与人教版最新教材同步配套

走向名校丛书

新编数学

高中三年级（上）

《数学ABC》编写组 编

ZOUXIANG MINGXIAO CONGSHU

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

●高中三年级（上）

数学 A B C

《数学 ABC》编写组　编

浙江大學出版社

图书在版编目（CIP）数据

数学 ABC. 高中三年级. 上 /《数学 ABC》编写组编.
6 版. —杭州：浙江大学出版社，2002.7
（走向大学丛书）
ISBN 7-308-02548-9

Ⅰ. 数... Ⅱ. 数... Ⅲ. 数学课—高中—教学参考
资料 Ⅳ. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2002）第 017038 号

责任编辑 杨晓鸣
封面设计 刘依群
出版发行 浙江大学出版社
（杭州浙大路 38 号 邮政编码 310027）
（E-mail：zupress@mail.hz.zj.cn）
（网址：http://www.zjupress.com）
排　　版 浙江大学出版社电脑排版中心
印　　刷 浙江大学印刷厂
开　　本 787mm×1092mm 1/16
印　　张 10.5
字　　数 268 千
版 印 次 2002 年 7 月第 6 版 2006 年 5 月第 13 次印刷
书　　号 ISBN 7-308-02548-9/G·493
定　　价 10.00 元

再版前言

在这姹紫嫣红的春天，我社迎来了“高中 ABC 丛书”出版的第十个年头。丛书出版以来，发行量逐年攀升，备受广大师生的关注和青睐。新学期伊始，我社邀请了杭州二中等著名中学的特级教师、高级教师，对“高中 ABC 丛书”进行了全面的改版和修订。

改版后的“高中 ABC 丛书”有如下特点：

1. 内容结构合理　丛书与现行人教版教材密切配套，按章分节编写，由知识要点、例题精析、同步练习及能力测试等板块组成。

2. 注重能力培养　丛书力求贯彻现代教育新理念，以思维训练为焦点，以方法创新为主线，以能力培养为核心。

3. 突出重点难点　题型归纳分类解析，思维激活举一反三，重点内容反复强调，难点之处逐个解决。

4. 题量丰富，试题新颖　丛书通过丰富的试题覆盖所学的知识与技能，在练习设计上注重梯度，并针对不同层次的学生安排 A、B、C 多组题目；试题设计新颖，切中高考重点、热点。

目　　录

第一部分　高三选修内容同步训练

第二部分 一轮复习同步训练

第一部分　高三选修内容同步训练

第一章　概率与统计

1.1　离散型随机变量的分布列

【知识要点】

1. 随机变量的概念；
2. 离散型随机变量及分布列的概念；
3. 二项分布.

【典型例题】

例 1　抛掷两颗骰子，所得点数和 ξ 是一个随机变量，求 $P(\xi \leqslant 4)$.

【分析】　$(\xi \leqslant 4) = (\xi = 2) + (\xi = 3) + (\xi = 4)$. $(\xi = 2)$ 表示两颗骰子的点数为(1，1)；$(\xi = 3)$ 表示两颗骰子的点数为(1，2)或(2，1)；$(\xi = 4)$ 表示两颗骰子的点数为(1，3)或(3，1)或(2，2).

解　$P(\xi = 2) = \dfrac{1}{36}, P(\xi = 3) = \dfrac{2}{36}, \quad P(\xi = 4) = \dfrac{3}{36}$.

$\therefore \ P(\xi \leqslant 4) = P(\xi = 2) + P(\xi = 3) + P(\xi = 4) = \dfrac{1}{36} + \dfrac{2}{36} + \dfrac{3}{36} = \dfrac{1}{6}$.

【说明】　此题的解答用了互斥事件至少有一个发生的概率加法公式，从中可体会随机变量与概率一章内容不可分割的联系.

例 2　给出下列(A)、(B)、(C)、(D)四个表，其中能成为随机变量 ξ 的分布列的是

(A)

ξ	0	1
p	0.6	0.3

(B)

ξ	0	1	2
p	0.9025	0.095	0.0025

(C)

ξ	0	1	2	…	n
p	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{8}$	…	$\dfrac{1}{2^n}$

(D)

ξ	0	1	2	…	n
p	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}(\frac{2}{3})^2$	…	$\frac{1}{3}(\frac{2}{3})^n$

【分析】 根据离散型随机变量分布列为性质 $p_1+p_2+\cdots=1$ 求解.

解 对于表(A),由于 $0.6+0.3=0.9<1$,对于表(C),由于$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2^n}=1-\frac{1}{2^n}<1$;对于表(D),由于$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}+\cdots+\frac{1}{3}(\frac{2}{3})^n=1-\frac{1}{3^{n+1}}<1$,故表(A)、(C)、(B)均不能成为随机变量$\xi$的分布列,对于表(B),因为 $0.925+0.095+0.0025=1$,所以,应选(B).

【说明】 解此类题,应依照分布列的性质 $p_i\geqslant 0$ 和 $p_1+p_2+\cdots=1$ 求解,不能认为只要 $0\leqslant p_i\leqslant 1$ 就行了.

例 3 一批产品分一、二、三级,其中一级品是二级品的两倍,三级品是二级品的一半,从这批产品中随机抽取一个检查其品级,用随机变量描述检验的可能结果,写出它的概率分布列.

【分析】 为了计算分布列,需要求出各品级的产品占总数的比例.

解 设二级品有 $2n$ 个,则一级品有 $4n$ 个,三级品有 n 个. 一级品占总数的$\frac{4n}{4n+2n+n}=\frac{4}{7}$,二级品占总数的$\frac{2n}{4n+2n+n}=\frac{2}{7}$,三级品占总数的$\frac{1}{7}$.

又设 $\xi=k$ 表示取到的是 k 级品($k=1,2,3$),则 ξ 是一个离散型随机变量,且

$P(\xi=1)=\frac{4}{7}$,$P(\xi=2)=\frac{2}{7}$,$P(\xi=3)=\frac{1}{7}$,ξ 的分布列为:

ξ	1	2	3
P	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$

【说明】 求离散型随机变量的分布列必须解决好两个问题,一是求出ξ的所有取值,二是求出ξ取每一值时的概率.

【同步训练】

1. 袋中有 2 个黑球 6 个红球,从中任取两个,可以作为随机变量的是 ( )

   (A) 取到的球的个数　　(B) 取到红球的个数

   (C) 至少取到一个红球　　(D) 至少取到一个红球的概率

2. 抛掷两颗骰子,所得点数之和记为ξ,那么 $\xi=4$ 表示的随机试验结果是 ( )

   (A) 一颗是 3 点,一颗是 1 点　　(B) 两颗都是 2 点

   (C) 两颗都是 4 点　　(D) 一颗是 3 点,一颗是 1 点或两颗都是 2 点

3. 下列表中能成为随机变量ξ的分布列的是 ( )

(A)

ξ	-1	0	1
P	0.3	0.4	0.4

(B)

ξ	1	2	3
P	0.4	0.7	-0.1

(C)

ξ	-1	0	1
P	0.3	0.4	0.3

(D)

ξ	1	2	3
P	0.3	0.4	0.4

4. 在三次独立重复试验中,若已知 A 至少出现一次的概率等于$\frac{19}{27}$,则事件 A 在一次试验中出现的概率为________.

5. 设随机变量ξ的分布列为$P(\xi=k)=\frac{c}{k(k+1)}$,$k=1,2,3$,$c$为常数,则$P(0.5<\xi<2.5)=$ ________.

6. 设随机变量$\xi\sim B(2,p)$,$\eta\sim B(4,p)$,若$P(\xi\geqslant 1)=\frac{5}{9}$,则$P(\eta\geqslant 1)=$ ________.

7. 一名学生每天骑自行车上学,从家到学校的途中有 5 个交通岗,假设他在各交通岗遇到红灯的事件是相互独立的,并且概率都是$\frac{1}{3}$.(1) 求这名学生在途中遇到红灯的次数ξ的分布列;(2) 求这名学生在首次遇到红灯或到达目的地停车前经过的路口数η的分布列;(3) 这名学生在途中至少遇到一次红灯的概率.

8. 设ξ的分布列为$P(\xi=k)=\frac{a}{2^k}(k=0,1,2,\cdots,10)$.
求(1) a;(2) $P(\xi\leqslant 2)$;(3) $P(9<\xi<20)$.

1.2 离散型随机变量的期望和方差

【知识要点】

1. 随机变量的期望和方差的概念;
2. 随机变量的期望和方差的计算公式和运算性质;
3. 二项分布的期望和方差计算公式;
4. 能用离散型随机变量的期望和方差解决实际问题.

【典型例题】

例 1 已知两家工厂,一年四个季度上缴利税如下:(单位:万元)

季度	一	二	三	四	季平均值
甲厂	70	50	80	40	60
乙厂	55	65	55	65	60

试分析两厂上缴利税状况,并予以说明.

【分析】 本题考查利用离散型随机变量的方差与期望的知识,分析和解决实际问题的能力.

解　设随机变量ξ与η分别表示甲、乙两厂上缴利税数,依题意有$p(\xi=k)=\frac{1}{4}$,$p(\eta=k)=\frac{1}{4}(k=1,2,3,4)$.

$E\xi=\frac{1}{4}\times(70+50+80+40)=60.$

$E\eta=\frac{1}{4}\times(55+65+55+65)=60.$

$E\xi^2=\frac{1}{4}\times(70^2+50^2+80^2+40^2)=3850.$

$E\eta^2=\frac{1}{4}(55^2+65^2+55^2+60^2)=3625.$

$D\xi=E\xi^2-(E\xi)^2=250, D\eta=E\eta^2-(E\eta)^2=25.$

由上述计算可知,两厂上缴利税的期望相等,说明平均水平相同;而甲厂的方差大于乙厂的方差,说明乙厂的波动性小,生产稳定;甲厂的波动性大,导致生产不稳定.

例2　(1) 设随机变量ξ具有分布列为$p(\xi=k)=\frac{1}{6}(k=1,2,3,4,5,6)$,求$E\xi$,$E(2\xi+3)$和$D\xi$.

(2) 设随机变量ξ的分布列为$p(\xi=k)(k=1,2,3,\cdots,n)$,求$E\xi$和$D\xi$.

(3) 一次英语测验由50道选择题构成,每道有4个选项,其中有且仅有一个是正确的,每个选对得3分,选错或不选均不得分,满分150分,某学生选对每一道题的概率为0.7,求该生在这次测验中的成绩的期望与方差.

【分析】　可根据离散型随机变量的期望和方差的概念、公式及性质解答.

解　(1) $E\xi=x_1p_1+x_2p_2+x_3p_3+\cdots+x_6p_6$

$$=1\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{6}+3\times\frac{1}{6}+\cdots+6\times\frac{1}{6}=3.5.$$

$E(2\xi+3)=2E\xi+3=10.$

$D\xi=(x_1-E\xi)^2p_1+(x_2-E\xi)^2p_2+\cdots+(x_6-E\xi)^2p_6$

$$=\frac{1}{6}[(1-3.5)^2+(2-3.5)^2+\cdots+(6-3.5)^2]=17.5.$$

(2) $E\xi=\frac{1}{n}(1+2+\cdots+n)=\frac{n+1}{2}.$

$D\xi=E\xi^2-(E\xi)^2=\frac{1}{n}(1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2)-(\frac{n+1}{2})^2=\frac{1}{n}(n^2-1).$

(3) 设ξ为该生选对试题个数,η为成绩,则$\xi\sim(50,0.7)$,$\eta=3\xi$.

$\therefore$　$E\xi=50\times0.7=35.$　$D\xi=50\times0.7\times0.3=10.5.$

故　$E\eta=E(3\xi)=3E\xi=105.$　$D\eta=D(3\xi)=9D\xi=94.5.$

【说明】　在计算离散型随机变量的期望和方差时,首先要搞清其分布特征及分布列,然后要准确应用公式,特别是充分利用性质解题,能避免繁琐的运算过程,提高运算速度和准确度.

例3　某电器商经过多年的经验发现本店每月出售的电冰箱的台数ξ是一个随机变量,它的分布列为$P(\xi=k)=\frac{1}{12}(k=1,2,\cdots,12)$. 设每售出一台电冰箱　亥经销商获利300元,如销售不出而囤积于仓库,则每台每月需支付保养费100元,问该电器商月初购进多少台电冰箱才能使自己月平均收益最大?

【分析】 依据题意可列出获利的平均数(即数学期望)的函数,求出其最值及达到最值的条件就可得解.

解 设月初电器商购进的冰箱的台数为 x,月收益为 η 元,则 η 是随机变量 ξ 的函数,且 $\eta = \begin{cases} 300x, \xi \geqslant x \\ 300\xi - 100(x-\xi), \xi < x \end{cases}$. 其中 $1 \leqslant x \leqslant 12$. 因此,$E\eta = 300x(p_x + p_{x+1} + \cdots + p_{12}) + [300 - 100(x-1)]p_1 + [x \times 300 - 100(x-2)]p_2 + \cdots + [300(x-1) - 100]p_{x-1} = 300x(12 - x + 1) \times \frac{1}{12} + \frac{1}{12}[300 \times \frac{x(x-1)}{2} - 100 \times \frac{(x-1)x}{2}] = \frac{25}{3}(-2x^2 + 38x)$.

由于 x 为整数,所以当 $x = 9$ 或 10(台)时,$E\eta$ 最大,即电器商月初购进 9 台或 10 台电冰箱时,收益最大.

【说明】 日常生产生活中的一些问题,我们可以转化为数学问题,借助于函数、方程、不等式、概率、统计等知识解决.同时,要提高分析问题和解决问题的能力,必须关注生产和生活.

【同步训练】

1. 已知 ξ 的分布列为:

ξ	-1	0	1
p	0.5	0.3	0.2

,则 $E\xi$ 等于 ( )

(A) 0 (B) 0.2 (C) -1 (D) -0.3

2. 已知 ξ 的分布列为:

ξ	-1	0	1
p	0.5	0.3	0.2

,则 $D\xi$ 等于 ( )

(A) 0.7 (B) 0.61 (C) -0.3 (D) 0

3. 若 ξ 的分布列为:

ξ	0	1
p	p	q

,其中 $p \in (0,1)$ 则 ( )

(A) $E\xi = p, D\xi = pq$ (B) $E\xi = p, D\xi = p^2$

(C) $E\xi = q, D\xi = q^2$ (D) $E\xi = 1 - p, D\xi = p - p^2$

4. 抛掷一颗骰子,设所得点数为 ξ,则 $E\xi =$ ________,$D\xi =$ ________.

5. 有两台自动包装机甲与乙,包装重量分别为随机变量 ξ_1, ξ_2,已知 $E\xi_1 = E\xi_2, D\xi_1 > \xi_2$,则自动包装机________的质量较好.

6. 设 l 为平面上过点(0,1)的直线,l 的斜率等可能地取 $-2\sqrt{2}, -\sqrt{3}, -\frac{\sqrt{5}}{2}, 0, \frac{\sqrt{5}}{2}, \sqrt{3}, 2\sqrt{2}$. 用 ξ 表示坐标原点到 l 的距离,则随机变量 ξ 的数学期望 $E\xi =$ ________.

7. 一袋中装有 6 只球,编号为 1,2,3,4,5,6,在袋中同时取 3 只,求三只球中的最大号码 ξ 的数学期望.

8. 人寿保险中(某一年龄段),在一年的保险期内,每个被保险人需交纳保费 a 元,被保险人意外死亡则保险公司赔付 3 万元,出现非意外死亡则赔付 1 万元.经统计此年龄段一年内意外死亡的概率是 p_1,非意外死亡的概率为 p_2,则 a 需满足什么条件,保险公司才可能盈利.

1.3 抽样方法

【知识要点】

1. 总体、个体、样本的定义及各自的特点和适用范围；
2. 会选用适当的方法从总体中抽取样本.

【典型例题】

例 1 在简单随机抽样中,某一个个体抽到的可能性 ( )

(A) 与第 n 次抽样有关,第一次抽到的可能性最大

(B) 与第 n 次抽样有关,第一次抽到的可能性最小

(C) 与第 n 次抽样无关,每次抽到的可能性相等

(D) 与第 n 次抽样无关,与抽取的 n 个样本有关

略解:答案为 C.

例 2 一个年级有 12 个班,每个班有 50 名同学,随机编号为 1 ～ 50 号,为了了解他们在课外兴趣爱好,要求每班的 32 号学生留下来进行问卷调查,这里运用的抽样方法是 ( )

(A) 分层抽样 (B) 抽签法 (C) 随机数表法 (D) 系统抽样法

略解:答案为 D.

例 3 一批产品中,有一级品 100 个,二级品 60 个,三级品 40 个,分别用系统抽样法和分层抽样法从这批产品中抽取一个容量为 20 的样本.

解 系统抽样法:将 200 个产品随机地分成 20 个组,每组 10 个产品,每组用抽签法抽取一个产品,这样就得到容量为 20 的一个样本.

分层抽样法:因为一、二、三级品的个数之比为 5 : 3 : 2,所以从一级品中抽取 10 个,从二级品中抽取 6 个,从三级品中抽取 4 个,将一级品中 100 个产品按 00,01,…,99 编号;将二极品中的 60 个产品按 00,01,…,59 编号;将三级品中 40 个产品按 00,01,…,39 编号,用随机数表分别抽取 10 个,6 个,4 个产品,这样取得一个容量为 20 的样本.

【同步训练】

1. 某村有旱地与水田若干,现在需要估计平均亩产量,用按 5% 比例分层抽样的方法抽取了 15 亩旱地和 45 亩水田进行调查,则这个村的旱地与水田的亩数分别为 ( )

   (A) 150,450 (B) 300,900 (C) 600,600 (D) 75,225

2. 一个总体中共有 10 个个体,用简单随机抽样的方法从中抽取一容量为 3 的样本,则某特定个体入样的概率是 ( )

   (A) $\dfrac{3}{C_{10}^{3}}$ (B) $\dfrac{3}{10\times 9\times 8}$ (C) $\dfrac{3}{10}$ (D) $\dfrac{1}{10}$

3. 系统抽样又称为等距抽样,为从 $N = nk$ 个个体中抽取 n 个个体为样本,先确定抽样间隔即抽样距 $k = \dfrac{N}{n}$,从第一段的 $1,2,\cdots,k$ 个号码中随机抽取一个入样号码 i_0,则 $i_0, i_0 + k, \cdots, i_0 + (n-1)k$ 号码均入样构成样本,所以每个个体的入样概率 ( )

(A) 是相等的　(B) 是不相等的　(C) 与 i_0 有关　(D) 与编号有关

4. 某工厂生产的产品,用传送带将产品送入包装车间之前,质检员每隔 5 分钟从传送带某一位置取一件产品进行检测,则这种抽样方法是________.

5. 某市为了了解职工的家庭生活状况,先将职工所在的国民经济行业分成 13 类,然后每个行业抽 $\frac{1}{100}$ 的职工家庭进行调查,这种抽样方法是________.

6. 经问卷调查,某班学生对摄影分别执“喜欢”、“不喜欢”和“一般”三种态度,其中执“一般”态度的比“不喜欢”的多 12 人. 按分层抽样方法从全班选出部分学生座谈摄影,如果选出的是 5 位“喜欢”摄影的同学、1 位“不喜欢”摄影的同学和 3 位执“一般”态度的同学,那么全班学生中“喜欢”摄影的比全班学生人数的一半还多______人.

7. 某中学有学生 2000 名,为了了解学生的学习情况,抽 5% 的学生进行调查,你将如何设计抽样方法?

8. 已知某一议案与不同职业的人有比较密切的关系,今要调查这一议案的拥护率,你将采取何种方法?略述理由.

1.4 总体分布的估计

【知识要点】

1. 总体的分布、总体分布的估计 —— 样本的频率分布、累积频率分布的概念;
2. 累积频率分布与累积分布曲线的关系;
3. 频率分布表与频率分布直方图.

【典型例题】

例 1 全班有 50 位同学,需要从中选取 7 人,若采用系统抽样方法选取,求每位同学能被选取的概率.

解 采用系统抽样法,要先从 50 人中剔除 1 人,然后将 49 人分成 7 个组,每组 7 人,再从每组中抽取 1 人,则不被剔除的概率为 $\frac{49}{50}$. 分组后被抽取的概率为 $\frac{1}{7}$,所以要被抽取,必须不被剔除且分组后被抽取,∴ 被抽取的概率为 $\frac{49}{50}\times\frac{1}{7}=\frac{7}{50}$.

例 2 已知一个样本的 $S^2=0.63$,$S^{*2}=0.7$,求样本的容量 n.

解 $S^2=\frac{1}{n}[\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-x)^2]=0.63$,$S^{*2}=\frac{1}{n-1}\cdot[\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-x)^2]=0.7$,

$$\therefore \frac{S^2}{S^{*2}}=\frac{n-1}{n}=\frac{0.63}{0.7}=0.9\Rightarrow\frac{n-1}{n}=\frac{9}{10}\Rightarrow n=10.$$

例 3 下表给出了某校 120 名 12 岁男孩的身高资料(单位:厘米).

区间界限	[122,126)	[126,130)	[130,134)	[134,138)
人　数	5	8	10	22

区间界限	[138,142)	[142,146)	[146,150)	[150,154)	[154,158)
人　数	33	20	11	6	5

(1) 列出样本的频率分布表(含累积频率)；

(2) 画出频率分布直方图和累积频率分布图；

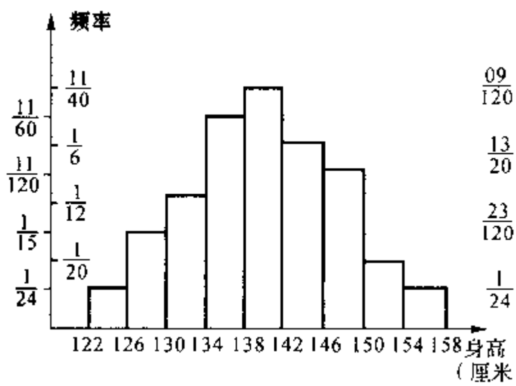
(3) 根据累积频率分布图,估计身高小于 134 厘米的人数约占总人数的百分比.

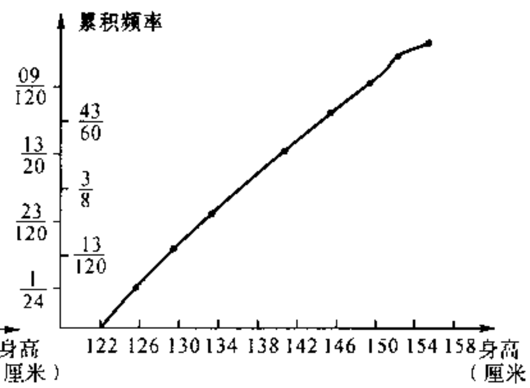
解　(1) 频率分布表如下：

区间界限	[122,126)	[126,130)	[130,134)	[134,138)	[138,142)
人　　数	5	8	10	22	33
频率	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{11}{60}$	$\frac{11}{40}$
累积频率	$\frac{1}{24}$	$\frac{13}{120}$	$\frac{23}{120}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{13}{20}$

区间界限	[142,146)	[146,150)	[150,154)	[154,158)
人　　数	20	11	6	5
频率	$\frac{1}{6}$	$\frac{11}{120}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{24}$
累积频率	$\frac{49}{60}$	$\frac{109}{120}$	$\frac{23}{24}$	1

(2) 频率分布直方图和累积频率分布如下：





(3) 由上图估计,身高小于 134 厘米的学生数约占总数的 19%.

【同步训练】

1. 在频率分布直方图中,各个小长方形的面积表示　　(　　)

(A) 落在相应各组的数据的频率　　(B) 相应各组的频率

(C) 该样本所分成的组数　　(D) 该样本的样本容量

2. 总体数学期望 μ 的估计是　　(　　)

(A) 样本均值 $\overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$

(B) 样本极差 $R=\max(x_1,\cdots,x_n)-\min(x_1,\cdots,x_n)$

(C) 样本方差 $s^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x-\overline{x})^2$

(D) 样本平均差 $AD=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_i-\overline{x}|$

3. 以下可以描述总体稳定性的统计量是　　(　　)

(A) 样本均值 $\bar{x}$　　(B) 样本中位数

(C) 样本方差 S^2　　(D) 最大的样本值 $x(n)$

4. 在已分组的数据中，每组的频数是指__________，每组的频率是指__________，每组的右端点的累积频率是指__________.

5. 某电视栏目收视情况的调查结果为：抽查100户，有30户收看此栏目，则此栏目的收视率的估计是__________.

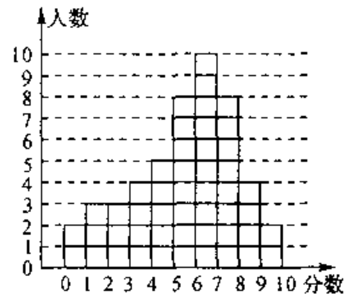
6. 某医院急诊中心关于其病人等待急诊的时间记录如下：

等待时间(分钟)	[0,5)	[5,10)	[10,15)	[15,20)	[20,25)
频　数	4	8	5	2	1

用上述分组资料计算得病人平均等待时间的估计值 $\bar{x}=$ ______，病人等待时间标准差的估计值 $s^*=$ __________.

7. 假定下述数据是甲、乙两个供货商的交货天数：甲：10,9,10,10,11,11,9,11,10,10；乙：8,10,14,7,10,11,10,8,15,12. 估计两个供货商的交货情况，并问哪个供货商交货时间短一些，哪个供货商交货时间较具一致性与可靠性.

8. 如图是某班学生英语考试成绩频数分布的条形分布图，横轴为分数，纵轴为人数.



(1) 列出英语成绩的频率和累积频率的分布表；

(2) 画出频率分布的条形图.

1.5　正态分布

【知识要点】

1. 正态分布的概率密度函数；
2. 正态分布在现实生活中的应用.

【典型例题】

例1　某学校高考数学成绩近似地服从正态分布 $N(100,10)$，则此校数学成绩在120分以上的考生占总人数的百分比为(　　)(已知 $\Phi(2)=0.9772$).

(A) 10%　　(B) 22.8%　　(C) 2.28%　　(D) 以上均不对

提示：设 $\xi\sim N(100,20)$，则 $P(\xi>120)=1-F(120)=1-\Phi(\frac{120-100}{10})=0.0228$.

解：答案B.

例2　利用标准正态分布表，求：

(1) 标准正态总体在区间 $(-1.57,1.37)$ 内取值的概率；

(2) 正态总体 $N(2,1)$ 在区间 $(0,3)$ 内取值的概率.

(参考数据：查表知 $\Phi(1.57)=0.9418$，$\Phi(1.37)=0.9147$，$\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(2)=$

$0.9772, \Phi(3)=0.9987$.)

解　(1) $P=\Phi(1.37)-\Phi(-1.57)=\Phi(1.37)+\Phi(1.57)-1=0.9147+0.9418-1=0.8565$.

(2) $P=F(3)-F(0)=\Phi\left(\frac{3-2}{1}\right)-\Phi\left(\frac{0-2}{1}\right)=\Phi(1)-\Phi(-2)=\Phi(1)+\Phi(2)-1=0.8413+0.9772-1=0.8185$.

【说明】　利用标准正态分布表计算正态总体在某区间内的取值概率时，首先应分清是标准正态总体 $N(0,1)$ 还是一般的正态总体 $N(u,\sigma)$. 对于 $N(0,1)$ 来说，则直接运用公式 $P=\Phi(x_2)-\Phi(x_1)$ 和 $\Phi(-x_0)=1-\Phi(x_0)$ 即可(假设所在区间为(x_1,x_2)；对于一般的正态总体 $N(u,\sigma)$，则应先通过公式 $F(x)=\Phi\left(\frac{x-u}{\sigma}\right)$ 转化为标准正态总体 $N(0,1)$，再运用上述两个公式进行计算.

例3　某砖瓦厂生产砖的"抗断强度"ξ服从正态分布 $N(30,0.8)$，质检人员从该厂某一天生产的1000块砖中随机抽查一块，测得它的抗断强度为27.5公斤/厘米^2，你认为该厂这天生产的这批砖是否合格?为什么?

分析　由于在一次试验中ξ落人区间$(u-3\sigma,u+3\sigma)$内的概率为0.997，即ξ几乎必然落在上述区间内. 故只需把$u=30,\sigma=0.8$代人，算出区间，再判断27.5是否落在该区间内即可.

解　由于$\xi\sim N(30,0.8)$，已知在$(30-3\times0.8,30+3\times0.8)=(27.6,32.4)$之外取值的概率只有0.003，而$27.5\notin(27.6,32.4)$，这说明在一次试验(测量砖的抗断强度)中，出现了几乎不可能发生的小概率事件，据此可以认为这批砖不合格.

【说明】　上面进行的假设检验，就是通常所说的"3σ"原理检验法，它可归结为以下三步进行：① 提出统计假设. 这里是指这批砖的"抗断强度"服从正态分布 $N(u,\sigma)$；② 确定二次试验中的取值α是否落人范围$(u-3\sigma,u+3\sigma)$；③ 作出推断，如果$\alpha\in(u-3\sigma,u+3\sigma)$，接受统计假设；如果$\alpha\notin(u-3\sigma,u+3\sigma)$，由于这是小概率事件发生，则拒绝统计假设.

【同步训练】

1. 如果随机变量$\xi\sim N(\mu,\sigma^2)$，且$E\xi=3,D\xi=1$，则$P(-1<\xi\leqslant1)$等于　(　　)

   (A) $2\Phi(1)-1$　　(B) $\Phi(4)-\Phi(2)$

   (C) $\Phi(2)-\Phi(4)$　　(D) $\Phi(-4)-\Phi(-2)$

2. 如果随机变量$\xi\sim N(0,1)$，则$\eta=(\quad)\sim N(\mu,\sigma^2)$　(　　)

   (A) $\frac{\xi-\mu}{\sigma}$　　(B) $\sigma\xi-\mu$　　(C) $\sigma\xi+\mu$　　(D) $\sigma(\xi+\mu)$

3. 某厂生产的零件外直径$\xi\sim N(8,0.15^2)$(mm)，今从该厂上、下午生产的零件中各随机取出一个，测得其外直径分别为7.9mm和7.5mm，则可认为　(　　)

   (A) 上、下午生产情况均为正常

   (B) 上、下午生产情况均为异常

   (C) 上午生产情况正常，下午生产情况异常

   (D) 上午生产情况异常，下午生产情况正常

4. 某次考试成绩$\xi\sim N(a,5^2)$，随机抽查了10位同学的成绩，其平均值为72.5，标准差为5.3，则a的估计值为______.

5. 若随机变量 $\xi \sim N(\mu,\sigma^2)$,则正态曲线的形状与 σ 有关,σ 越______,曲线越“矮胖”;正态曲线的位置与 μ 有关,μ 越______,曲线越向左移.
6. 设在某次英语考试中,考生的分数 $\xi \sim N(90,12^2)$,则得分在72分以下、72分到108分、108分以上的概率分别为______,______,______.
7. 公共汽车门的高度是按照确保 99% 以上的成年男子头部不跟车门顶部碰撞设计的,如果某地成年男子的身高 $\xi \sim N(173.7^2)$(cm),问车门应设计多高?
8. 已知某零件的尺寸 $\xi \sim N(20,0.4^2)$,请按 3σ 原则制定产品质量控制图,今从上午九点开始每隔半小时随机抽取一个零件检查,测量的尺寸依次为 21.1,19.7,20.2,21.6,你能否判断这段时间内生产情况有无异常?

1.6 线性回归

【知识要点】

1. 相关关系和回归方程;
2. 最小二乘原则,一元线性回归方程的回归系数的最小二乘估计的计算公式.

【典型例题】

例 1 (1) 下列说法正确的是(　　)

(A) 任何两个变量都具有相关关系

(B) 球的体积与该球的半径具有相关关系

(C) 农作物的产量与施化肥量之间是一种确定性的关系

(D) 某商品的生产量与该商品的销售价格之间是一种非确定性的关系

提示:两个随机变量的关系属于相关关系,这是一种非确定性的关系.

(2) 若施化肥量 x 与水稻产量 y 的回归直线方程为 $\hat{y}=5x+250$. 当施化肥量为 80kg 时,预计的水稻产量为______.

解 (1) 答案为 D;

(2) 答案为 650kg.

例 2 以家庭为单位,某商品年需求量与该商品价格之间的一组调查数据如下:

价格 P_i(元)	1	2	2	2.3	2.5	2.6	2.8	3	3.3	3.5
需求量 d_i(斤)	5	3.5	3	2.7	2.4	2.5	2	1.5	1.2	1.2

(1) 画出散点图;

(2) 根据散点图判断变量 P 与 d 是否存在相关关系;

(3) 若价格为 2.4 元 / 斤,估计需求量将是多少?

分析 统计结果表明,尽管价格不变,需求仍可能变化;价格改变,需求也可能不变,但是,总的趋势是家庭对该商品的年需求量随着价格的上升而减少,它们之间存在着密切的联系,可以通过散点图找出近似地描述它们之间关系的回归直线.

解 (1) 如下页图.

(2) 由下页散点图可以看出,这些点大致在一条直线的附近,说明需求量 d 与价格之间具