电工基础

下册

电工原理教研組編

西安交通大學

1962. 9

电 工 基 础

（电磁場部分）

目 录

引 言

1] 在前兩冊里，我們討論了綫性电路与非性綫性电路。对于一个电工技术工作者来說，要想进一步深入地研究电工設备中所發生的电磁现象，对它們有全面的了解，要求对电工設备和电工技术有所改进或創造，只掌握电路理論是不够的，还必須学习电磁場理論。这是因为路的問題，本質上是場的問題，是把电磁場的問題根据科学抽象，略去一系列在一定条件下属于次要的現象建立起来的。同时，在学习电路理論时，电路参数都是給定的，而这些参数的确定必須根据电路附近的电磁場分布来进行。此外，有很多問題，即使要获得近似解也不能利用路的概念，甚至連电路参数也决定不了；有很多电工設备如高頻加热，电子光学仪器，无綫电訊設备等則必須用場的理論才能加以分析。因此在电工基础这門課程中，就必須包括电磁場这一部分內容。

2] 任何带电質点总被电磁場包圍着，电磁場与带电質点形成一个整体。可是电磁場又可以脫离带电質点而自由存在，这时它表現为以光速运动的光子。

电磁場具有能量$\left(W=\frac{1}{2}\int(\vec{E}\cdot\vec{D}+\vec{B}\cdot\vec{H})\,dV\right)$，它也遵守能量守恆与轉換定律。电磁能量善于轉換成其它形式的能量，如化学能、热能、机械能等。

电磁場具有与它的能量相应的質量$\left(m=\frac{W}{c^2}\right.$，式中 W 表能量而 c 为眞空中的光速$\left.\right)$。由于电磁場的質量密度通常极其微小，因此在实踐中，我們并不注意它的这一性質。

电磁場也具有动量，每单位体积它的动量$\vec{g}=\frac{1}{c^2}\times[\vec{E}\times\vec{H}]$。

上述是从經典場論角度攷察电磁場的特性，如果从另一方面，即从电磁場的量子、即光子看，它也有能量($h\nu$，h 是普朗克常数，ν 是頻率)，也有質量($m=h\nu/c^2$)，也具有动量（$g=h\nu/c$）。

我們知道能量、質量和动量是物質的主要屬性，这些屬性电磁場都具

套，同时电磁场还遵守自然界的基本规律：质量守恆与轉換定律和能量守恆与轉換定律；最重要的，它并不依賴人們的意識而客观存在着，这样我們可以肯定的認为电磁場是物质。

可是电磁場与我們一般所理介的实物又有些不同之处，它的質点（光子）的靜止質量是零，它没有一定的体积，它沒有不可入性等。因此我們称电磁場是物質的一种特殊的形态。

3] 在法拉第之前，关于电磁現象，如电荷間的相互作用，电流或磁鉄間的相互作用；学者們都認为是不須經过中間媒質，可以越过距离进行（超距作用）。法拉第則持有不同的見解，認为一切电磁現象或电磁过程的进行都要經过中間媒質（間遞作用）。麦克斯韦則以严謹的数学形式說明并發展了法拉第的創見，建立起完整的电磁場学說。我們后面要討論的就是麦克斯韦的电磁場理論。

从电磁場是物質的特殊形态这一正确观点来看，电荷間的相互作用，电流或磁鉄之間的相互作用都是通过电荷或电流周圍客观存在的場而作用的，因此超距作用观点显然是不正确的。間遞作用学說虽然在說明作用的經过方面前进了一大步，但是由于它不能解澤真空中的电磁現象，因此又提出了不符合实际的以太說，認为以太是物質，它在真空中也存在。

对电磁場是什么这一問題有过錯誤的說法：如說电磁場是一种特殊的介質，也有說电磁場是空間、是电能所存在的空間。前者是把电磁現象归結为机械現象的說法，后一說法把物質存在的形式——空間和物質本身相混淆，又是把物質与能量分离的說法。如果电磁場不是物質，但电磁能可以存在于空間，就是承認能量可从物質中分离，就是說，可以存在无物質的能量，这种說法显然是不正确的。

4] 电磁場具有电与磁兩个方面。我們从物理学中得知电場变化时，在其周圍要出現位移电流$\left(其密度\ \overrightarrow{\delta} = \epsilon\frac{d\overrightarrow{E}}{dt}\right)$而位移电流和傳导电流一样要产生磁場。另一方面根据电磁感应定律，可知磁場变化时在其周圍会发生电場。可見电場与磁場这兩者是互相緊密关联着的。电場有变化会产生磁場，而磁場的变化則又会产生电場。

电磁場与电荷构成統一的整体，它是客观存在的。电場或磁場都不过是統一的电磁場的一个方面。把电磁場分成电場与磁場是相对的，要隨观察条件而有所不同。例如一个与带电体相对靜止的观察者，在带电体周圍只能

发現有电場而不能发現有磁場，但如另一观察者相对于带电体运动，則他不但能发現电場也能发現磁場。又如一个与永久磁鉄相对静止的观察者，在磁鉄周围将只发現磁場，而与永久磁鉄有相对运动的观察者不但能发現磁場，还将發現电場。上述說明仅就宏观而言。如果深入注意带电体內部或永久磁鉄內部的微观現象，也是电磁兩方面都存在的，所以整个地說，仍是电磁現象。因此宏观地我們可以創造条件把电与磁兩个方面分开来研究。

另一方面，在实际問題中有时我們所关心的仅是电磁場的一个方面。例如要討論电机轉矩时，我們感到兴趣的是电机內的磁場分布，而当探討电机絕緣强度問題时，我們感兴趣的仅是其中的电場問題了。

由于有实际需要，而且也有可能，因此对于电磁場問題，我們将按由簡到繁，由易到难的步驟，先分別討論电場和磁場問題，最后討論交变电磁場。

第一章 静电場

§1—1 电場强度

1] 在前面的引言中，我們已經介紹过电磁場是物質的特殊形态。电場也好，磁場也好，都不过是統一的电磁場的一个方面。

电場的特性可以通过它的某些表現来說明。人們通常用被携入电場的靜止带电体要受到机械力（电場力）这一表現来說明电場的特性。因此我們这样来定义电場：电磁場的一个方面，其表現为对于被携进場中的靜止的带电体有机械力作用的，我們称之为电場。

多数情况下，电磁場是与电荷密切联系着的，所以我們也可以这样来定义电場：电荷的周圍所存在着的一种特殊形式的物質，我們称为电場。

相对于观察者为靜止的带电体的电場，我們称为靜电場。

2] 在物理学里我們已經学到过庫侖定律，这里我們用矢量来表示它。如在眞空中有兩点电荷 q_1 和 q_2，不論 q_1 q_2 为正或为負，第二个电荷所受到第一个电荷对它的作用力，在合理化 $MKSA$ 单位制中可表示为：

$$\vec{f}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}\vec{r}^{0}_{12} \tag{1-1}$$

式中矢量 $\vec{r}^{0}_{12}$ 是由电荷 1 指向电荷 2 方向的单位矢量，如图 1—1 所示。同样地，第一个电荷所受到第二个电荷对它的作用力，可表示为

$$\vec{f}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}\vec{r}^{0}_{21} \tag{1-2}$$

式中矢量 $\vec{r}^{0}_{21}$ 是由电荷 2 指向电荷 1 方向的单位矢量（見图 1—1）。上兩式中电荷 q 的单位是庫侖，距离 r 的单位是米，ϵ_0 是眞空的介电系数，其

値为8.85×10^{-12}法/米。

如果电荷不是在真空中，而是在其它无限大均匀介质中，介質的介电系数为ϵ；则(1-1)和(1-2)兩式分别变成：

$$\vec{f}_{21}=\frac{q_1q_2}{4\pi\epsilon r^2}\vec{r}^0_{12},\qquad(1-3)$$

$$\vec{f}_{12}=\frac{q_1q_2}{4\pi\epsilon r^2}\vec{r}^0_{21}\qquad(1-4)$$

ϵ与ϵ_0間有关系 $\epsilon=\epsilon_r\epsilon_0$ (1-5)

我們称ϵ_r为介质的相对介电系数，它是一个无量綱的純数。ϵ的单位与ϵ_0的相同，也是法拉/米（或簡写为法/米）。

必須注意庫侖定律的适用条件。首先，它仅适用于电荷所处空間为同一均匀媒质的情况下，例如全为真空或是某一电介质中。其次，庫侖定律仅适用于点电荷；但实际上任何带电体都有体积，当带电体的綫性尺度与兩带电体間的距离比起来微不足道时，在工程要求的准确度下就可以将带电体上的电荷看成点电荷，而应用庫侖定律計算它們之間的相互作用力。

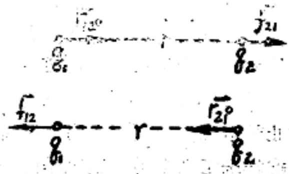

图 1-1

3] 在靜止的带电体周圍的电場中，如果带进另一带电体，則后者要受到力的作用。通常利用电場的这一表現，来研究电場，也就是通过另一带电体在場中各点受到作用力的情况，来确定原来电場的性质。

由于我們要研討的是电場中每一点的性质，因此作这样用的的带电体的几何尺寸必須很小，同时它所带的电量也必須相当小，这样才能保証被研究的电場在測量的准确度范圍內可以被认为不受到由它的引入而产生的影响，也就是說，使得产生电場的带电体的带电情况，不受另一带电体引入的影响。符合上述条件用来确定电場特性的带电体叫做試体或試驗电荷。

实驗指出：同一試体在电場中各点受到不同的，可是完全确定的力；試体所带电荷的符号一变，力的方向也就反过来。最后实驗还指出带电情况不同的兩个試体a与b在同一电場的各点所受到力的比値保持不变，而等于它們所带电量之比。

由上述可得关系式

$$\frac{\vec{f}_a(x,y,z)}{\vec{f}_b(x,y,z)}=\frac{q_a}{q_b}$$

或
$$\frac{\overrightarrow{f_a}(x,y,z)}{q_a}=\frac{\overrightarrow{f_b}(x,y,z)}{q_b}=\overrightarrow{E}(x,y,z) \qquad (1-6)$$

上式表明，試体在电場中一点(x,y,z)所受到的力$\overrightarrow{f}(x,y,z)$与試体的电荷$q_t$的比值是矢量$\overrightarrow{E}(x,y,z)$，它与試体的电荷无关，而仅与这一点的电場特性有关。因此电場中每一点的矢量

$$\overrightarrow{E}=\frac{\overrightarrow{f}}{q_t} \qquad (1-7)$$

可以用来表征各該点的电場特性。

我們称矢量$\overrightarrow{E}$为电場强度矢量。根据力与电荷的单位来看，电場强度的单位应是牛頓/庫。但是我們实际上常用的单位是伏/米。关于这一点在后面一段中就可以弄清楚。

应該注意，一点的电場强度矢量$\overrightarrow{E}$与正电荷在該点所受到的力$\overrightarrow{f}$有一致的方向，其量值等于一庫侖的电荷在該点所受到力的大小，但电場强度并不是力。关于这一点对照重力場的情况就不难理介。我們知道重力加速度$\overrightarrow{g}=\frac{\overrightarrow{F}}{m}$就是表征重力場特性的量。矢量$\overrightarrow{g}$与单位質量在該点所受到的重力$\overrightarrow{F}$有一致的方向，其量値等于单位質量在該点所受到重力的大小，但是我們知道$\overrightarrow{g}$不是力。

[4] 根据电場强度的定义和庫侖定律，可以求得点电荷q在无限大均匀介質中所产生的場强

$$\overrightarrow{E}=\frac{q}{4\pi\epsilon r^2}\overrightarrow{r^0} \qquad (1-8)$$

式中r为由点电荷q所在点到要求場强之点的距离；$\overrightarrow{r^0}$为r方向的单位矢量，規定它由q的所在点指向要求場强之点，ϵ为介質的介电系数。不問q是正是負，(1－8)式同样适用。

由式(1－8)和ϵ的单位，可以推得电場强度的单位是

$$[E]=\frac{\text{庫}}{\left(\frac{\text{法}}{\text{米}}\right)(\text{米})^2}=\frac{\text{庫}}{\text{法拉}\cdot\text{米}}=\text{伏/米}$$

以前提到过的牛頓/庫，其量綱与伏/米完全相同。由于牛頓是非电单位，所以在电工中通用的电場强度单位是伏/米，这里的伏是电压的单位（見§1－4）。

5) 根据实验结果，点电荷所产生电场中任一点的电场强度，除了与电介质的性质及场点的位置有关外，并与点电荷的电量 q 成正比，也就是說，如电介质的介电系数为一常数（設为 ϵ），場点的位置也一定，则場强与点电荷的电量成線性关系，而且，点电荷所产生在場中一点的电場强度与这点电荷是否受其它电荷的作用无关。据此可以說：多个点电荷在无限大均匀介质中某点所产生的电場强度应等于各个点电荷个别产生在該点的电場强度之和，也就是說可以应用迭加原理。由于电場强度是矢量，所以这种求和，应該是求矢量和。

据此，n 个点电荷在无限大均匀介质中一点所产生的电場强度

$$\vec{E}=\vec{E_1}+\vec{E_2}+\cdots+\vec{E_n}=\frac{1}{4\pi\epsilon}\sum_{k=1}^{n}\frac{q_k}{r_k^2}\vec{r_k^0} \qquad (1-9)$$

式中 r_k 是 q_k 与場点之間的距离，而 $\vec{r_k^0}$ 是由 q_k 的所在点指向場点的单位矢量。

根据物质結构理論，我們知道电荷的分布，实际上是不連續的。可是由于带电粒子本身的大小和粒子間的距离都是很微小的，而我們靠精密仪器所能观察到的最小电荷，也含有成亿个粒子，因此，当我們考察电的宏观現象时，可以不去考虑电的粒子結构而把电荷看成是連續分布的。这样就可以引入电荷密度的概念。

当电荷作体分布时，我們定义其体密度为

$$\rho=\lim_{\Delta v\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta v}=\frac{dq}{dv} \quad (\text{庫/米}^3) \qquad (1-10)$$

当电荷分布在厚度 h 可以忽略的一层面积时，我們定义其面密度为：

$$\sigma=\lim_{\Delta S\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta S}=\frac{dq}{dS} \quad (\text{庫/米}^2) \qquad (1-11)$$

当电荷分布在截面积可以忽視的綫形区域时，我們定义其綫密度为：

$$\tau=\lim_{\Delta l\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta l}=\frac{dq}{dl} \quad (\text{庫/米}) \qquad (1-12)$$

对于任何电荷分布，可以把它們分成許多元电荷 dq，而把每一元电荷看成点电荷。因此，在无限大均匀介质中元电荷 dq 在离它 r 远处的場强为

$$\vec{dE}=\frac{dq}{4\pi\epsilon r^2}\vec{r^0} \qquad (1-13)$$

应用迭加原理，全部电荷在該点所产生的場强即为：

$$\vec{E}=\int\vec{dE}=\frac{1}{4\pi\epsilon}\int\frac{dq}{r^2}\vec{r^0} \qquad (1-14)$$

这是給定电荷分布求場强的一般公式。式中的 dq，随电荷的体分布、面分布或綫分布，而分别可表示为 ρdv、σdS 或 τdl。式中的 $\vec{E}$ 及 $d\vec{E}$ 都是矢量，因此具体計算时应先分成分量再行积分。

例1－1 决定真空中有限长的均匀带电直綫的电場。

图1－2示一均匀带电直綫，其长度为 $2L$，綫上电荷密度为 τ，显然計算这样的电場采用圓柱坐标 (r,α,z) 較为方便。因場强 $\vec{E}$ 与 α 无关。从图可看出

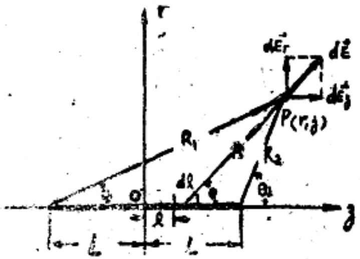

图 1－2

$$R=r\csc\theta$$
$$l=z-r\operatorname{ctg}\theta$$
$$dl=r\csc^2\theta d\theta$$

元电荷 τdl 在 P 点产生的場强的量值

$$dE=\frac{dq}{4\pi\epsilon_0R^2}=\frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0R^2}=\frac{\tau r\csc^2\theta d\theta}{4\pi\epsilon_0r^2\csc^2\theta}=\frac{\tau d\theta}{4\pi\epsilon_0r}$$

而它的兩个分量：

$$dE_z=dE\cos\theta=\frac{\tau\cos\theta d\theta}{4\pi\epsilon_0r}$$
$$dE_r=dE\sin\theta=\frac{\tau\sin\theta d\theta}{4\pi\epsilon_0r}$$

分别积分，可得

$$E_z=\frac{\tau}{4\pi\epsilon_0r}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\cos\theta d\theta=\frac{\tau}{4\pi\epsilon_0r}(\sin\theta_2-\sin\theta_1)$$
$$E_r=\frac{\tau}{4\pi\epsilon_0r}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta d\theta=\frac{\tau}{4\pi\epsilon_0r}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

如果綫是无限长，即 $L\to\infty$，則 $\theta_1=0$，$\theta_2=\pi$

这样 $$E_z=0$$
$$E_r=\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0r}。$$

最后这一結果，以后常要用到，应加熟記。

例1－2 求真空中一带电圓环軸綫上任意点的場强，环的半徑为 a，所带电荷是 q。假定要求軸綫上离中心为 b 之 P 点的場强（見图1－3），我們

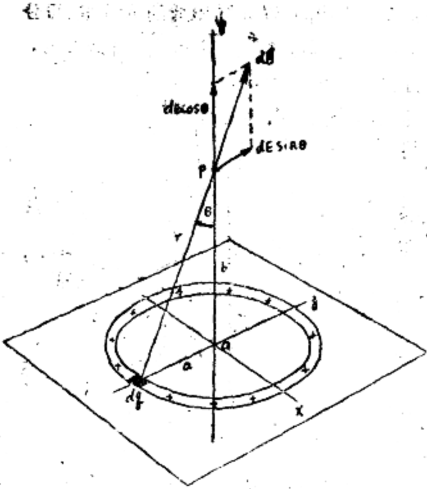

图 1—3

这样来取坐标，使圆环位在 $x-y$ 平面上。在环上取一单元段，它所带电荷为 dq，在 P 点它所产生的场强应为

$$dE=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r^2}$$

就整个环总的来看，所有 $\overrightarrow{dE}$ 与环轴垂直的分量 $dE\sin\theta$ 互相抵销，因此

$$E=\int dE\cos\theta=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\cos\theta}{r^2}\int dq$$

或 $$E=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q\cos\theta}{r^2}$$

$$=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qb}{(a^2+b^2)^{3/2}}$$

在环心，$b=0$，故 $E=0$，这点由对称关系很容易看出来。

例1－3 求真空中一无限大带电平面（面密度为 σ ）所产生的場强。

取坐标如图 1－4 所示。假定要求与带电面垂直距离为 b 的 P 点的場强。在面上取一元面积为 dS 的圆环，根据例 1－2的結果，则它在垂直方向所产生的場强

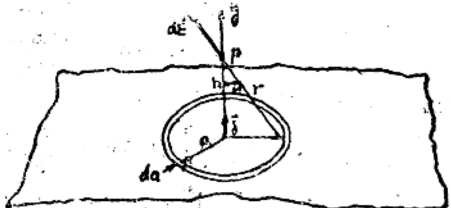

图 1－4

$$dE_y=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma dS}{r^2}\cos\theta$$

$$=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma\cdot 2\pi a da}{r^2}\cos\theta$$

由图知 $$a=r\sin\theta$$

又有 $$a=b\text{tg}\theta$$

因此 $$da=b\sec^2\theta d\theta$$

代入 dE_y 的表达式中，有

$$dE_y=\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\sin\theta d\theta$$

而
$$E_y=\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\int_0^{\pi/2}\sin\theta d\theta=\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

总的場强
$$\vec{E}=E_y\vec{j}=\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\vec{j}$$

这一結果說明在一无限大带电平面的場中，各点的場强方向都是垂直于带电面的，而且与离带电面的远近(b)无关。

4] 物理学中曾介紹过电力綫的概念。电力綫是这样的曲綫，綫上每一点切綫的方向，正和該点的电場强度矢量的方向一致。我們并規定与电力綫上各点的場强矢量方向总的趋向相一致的方向，就是电力綫的指向。实际上电力綫就是各点的电場强度矢量的包跡。电力綫决定它所通过的每一点的場强$\vec{E}$的方向，因而也就决定了作用于置于綫上一点的正电荷$+q$的力$\vec{f}$的方向。应該注意到电力綫并不就是一个正电荷在电場中运动的軌跡。同时还应注意到电力綫是假設的，目的是使电場形象化，便于人們研討，并不是眞有这些綫实际存在于电場中。

我們現在要导出电力綫的微分方程。如能介出这微分方程，就可以根据这个解作出电力綫。如果在 xy 平面上有一电力綫，我們在它上面的P点附近沿曲綫取一单元段 dl（图1－5），在直角坐标制中

$$\vec{dl}=dx\vec{i}+dy\vec{j}$$

上式中 $\vec{i}$ 和 $\vec{j}$ 分别为沿 x 和 y 方向的单位矢量。如P点的場强为$\vec{E}$，則它可表示成：$\vec{E}=E_x\vec{i}+E_y\vec{j}$

根据上述电力綫的定义，应有关系

$$\vec{dl}=K\vec{E} \tag{1-16}$$

上式中K是比例常数。

上式可分别写成： $E_x=Kdx$ $E_y=Kdy$

从而可得xy平面上电力綫的微分方程：

$$\frac{dx}{E_x}=\frac{dy}{E_y}$$

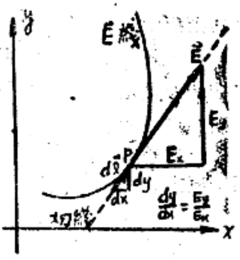

图 1－5

对于空間曲綫的一般情况，电力綫的微分方程应为

$$\frac{dx}{E_x}=\frac{dy}{E_y}=\frac{dz}{E_z} \tag{1-17}$$

如果我們采用圓柱坐标制，则因

$$\vec{dl}=dr\,\vec{r^0}+rd\alpha\,\vec{\alpha^0}+dz\,\vec{k}$$

从而可求得电力綫微分方程的一般形式为

$$\frac{dr}{E_r}=\frac{rd\alpha}{E_\alpha}=\frac{dz}{E_z} \tag{1-18}$$

同样地，可求得球面坐标制中电力綫的微分方程的一般形式为

$$\frac{dr}{E_r}=\frac{rd\theta}{E_\theta}=\frac{r\sin\theta d\alpha}{E_\alpha} \tag{1-19}$$

(1－17)，(1－18)与(1－19)三式的每一个，相当于兩个联立的常微分方程，它們的解答代表兩族几何面。这兩个几何面族的相交綫，就是电力綫族，也即$\vec{E}$綫族。

例1－4　决定点电荷場中的$\vec{E}$綫

为了便于理解，我們先来看在一个平面，例如$X-Y$平面上的情况

設点电荷q位于原点。它对任意点所产生的电場强度

$$\vec{E}=\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\vec{r^0}=\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3}(x\vec{i}+y\vec{j})$$

即
$$E_x=\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3}x$$

$$E_y=\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3}y$$

$\vec{E}$綫的微分方程为　$\dfrac{dx}{x}=\dfrac{dy}{y}$

其解应为　$x=C_1y$

上式說明在XY平面上，点电荷的$\vec{E}$綫是一些經过原点（点电荷所在点）的射綫族。

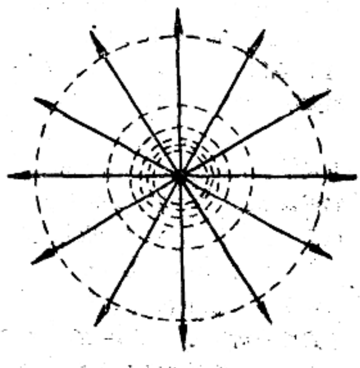

图 1－6

如考虑空間的情况，仍設q位于原点，这时

$$\vec{E}=\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\vec{r^0}=\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3}(x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k})$$

由微分方程　$\dfrac{dx}{x}=\dfrac{dy}{y}$　解得　$x=C_1y$

同样地，由微分方程　$\dfrac{dy}{y}=\dfrac{dz}{z}$　解得　$y=C_2z$