	集合与简易逻辑专题	(46)
同步训练 24	函数专题	(48)
同步训练 25	数列专题	(52)
同步训练 26	三角函数	(55)
同步训练 27	平面向量	(59)
同步训练 28	解三角形专题	(63)

第四章 三角函数

同步训练 1 4.6 两角和与差的正弦、余弦、正切(1)

名题举例

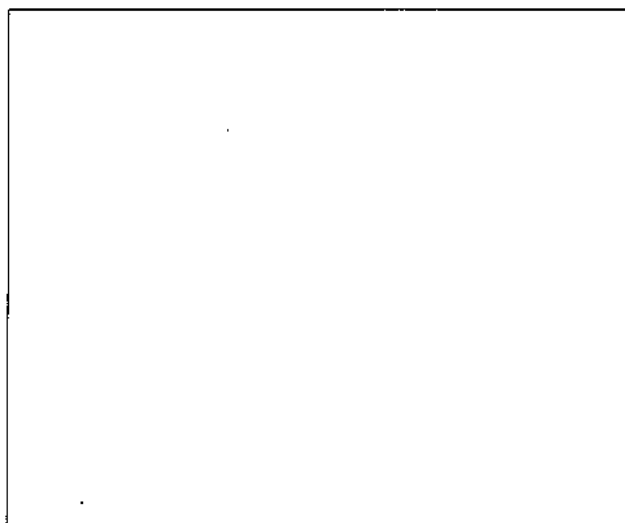
〔例1〕已知 $\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma = 0$, $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 0$, 则 $\cos(\alpha - \beta)$ 等于 ()

- A. -1 B. 1
C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

〔规范解答〕 ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

〔例2〕已知 α, β 为锐角, $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$, $\sin\beta = \frac{\sqrt{10}}{10}$, 求 $\alpha + 2\beta$ 之值.

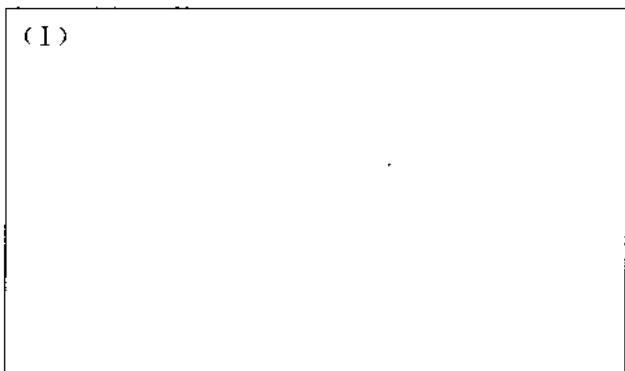
〔规范解答〕



〔例3〕(1) 已知 $A + B = \frac{\pi}{4}$, 求证: $(1 + \tan A) \cdot (1 + \tan B) = 2$.

(2) 化简 $(1 + \tan 1^\circ) \cdot (1 + \tan 2^\circ) \cdot \dots \cdot (1 + \tan 44^\circ) \cdot (1 + \tan 45^\circ)$.

〔规范解答〕



(II)

题型设计与训练

一、选择题

1. $\frac{\sqrt{3} + 3\tan 15^\circ}{3 - \sqrt{3}\tan 15^\circ} =$ ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
C. 1 D. -1

2. 已知 $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\sin\beta = \frac{\sqrt{10}}{10}$, 且 α, β 为锐角, 则 $\alpha + \beta$ 的值为 ()

- A. 45° B. 45° 或 135°
C. 135° D. 以上都不对

3. 已知 $\sin(\alpha - \beta)\cos\alpha - \cos(\alpha - \beta)\sin\alpha = m$, 且 β 为第三象限角, 则 $\cos\beta$ 之值为 ()

- A. $\sqrt{1 - m^2}$ B. $-\sqrt{1 - m^2}$
C. $\sqrt{1 + m^2}$ D. $-\sqrt{m^2 + 1}$

4. $\triangle ABC$ 中, $\cos A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B + \sin A \cos B + \sin A \cdot \sin B = 2$, 则 $\triangle ABC$ 是 ()

- A. 等边三角形
B. 等腰非等边的锐角三角形
C. 非等腰的直角三角形
D. 等腰直角三角形

5. $\tan 10^\circ \tan 20^\circ + \sqrt{3}(\tan 10^\circ - \tan 20^\circ)$ 的值等于 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. 1
C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{6}$

6. 要使 $\sin\alpha - \sqrt{3}\cos\alpha = \frac{4m-6}{4-m}$ 有意义, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $m \leq \frac{7}{3}$ B. $m \geq -1$
C. $m \leq -1$ 或 $m \geq \frac{7}{3}$ D. $-1 \leq m \leq \frac{7}{3}$

二、填空题

7. 求值: $\frac{\sin 68^\circ + \cos 75^\circ \sin 7^\circ}{\cos 68^\circ - \sin 75^\circ \sin 7^\circ} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 已知 $\alpha = \frac{\pi}{16}$, $\beta = \frac{3\pi}{16}$, 则 $(1 + \tan\alpha) \cdot (1 + \tan\beta) = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 设 $5\sin\alpha + 3\cos\beta = 4$, $5\cos\alpha - 3\sin\beta = 1$, 则 $\sin(\alpha - \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 已知 α, β 均为锐角, 且 $\tan\alpha = 4\sqrt{3}$, $\cos(\alpha + \beta) = -\frac{11}{14}$, 则角 $\beta = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

11. 若 $\cos\alpha + \cos\beta = \frac{1}{2}$, $\sin\alpha + \sin\beta = \frac{1}{3}$, 求 $\cos(\alpha - \beta)$ 的值.

12. 已知 $\frac{\pi}{2} < \beta < \alpha < \frac{3\pi}{4}$, $\cos(\alpha - \beta) = \frac{12}{13}$, $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{3}{5}$, 求 $\sin 2\alpha$ 的值.

13. 已知函数 $f(x) = a\sin x + b\cos x$.

(1) 当 $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$, 且 $f(x)$ 的最大值为 $\sqrt{10}$ 时, 求 a, b 的值.

(2) 当 $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$ 且 $f(x)$ 的最小值为 k 时, 求 k 的取值范围.

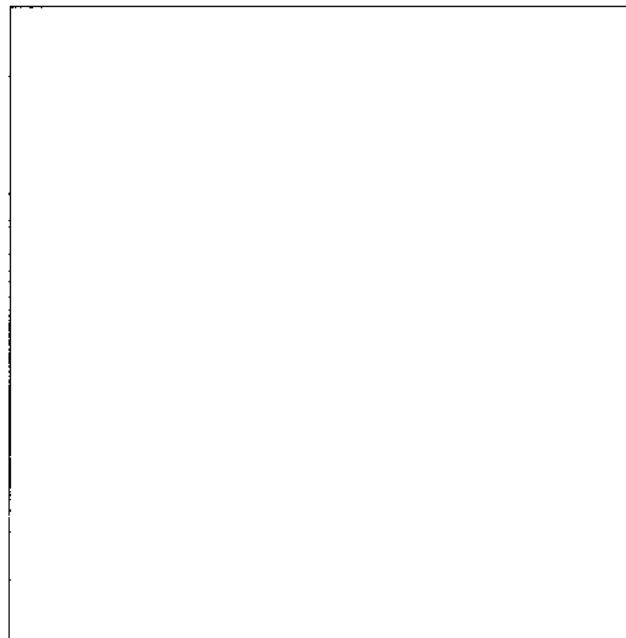
同步训练 2 4.6 两角和与差的正弦、余弦、正切(2)



【例 1】在 $\triangle ABC$ 中, 已知 A, B, C 成等差数列, 求 $\tan \frac{A}{2}$

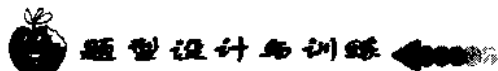
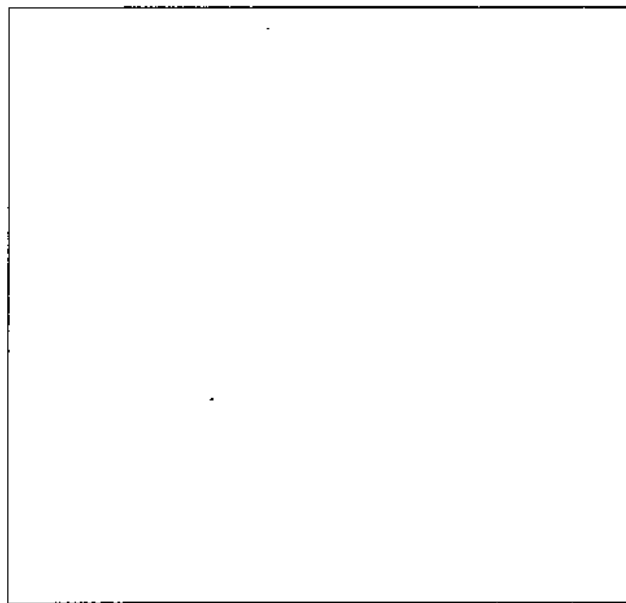
$+\tan \frac{C}{2} + \sqrt{3} \tan \frac{A}{2} \tan \frac{C}{2}$ 的值.

【规范解答】



【例 2】已知 α, β, γ 均为锐角, 且 $\tan \frac{\alpha}{2} = \tan^3 \frac{\gamma}{2}, 2\tan\beta = \tan\gamma$, 求证: α, β, γ 成等差数列.

【规范解答】



一、选择题

1. 使等式 $\sin\alpha\sin\beta - \cos\alpha\cos\beta = -\frac{1}{2}$ 成立的一组 α, β 的值为

- A. $46^\circ, 16^\circ$ B. $78^\circ, 18^\circ$
C. $24^\circ, 36^\circ$ D. $14^\circ, 16^\circ$

2. 化简 $\sin 119^\circ \sin 181^\circ - \sin 91^\circ \sin 29^\circ$ 等于

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $\sin \frac{\pi}{12} - \sqrt{3} \cos \frac{\pi}{12}$ 的值是

- A. 0 B. $-\sqrt{2}$
C. $\sqrt{2}$ D. 2

4. 如果 $\tan(\alpha + \beta) = \frac{2}{5}, \tan(\beta - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{4}$, 那么 $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4})$ 的值为

- A. $\frac{13}{18}$ B. $\frac{13}{22}$
C. $\frac{3}{22}$ D. $\frac{3}{18}$

5. $\triangle ABC$ 中, 若 $\tan A \tan B > 1$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是

- A. 锐角三角形 B. 钝角三角形
C. 直角三角形 D. 等腰三角形

6. $\sin 15^\circ - \sin 75^\circ$ 的值为

- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

二、填空题

7. 函数 $f(\alpha) = \cos(\alpha + 10^\circ) \cos(\alpha + 20^\circ) - \cos(80^\circ - \alpha) \cdot \cos(70^\circ - \alpha)$ 的最大值是_____.

8. $\tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \sqrt{3} \tan 20^\circ \tan 40^\circ$ 的值为_____.

9. 若方程 $x^2 - \sin A \cos B \cdot x + \sin C = 0$ 的两根之和等于两根之积的一半, 则 $\triangle ABC$ 的形状是_____.

10. 已知 $5 \cos(\alpha - \frac{\beta}{2}) + 7 \cos \frac{\beta}{2} = 0$, 则 $\tan \frac{\alpha}{2} \cdot \tan \frac{\alpha - \beta}{2} =$ _____.

三、解答题

11. 已知 $\tan\left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right) = \frac{1}{2}$, $\tan\left(\beta - \frac{\alpha}{2}\right) = -\frac{1}{3}$, 求 $\tan \frac{\alpha + \beta}{2}$ 的值.

12. 设 $\tan \alpha = \frac{1}{7}$, $\tan \beta = \frac{1}{3}$, 且 α, β 都是锐角, 求证 $\alpha + 2\beta = \frac{\pi}{4}$.

同步训练 3 4.7 二倍角的正弦、余弦、正切(1)

名题举例

〔例 1〕设 $a = \sin 14^\circ + \cos 14^\circ$, $b = \sin 16^\circ + \cos 16^\circ$, $c = \frac{\sqrt{6}}{2}$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()

A. $a < b < c$

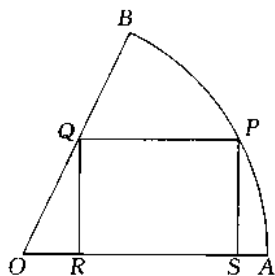
B. $a < c < b$

C. $b < c < a$

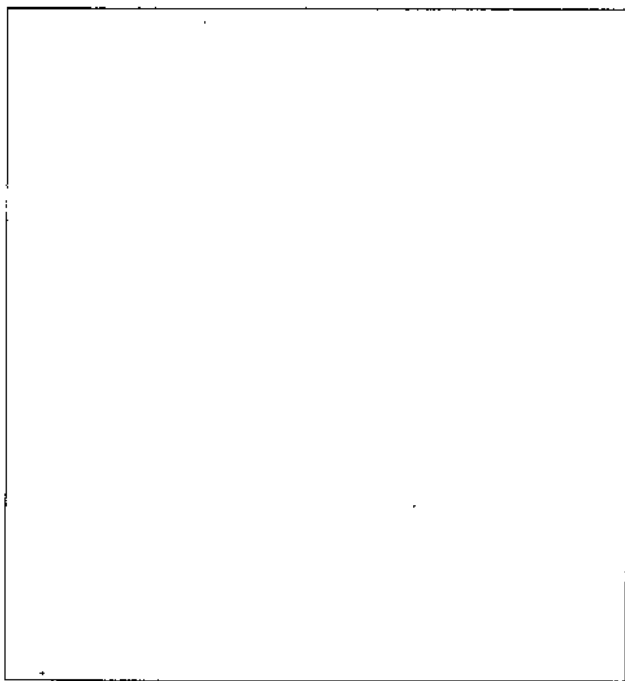
D. $b < a < c$

〔规范解答〕☐A ☐B ☒C ☐D

〔例 2〕如图, 已知扇形薄板的半径为 1m, 中心角为 60° , 四边形 PQRS 是扇形的内接矩形, P 点在怎样的位置上, 截得的矩形面积最大? 最大面积是多少?



〔规范解答〕



【例3】(05,浙江卷·(文)第15题)(文)已知函数 $f(x) = 2\sin x \cos x + \cos 2x$.

(I) 求 $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 的值;

(II) 设 $\alpha \in (0, \pi)$, $f\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 求 $\sin \alpha$ 的值.

【规范解答】

(I)

(II)



题型设计与训练

一、选择题

1. $\sin^2 \frac{\pi}{12} - \cos^2 \frac{\pi}{12}$ 的值等于 ()

A. $-\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 已知 θ 是第三象限角, 且 $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta = \frac{5}{9}$, 那么 $\sin 2\theta$ 等于 ()

A. $\frac{2}{3}\sqrt{2}$

B. $-\frac{2}{3}\sqrt{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $-\frac{2}{3}$

3. $\sin 15^\circ \cos 15^\circ \cos 30^\circ$ 的值为 ()

A. $\sqrt{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{8}$

4. 设 $f(\sin x) = \cos 2x$, 那么 $f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 等于 ()

A. $-\frac{1}{2}$

B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\sin 80^\circ}$ 的值为 ()

A. 1

B. 2

C. 4

D. $\frac{1}{4}$

6. 要使 $\sin \alpha - \sqrt{3} \cos \alpha = \frac{4m-6}{4-m}$ 有意义, 则 m 的取值范围是 ()

A. $m \leq \frac{7}{3}$

B. $m \geq -1$

C. $-1 \leq m \leq \frac{7}{3}$

D. $m \leq -1$ 或 $m \geq \frac{7}{3}$

二、填空题

7. 已知 $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $\cos x = \frac{4}{5}$, 则 $\tan 2x =$ _____.

8. $(\tan 5^\circ - \cot 5^\circ) \cdot \frac{\sin 20^\circ}{1 + \cos 20^\circ}$ 的值为 _____.

9. 函数 $y = 5\sin x + \cos 2x$ 的值域是 _____.

10. 条件甲: $\sqrt{1 + \sin \theta} = a$. 条件乙: $\sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} = a$,

那么甲是乙的 _____.

三、解答题

11. 已知 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = 2$, 求 $\cos 2\alpha + 3\sin^2 \alpha$ 的值.

12. 已知 $\tan 2\theta = -2\sqrt{2}$, $\frac{\pi}{2} < 2\theta < \pi$, 求

$$\frac{2\cos^2 \frac{\theta}{2} - \sin \theta - 1}{\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)}$$
 的值.

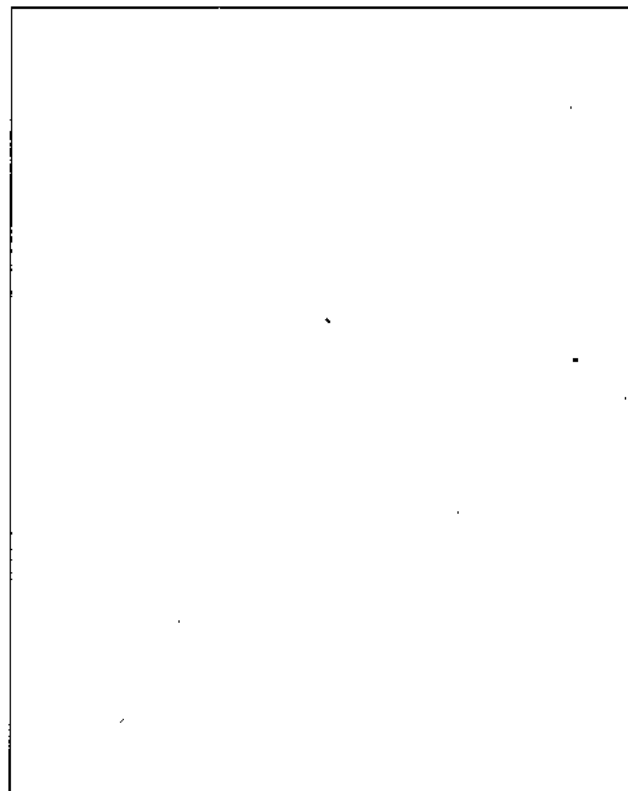
同步训练 4 4.7 二倍角的正弦、余切、正切(2)



名题举隅

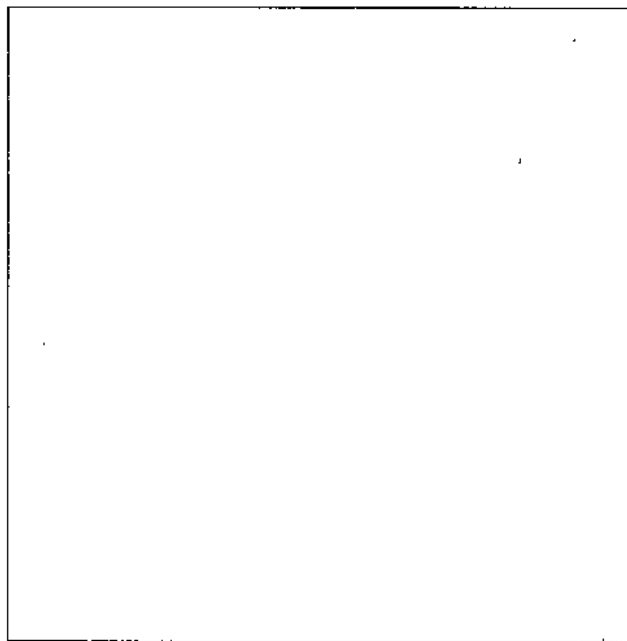
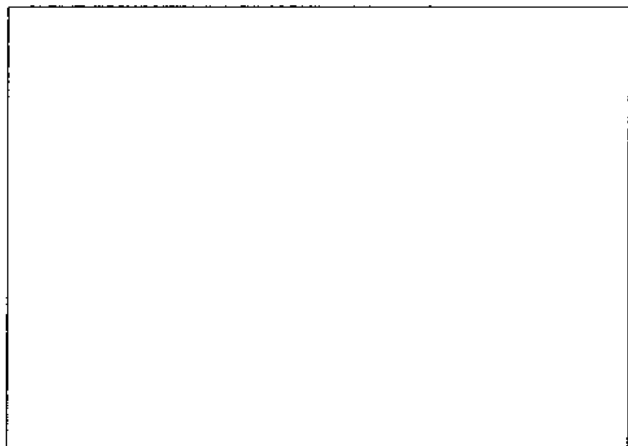
〔例 1〕已知 $\cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)=\frac{3}{5}$, $\frac{17}{12}\pi < x < \frac{7}{4}\pi$, 求 $\frac{\sin 2x + 2\sin^2 x}{1 - \tan x}$ 的值.

〔规范解答〕



〔例 2〕(05, 全国卷 II, 文)(文)已知 α 为第二象限的角, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, β 为第一象限的角, $\cos \beta = \frac{5}{13}$. 求 $\tan(2\alpha - \beta)$ 的值.

〔规范解答〕

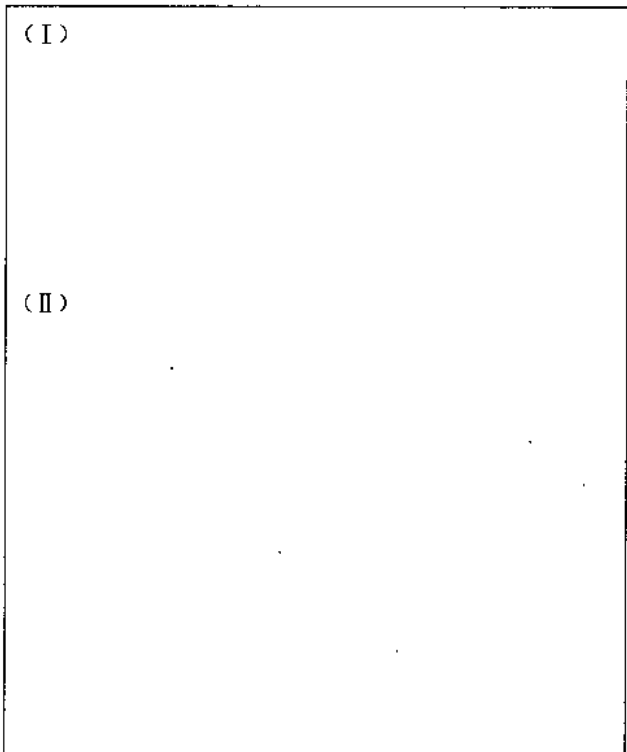


〔例 3〕(北京卷·(文)第 15 题)(文)已知 $\tan \frac{\alpha}{2} = 2$, 求:

(I) $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值;

(II) $\frac{6\sin \alpha + \cos \alpha}{3\sin \alpha - 2\cos \alpha}$ 的值.

〔规范解答〕





题型设计与训练

一、选择题

- $\sqrt{2-\sin^2 2} + \cos 4$ 的值是 ()
A. $\sin 2$ B. $-\cos 2$
C. $\sqrt{3}\cos 2$ D. $-\sqrt{3}\cos 2$
- 已知 θ 是第二象限角, 且 $\sin\left(\frac{\theta}{2} + \frac{3\pi}{2}\right) > 0$, 则 $\frac{\sqrt{1-\sin\theta}}{\cos\frac{\theta}{2} - \sin\frac{\theta}{2}}$ 的值为 ()
A. 1 B. -1
C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
- $\sin 6^\circ \cdot \cos 24^\circ \cdot \sin 78^\circ \cdot \cos 48^\circ$ 的值为 ()
A. $\frac{1}{16}$ B. $-\frac{1}{16}$
C. $\frac{1}{32}$ D. $\frac{1}{8}$
- 已知 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi, 0 < \beta < \frac{\pi}{2}$, 且 $\cos\left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right) = -\frac{1}{9}$, $\sin\left(\frac{\alpha}{2} - \beta\right) = \frac{2}{3}$, 则 $\cos(\alpha + \beta)$ 的值为 ()
A. $\frac{13}{27}$ B. $-\frac{13}{27}$
C. $\frac{239}{729}$ D. $-\frac{239}{729}$
- 如果 $f(\alpha) = 2\tan\alpha - \frac{2\sin^2\frac{\alpha}{2} - 1}{\sin\frac{\alpha}{2} \cdot \cos\frac{\alpha}{2}}$, 那么 $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ 等于 ()
A. $-\frac{4}{3}\sqrt{3}$ B. $-4\sqrt{3}$
C. $4\sqrt{3}$ D. 8
- 若 $\cot\theta = 3$, 则 $\cos^2\theta + \frac{1}{2}\sin 2\theta$ 的值是 ()
A. $-\frac{6}{5}$ B. $-\frac{4}{5}$
C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{6}{5}$
- 已知 $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $\cos x = \frac{4}{5}$, $\tan 2x$ 等于 ()
A. $\frac{7}{24}$ B. $-\frac{7}{24}$
C. $\frac{24}{7}$ D. $-\frac{24}{7}$

二、填空题

- 等腰三角形的底角正弦与余弦的和为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$, 则它的顶角是 _____ 弧度.
- 设 $f(\tan x) = \cos 2x$, 则 $f(2) =$ _____.
- 设 $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, 且 $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, 则 $\tan \frac{\alpha}{2} =$ _____.

- 已知 $\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{1}{3}$, 则 $\cos^4\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \cos^4\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)$ 等于 _____.

三、解答题

- 化简 $\frac{1 + \cos 2\alpha}{\cot \frac{\alpha}{2} - \tan \frac{\alpha}{2}}$.

- 已知 $\sin\left(x - \frac{3}{4}\pi\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{4}$, 求 $\cos 4x$ 的值.

14. 已知 α, β 为锐角, 且 $3\sin^2\alpha + 2\sin^2\beta = 1, 3\sin 2\alpha - 2\sin 2\beta = 0$. 求证: $\alpha + 2\beta = \frac{\pi}{2}$.

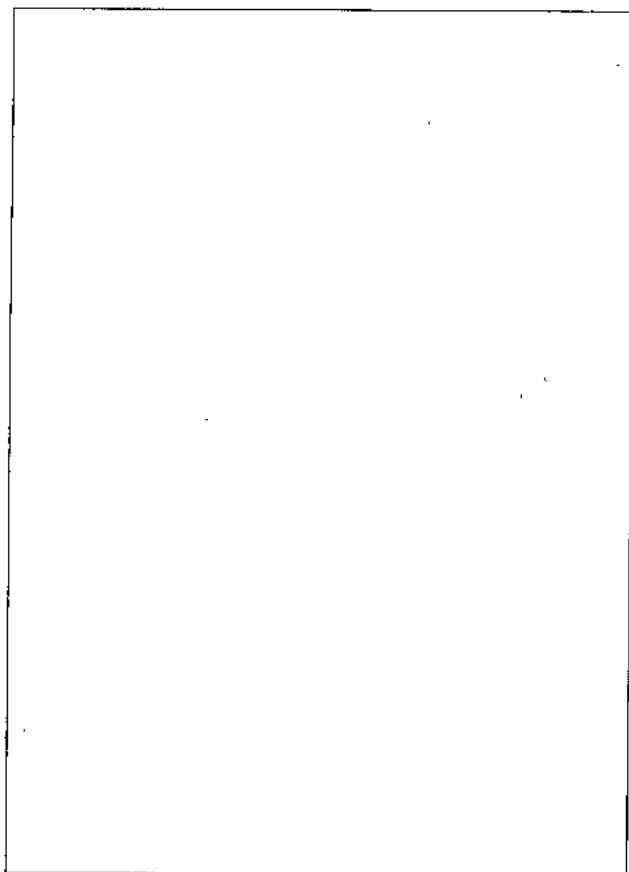
同步训练 5 4.8 正弦函数、余弦函数的图像和性质(1)



名题举隅

〔例 1〕求函数 $y = \frac{3\sin x + 1}{\sin x + 2}$ 的最大值和最小值.

〔规范解答〕

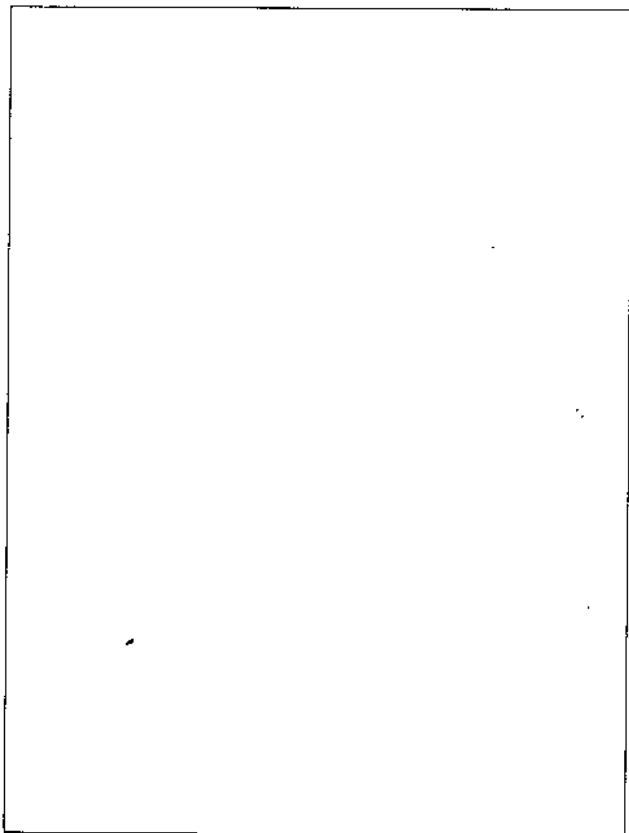


〔例 2〕(05, 广东卷·第 15 题)(本小题满分 12 分)化简

$$f(x) = \cos\left(\frac{6k+1}{3}\pi + 2x\right) + \cos\left(\frac{6k-1}{3}\pi - 2x\right) + 2\sqrt{3}\sin$$

$\left(\frac{\pi}{3} + 2x\right) (x \in \mathbf{R}, k \in \mathbf{Z})$, 并求函数 $f(x)$ 的值域和最小正周期.

〔规范解答〕



〔例3〕(05,全国卷I·第17题)设函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$ ($-\pi < \varphi < 0$), $y = f(x)$ 图像的一条对称轴是直线 $x = \frac{\pi}{8}$.

(I) 求 φ ;

(II) 求函数 $y = f(x)$ 的单调增区间.

〔规范解答〕

(I)

(II)

4. 若函数 $f(x)$ 是奇函数, 且当 $x < 0$ 时, 有 $f(x) = \cos 3x + \sin 2x$, 则当 $x > 0$ 时, $f(x)$ 的表达式为 ()

- A. $\cos 3x + \sin 2x$ B. $-\cos 3x + \sin 2x$
C. $\cos 3x - \sin 2x$ D. $-\cos 3x - \sin 2x$

5. 函数 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$, $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 是 ()

- A. 增函数 B. 减函数
C. 偶函数 D. 奇函数

6. 函数 $y = \sqrt{3}\cos x - \sin x$ 的一个单调减区间是 ()

- A. $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi\right]$ B. $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{4}{3}\pi\right]$
C. $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{7}{6}\pi\right]$ D. $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi\right]$

二、填空题

7. $\cos\left(-\frac{23}{5}\pi\right)$ _____ $\cos\left(-\frac{17}{4}\pi\right)$. (比较大小)

8. 函数 $y = \frac{1}{2 + \sin x + \cos x}$ 的最大值为 _____.

9. 方程 $\lg x = \sin x$ 的实根的个数为 _____.

10. 关于函数 $f(x) = 4\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($x \in \mathbb{R}$), 有下列命题:

(1) 由 $f(x_1) = f(x_2) = 0$ 可得 $x_1 - x_2$ 必是 π 的整数倍;

(2) $y = f(x)$ 的表达式可改写为 $y = 4\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$;

(3) $y = f(x)$ 的图像关于点 $\left(-\frac{\pi}{6}, 0\right)$ 对称;

(4) $y = f(x)$ 的图像关于直线 $x = -\frac{\pi}{6}$ 对称;

其中正确命题的序号是 _____.

三、解答题

11. 已知 $f(\sin x - 1) = \cos^2 x + 2$, 求 $f(x)$ 的定义域和值域.



题型设计与训练

一、选择题

1. 函数 $y = \sqrt{2}\sin 2x \cos 2x$ 是 ()

- A. 周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的奇函数 B. 周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的偶函数
C. 周期为 $\frac{\pi}{4}$ 的奇函数 D. 周期为 $\frac{\pi}{4}$ 的偶函数

2. 在 $[0, 2\pi]$ 上满足 $\cos x \geq \frac{1}{2}$ 的 x 的取值范围是 ()

- A. $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ B. $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi\right]$
C. $\left[\frac{5}{3}\pi, 2\pi\right]$ D. $\left[0, \frac{\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{5}{3}\pi, 2\pi\right]$

3. 函数 $y = \frac{1}{2}\sin(2x + \theta)$ 的图像关于 y 轴对称的充要条件是 ()

- A. $\theta = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ B. $\theta = k\pi + \frac{\pi}{2}$
C. $\theta = 2k\pi + \pi$ D. $\theta = k\pi + \pi$ (以上 $k \in \mathbb{Z}$)

12. 已知函数 $f(x) = \log_2 \sqrt{1+\sin x} + \log_2 \sqrt{1-\sin x}$.

求:

(1)定义域;(2)值域;(3)单调区间;(4)奇偶性;(5)最小正周期.

13. 设函数 $f(x) = 4\cos 2x(\cos 2x - 1) + 3 - 4\cos 2x$.

(1)求使 $f(x) > 0$ 成立的 x 的取值范围;

(2)求 $f(x)$ 的最大值和最小值,并求出 $f(x)$ 取得最大值和最小值时 x 的值.

同步训练 6 4.8 正弦函数、余弦函数的图像和性质(2)

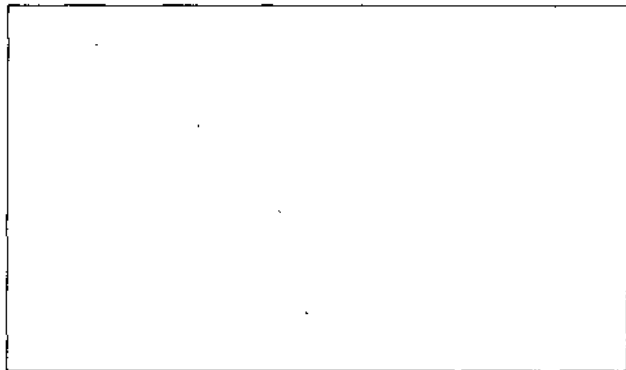


【例 1】(05, 重庆卷·(文)第 17 题)(文)若函数 $f(x) =$

$\frac{1+\cos 2x}{2\sin(\frac{\pi}{2}-x)} + \sin x + a^2 \sin(x + \frac{\pi}{4})$ 的最大值为 $\sqrt{2} + 3$, 试

确定常数 a 的值.

〔规范解答〕



举一反三

(全国卷 I·第 7 题)当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 时, 函数 $f(x) =$

$\frac{1+\cos 2x+8\sin^2 x}{\sin 2x}$ 的最小值为 ()

A. 2

B. $2\sqrt{3}$

C. 4

D. $4\sqrt{3}$

〔解析〕令 $y = f(x) = \frac{1+\cos 2x+8\sin^2 x}{\sin 2x} =$

$\frac{5-3\cos 2x}{\sin 2x}$, 可得 $y\sin 2x + 3\cos 2x = 5$, 整理 $\sin(2x +$

$\varphi) = \frac{5}{\sqrt{y^2+9}}$ (其中 $\tan \varphi = \frac{3}{y}$), 由 $|\sin(2x + \varphi)| \leq 1$,

可求 $y \geq 4$, 故选 C.

〔参考解答〕C.