


丛书主编 董德松 (黄冈市教育科学研究院院长)

黄冈题典

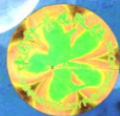
高中数学

(高一卷)

本册主编 余国清
王 涛

 中国计量出版社

 卓越教育图书中心



《黄冈题典》以知识块为单元，分设三个栏目：

- ◎ **基础题**：精选典型基础题，覆盖基本概念、基本规律及基本方法。
- ◎ **能力题**：一题多解，多题一解，一题多变；类题类比，融会贯通，触类旁通；拓展解题思路，活用解题技巧，提升解题能力。
- ◎ **高考真题及模拟试题精选**：
分析精解近年全国各地的高考真题及模拟试题，点评考题所考查的知识侧重点。

做黄冈真题 得黄冈精髓

黄冈题典（高中版）

- ◆ 高中数学（高一卷、高二卷、高三综合卷）
- ◆ 高中物理（高一卷、高二卷、高三综合卷）
- ◆ 高中化学（高一卷、高二卷、高三综合卷）

策划组稿：谢英 张兰珍

责任编辑：刘文继

责任校对：李忱

责任印制：凌赛利

封面设计：弓禾碧工作室

ISBN 7-5026-2161-X



9 787502 621612 >

ISBN 7-5026-2161-X/G · 446

定价：26.00元

☆本书封面贴有中国计量出版社激光防伪标志，凡无此标志者均为非法出版物，举报有奖。举报电话：(010)64275323

丛书主编 董德松 (黄冈市教育科学研究院院长)

黄冈题典

高中数学

(高一卷)

本册主编 余国清 王涛

中国计量出版社

卓越教育图书中心

图书在版编目(CIP)数据

黄冈题典·高中数学(高一卷)/董德松主编;余国清等分册主编. —北京:中国计量出版社,2006.6

ISBN 7-5026-2161-X

I. 黄… II. ①董… ②余… III. 数学课—高中—习题 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 059408 号

版权所有 不得翻印

举报电话:010-64275323 购书电话:010-64275360

中国计量出版社 出版

北京和平里西街甲2号

邮政编码:100013

<http://www.zgjl.com.cn>

E-mail:jf@zgjl.com.cn

印刷 北京密东印刷有限公司

发行 中国计量出版社总发行 新华书店经销

开本 880 mm×1230 mm 1/32

印张 18.125

字数 418千字

版次 2006年6月第1版 2006年6月第1次印刷

印数 1—11 000册

定价 26.00元

(如有印装质量问题,请与本社联系调换)

黄冈题典

高中版

编委会

主 任 马纯良
副 主 任 董德松 刘国普
委 员 谢 英 张兰珍 王清明 朱和平 余国清
王志明 张文华 王建国 曾利欢 陈长东
徐水娥 韩 洁 张海波
丛书主编 董德松
执行主编 王清明

本册主编 余国清 王 涛
本册编写 余国清 王 涛 凡金生 陈 锐 胡 新
丁仁贵 郑祥贵 王志明 杜 苏 曾祥红
王国堂 胡建平 张文华 陈志良 肖焰松
陈友洲 夏 劲 王锦硕 李水平

黄冈题典

黄冈名师 权威编写



董德松 黄冈市教育科学研究院院长，教育学硕士。长期工作在教学一线，多年主管教学工作，始终站在教改前沿，成功总结出一套完善的教学方法。主编多部教学指导用书，在各级刊物上发表教育教学论文数十篇。



余国清 中学数学高级教师，黄冈市骨干教师，湖北省优秀数学教师，湖北省中学数学专业委员会会员，黄冈市教育学会中学数学专业委员会理事。在《理科考试研究》等多家刊物上发表论文，主编多部教辅图书。



张文华 中学数学高级教师，黄冈市骨干教师，学科带头人，湖北省中学数学专业委员会会员。指导学生多次在全国中学生数学竞赛中获奖，并获优秀指导教师奖。在多家刊物上发表论文数十篇，主编多部优秀教辅图书。



王志明 中学数学高级教师，黄冈市骨干教师，高中数学教研组组长，湖北省中学数学专业委员会会员。在《中学理科月刊》等多家刊物上发表论文 20 余篇，主编多部优秀教辅图书。

黄冈名师 权威编写



王建国 中学物理高级教师，黄冈市骨干教师，高中物理教研组长，湖北省中学物理学会会员。曾获全国物理竞赛优秀指导教师奖。在多家刊物上发表论文数十篇，主编多部畅销教辅图书。



曾利欢 黄冈市重点中学物理高级教师。从教20多年，注重学生能力培养；12年高三任课经历，所带班级的高考物理成绩位居黄冈市前列；多次被授予“先进教育工作者”、“优秀班主任”等称号。主编多部优秀教辅图书。



陈长东 黄冈市重点中学化学高级教师，高中化学教研组组长，学科带头人，华中师大考试中心研究员，湖北省重点中学联考之化学和理综试卷命题人。在《中学化学教育学》等多家刊物上发表论文，编有《高中化学实验》等图书。



徐水娥 黄冈市中学化学高级教师，湖北省优秀化学教师，中国化学学会会员。多次参加湖北省高考阅卷工作。在多家刊物上发表论文20余篇，主编多部教辅图书。

黄冈题典

编写说明

《黄冈题典》由黄冈市教育科学研究院董德松院长亲任主编，编写队伍阵容强大，由数十位长期工作在中学教学一线的资深教师组成。这套丛书凝聚了他们丰富的教学经验和教研成果，体现了黄冈教学的精髓。

《黄冈题典》（高中版）包括高中数学、高中物理、高中化学共9个分册，分别适用于高一至高三各年级，涵盖数学、物理、化学等学科知识要求的各类题型，解析系统、完整，点评明确（点明该题所考查的知识点等）。各册以学科知识块为单元，并分设基础题、能力题和高考真题及模拟试题精选三个栏目。

□ 基础题

精选典型基础习题，覆盖本知识块基本概念、基本规律及基本方法，重在夯实基础。

□ 能力题

侧重知识迁移，实现巩固基础知识到提高综合能力转换，拓展解题思路，活用解题技巧，提升解题能力。一题多解（一道习题多法求解）、多题一解（不同习题解法相似），融会贯通知识内在联系，培养发散思维；一题多变（由条件和结果的变化使题目变化）类题类比，触类旁通，培养归纳能力，提高思维灵活性。

□ 高考真题及模拟试题精选

精选近年全国各地的高考及模拟试题，分析精解，点评考题所考查的知识侧重点。学生可据此了解高考对本知识块考查的深度、广度，有助于分析高考趋势，提高应试能力。

目 录

第 1 章 集合与简易逻辑	(1)
1.1 集合的概念与运算	(1)
1.2 含绝对值的不等式和一元二次不等式	(28)
1.3 简易逻辑	(57)
第 2 章 函数	(85)
2.1 映射与函数	(85)
2.2 函数的定义域和值域	(117)
2.3 函数的单调性与奇偶性	(148)
2.4 反函数	(184)
2.5 指数与指数函数	(204)
2.6 对数与对数函数	(233)
第 3 章 数列	(274)
3.1 等差数列	(274)
3.2 等比数列	(307)
3.3 数列的综合问题及应用	(343)
第 4 章 三角函数	(377)
4.1 任意角的三角函数	(377)
4.2 两角和与差的三角函数	(408)
4.3 二倍角的正弦、余弦、正切	(441)
4.4 三角函数的图像与性质	(470)
第 5 章 平面向量	(513)
5.1 平面向量及其运算	(513)
5.2 解斜三角形	(548)

第 1 章

集合与简易逻辑

1.1 集合的概念与运算



基础题

1. 下列命题中正确的个数是 ()

- ① 集合 \mathbf{N} 中最小的正数是 1
 ② 若 $-a \notin \mathbf{N}$, 则 $a \in \mathbf{N}$
 ③ 方程 $x^2 - 6x + 9 = 0$ 的解集是 $\{3, 3\}$
 ④ $\{4, 3, 2\}$ 与 $\{3, 2, 4\}$ 是不同的集合

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

解析

① 是正确的; 对于②有 $-\frac{1}{2} \notin \mathbf{N}$, $\frac{1}{2} \notin \mathbf{N}$, 故②错;
 由集合元素的互异性知③错; 由集合元素的无序性知④错.

选 B.

点评 本题主要考查集合的概念和集合元素的三性以及集合的表示.

2. 下列四个命题中正确的有 ()

- ① 空集没有子集 ② 空集是任何一个集合的真子集 ③ 空集的元素个数为零 ④ 任何一个集合必有两个或两个以上的子集

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

解析

只有③正确. 空集以自身为子集; 空集是任何一个非空集合的真子集; 空集只有一个子集.

选 B.

点评 本题主要考查空集与子集的概念.

3. 已知集合 U, A, B , 满足 $A \subseteq B \subseteq U$, 则下列集合必为空集的是

A. $A \cap (\complement_U B)$

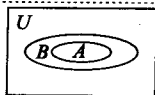
B. $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$

()

C. $(\complement_U A) \cap B$

D. $A \cap B$

解析 根据题设条件 $A \subseteq B \subseteq U$ 画出韦恩图
如图

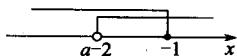


由图易知 $A \cap (\complement_U B) = \emptyset$. 选 A.

第3题图

点评 本题主要考查全集、子集、补集、交集等概念,考查抽象集合的交集运算和灵活运用韦恩图进行集合的运算.

4. 已知 $M = \{x \mid x \leq -1\}$, $N = \{x \mid x > a - 2\}$, 若 $M \cap N \neq \emptyset$, 则 a 满足 ()



A. $a < 1$

B. $a > 1$

第4题图

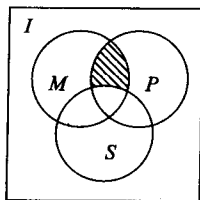
C. $a \leq 1$

D. $a \geq 1$

解析 画数轴, 标范围, 看位置, 找大小. 由图可知 $a - 2 < -1$, 即 $a < 1$. 选 A.

点评 本题主要考查数集的交集运算, 考查运用数形结合的思考方法讨论含参数的集合的运算.

5. 如图所示, I 是全集, M, P, S 是 I 的三个子集, 则阴影部分所表示的集合是 ()



A. $(M \cap P) \cap S$

B. $(M \cap P) \cup S$

C. $(M \cap P) \cap \complement_I S$

D. $(M \cap P) \cup \complement_I S$

第5题图

解析 阴影部分在 M, P 内, 故在 $M \cap P$ 内; 又在 S 外, 故应在 $\complement_I S$ 内. 故 选 C.

点评 本题综合考查抽象集合的交、并、补的运算. 考查韦恩图的正确使用.

6. 已知 $M = \{y \mid y = x^2 - 1, x \in \mathbf{R}\}$, $P = \{x \mid x = |a| - 1, a \in \mathbf{R}\}$, 则集合 M 与 P 的关系是 ()

A. $M = P$

B. $P \in M$

C. $M \subseteq P$

D. $M \supseteq P$

解析 $M = \{y \mid y \geq -1\}$, $P = \{x \mid x \geq -1\}$. $\therefore M = P$.

选 A.

点评 本题考查集合之间的关系. 通过不同表示形式的集合化简来确定两集合之间的关系. 考查对符号“ \in ”、“ $=$ ”、“ \subseteq ”、“ \supseteq ”的正确使用.

7. 集合 $A = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x \mid x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$, $C = \{x \mid x = 4k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$, 又 $a \in A$, $b \in B$, 则有 ()
- A. $a + b \in A$
 B. $a + b \in B$
 C. $a + b \in C$
 D. $a + b$ 不属于 A, B, C 中任意 1 个

解析 因为 $a \in A$, 所以 $a = 2k_1$, $k_1 \in \mathbf{Z}$, 又 $b \in B$, 所以 $b = 2k_2 + 1$, $k_2 \in \mathbf{Z}$, 则 $a + b = 2(k_1 + k_2) + 1$, 而 $k_1 + k_2 \in \mathbf{Z}$, 所以 $a + b \in B$.

选 B.

点评 本题考查对描述法表示集合的元素特征的正确理解. 考查集合之间的元素关系的联系. 利用元素的特征形式来判断对象是否属于这个集合.

8. 若 $X = \{x \mid x = 4n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$, $Y = \{y \mid y = 4n - 3, n \in \mathbf{Z}\}$, $Q = \{z \mid z = 8n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$, 则 X, Y, Q 的关系是 ()
- A. $X \supseteq Y \supseteq Q$ B. $X \subsetneq Y \subsetneq Q$ C. $X = Y \supseteq Q$ D. $X = Y = Q$

解析 设 $n = k + 1$, $k \in \mathbf{Z}$, 则 $Y = \{y \mid y = 4k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$, 所以 $X = Y$. 当 $n = 2k$ (n 是偶数) 时, $x = 8k + 1 \in Q$; 当 $n = 2k - 1$ 或 $n = 2k + 1$ (n 是奇数) 时, $x = 8k + 5$ 或 $8k - 3$. 可知集合 Q 是由集合 X 中的 n 取偶数时的元素组成的集合, 故 $X \supseteq Q$. 所以 $X = Y \supseteq Q$.

选 C.

点评 本题考查集合之间的关系, 通过各集合的元素属性的化简, 找出不同表述形式的两集合的元素间的关系, 从而判断集合之间的包含关系.

9. 已知集合 $A = \{1, 3, x\}$, $B = \{1, x^2\}$, $A \cup B = \{1, 3, x\}$,

这样 x 的不同值有

()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

解析 因为 $A \cup B = A$, 所以 $B \subseteq A$, 又 B 中只有两个元素, 故 $B \subsetneq A$, 所以 $x^2 = 3$ 或 $x^2 = x$. 当 $x^2 = 3$ 时, $x = -\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}$; 当 $x^2 = x$ 时, $x = 0$ 或 1 (舍). 可见, x 的不同值有 $-\sqrt{3}, \sqrt{3}, 0$ 共 3 个. 选 C.

点评 本题主要考查并集的运算. 运用性质 $A \cup B = A \Rightarrow B \subseteq A$, 求参数 x , 同时根据集合元素的互异性对参数 x 值的取值作出正确选择.

10. 设全集 $U = \{0, -1, -2, -3, -4\}$, 集合 $M = \{0, -1, -2\}$, $N = \{0, -3, -4\}$, 那么 $(\complement_U M) \cap N$ 为 ()
- A. $\{0\}$ B. $\{-3, -4\}$
C. $\{-1, -2\}$ D. \emptyset

解析 因为 $(\complement_U M) = \{-3, -4\}$, 故 $(\complement_U M) \cap N = \{-3, -4\}$. 选 B.

点评 本题考查集合的补集与交集的运算.

11. 已知集合 $M = \{(x, y) \mid x + y = 2\}$, $N = \{(x, y) \mid x - y = 4\}$, 那么集合 $M \cap N$ 为 ()
- A. $x = 3, y = -1$ B. $(3, -1)$
C. $\{3, -1\}$ D. $\{(3, -1)\}$

解析 $M \cap N = \{(x, y) \mid x + y = 2\} \cap \{(x, y) \mid x - y = 4\} = \left\{ (x, y) \mid \begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 4 \end{cases} \right\} = \{(3, -1)\}$. 选 D.

点评 本题考查交集的概念和运算. 通过方程组的解集与两个集合的交集之间联系来求交集.

12. 设 $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid x^2 - px + 15 = 0\}$, $B = \{x \in \mathbf{Z} \mid x^2 - 5x + q = 0\}$, 若 $A \cup B = \{2, 3, 5\}$, 则 A, B 分别为 ()
- A. $\{3, 5\}, \{2, 3\}$ B. $\{2, 3\}, \{3, 5\}$
C. $\{2, 5\}, \{3, 5\}$ D. $\{3, 5\}, \{2, 5\}$

解析 因为 $A \cup B = \{2, 3, 5\}$, 故 $x^2 - px + 15 = (x-3)(x-5) = 0 \therefore A = \{3, 5\}$.

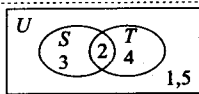
$x^2 - 5x + q = (x-2)(x-3) = 0 \therefore B = \{2, 3\}$. 选 A.

点评 本题考查一元二次方程的解集和并集的概念. 由 $A \cup B = \{2, 3, 5\}$ 知两方程的解只由 2, 3, 5 中选两个. $x^2 - px + 15 = 0$ 的两根之积为 15. $\therefore A = \{3, 5\}$.

方程 $x^2 - 5x + q = 0$ 的两根和为 5. $\therefore B = \{2, 3\}$.

13. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $S \subseteq U$, $T \subseteq U$, 若 $S \cap T = \{2\}$, $(\complement_U S) \cap T = \{4\}$, $(\complement_U S) \cap (\complement_U T) = \{1, 5\}$, 则有 ()
- A. $3 \in S, 3 \in T$ B. $3 \in (\complement_U S), 3 \in T$
C. $3 \in S, 3 \in (\complement_U T)$ D. $3 \in (\complement_U S), 3 \in (\complement_U T)$

解析 由题设条件 $S \subseteq U, T \subseteq U, S \cap T = \{2\}, (\complement_U S) \cap T = \{4\}$ 以及 $(\complement_U S) \cap (\complement_U T) = \{1, 5\}$, 可作出韦恩图. 并将各集合里的元素填上, 观察可知.



第 13 题图

选 C.

点评 本题综合考查集合的概念与运算, 将子集、交集、补集的运算正确运用韦恩图表示, 从而求解, 这是集合运算的基本功.

14. 已知集合 $M = \left\{ x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z} \right\}$,
- $N = \left\{ x \mid x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z} \right\}$, 则 ()
- A. $M = N$ B. $M \subseteq N$
C. $M \supseteq N$ D. $M \cap N = \emptyset$

解析 对集合 M 的元素 $x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}(2k+1)$, 其中 $2k+1$ ($k \in \mathbf{Z}$) 是奇数.

对集合 N 的元素 $x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}(k+2)$, 其中 $k+2$ ($k \in \mathbf{Z}$) 是整数.

所以 $M \subseteq N$.

选 B.

点评 本题考查集合的表示, 集合间的关系以及交集运算. 通过化简不同表示形式的集合元素的特性来寻找两集合的元素之间的关系.

15. 已知全集 $U (U \neq \emptyset)$ 和集合 A, B, D , 且 $A = \complement_U B, B = \complement_U D$. 则 A 与 D 的关系为 _____.

解析 $A = \complement_U B = \complement_U (\complement_U D) = D$.

答案 $A = D$.

点评 本题考查补集的运算及 $\complement_U (\complement_U A) = A$ 的运用.

16. 已知非空集合 $A = \{x \mid -2k+6 < x < k^2-2\}$, $B = \{-k < x < k\}$, 若 $A \subseteq B$, 则实数 k 的取值范围是 _____.

解析 因为 $A \subseteq B \therefore \begin{cases} -k \leq -2k+6 \\ k^2-2 \leq k \end{cases}$ 且两个等号不能同时取, 解得 $-1 \leq k \leq 2$.

答案 $-1 \leq k \leq 2$.

点评 本题考查子集运算, 利用数轴对数集的包含关系进行讨论, 求参数的取值范围.

17. 若全集 $I = \mathbf{R}$, $f(x), g(x)$ 均为 x 的二次函数, $P = \{x \mid f(x) < 0\}$, $Q = \{x \mid g(x) \geq 0\}$, 则不等式组 $\begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$ 的解集可用 P, Q 表示为 _____.

解析 $g(x) \geq 0$ 的解集为 Q , 则 $g(x) < 0$ 的解集为 $\complement_{\mathbf{R}} Q$, 故不等式组 $\begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$ 的解集为 $P \cap (\complement_{\mathbf{R}} Q)$.

答案 $P \cap (\complement_{\mathbf{R}} Q)$.

点评 本题综合考查不等式组的解集与集合的交集之间的关系, $g(x) \geq 0$ 与 $g(x) < 0$ 的解集之间的关系, 以及集合的解集和交集的运算.

18. 设 $A = \{(x, y) \mid y = -3x + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) \mid y = (2-k^2)x + 3, x \in \mathbf{R}\}$, 且 $A \cap B \neq \emptyset$, 则 k 的取值范围是 _____.

解析 由 $A \cap B \neq \emptyset$, 表明直线 $y = -3x + 1$ 与直线 $y = (2 - k^2)x + 3$ 一定相交, 所以 $2 - k^2 \neq -3$, 故 $k \neq \pm\sqrt{5}$.

答案 $\{k \mid k \in \mathbf{R} \text{ 且 } k \neq \pm\sqrt{5}\}$.

点评 本题考查数集的交集非空的条件, 以及两条直线有交点的充要条件, 将方程组的解集转化为求两直线的交点.

19. 已知全集 $U = \{(x, y) \mid x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, 集合 $A = \{(x, y) \mid \frac{y-4}{x-2} = 3\}$, $B = \{(x, y) \mid y = 3x - 2\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B =$ _____.

解析 由 $\frac{y-4}{x-2} = 3$, 得 $\begin{cases} x-2 \neq 0 \\ y = 3x-2 \end{cases}$. 所以 $(\complement_U A) = \{(x, y) \mid y \neq 3x - 2\} \cup \{(2, 4)\}$, 故 $(\complement_U A) \cap B = \{(2, 4)\}$.

答案 $\{(2, 4)\}$.

点评 本题考查补集与交集的运算, 主要对集合 A 的表示要正确理解. A 集表示直线 $y = 3x - 2$ 的点集中去掉点 $(2, 4)$, 则补集为平面上所有点去掉直线 $y = 3x - 2$ (不含点 $(2, 4)$).

20. 已知 $A = \{a \mid a = \frac{n}{2^m}, m, n \in \mathbf{N}\}$, $b \in A$, $c \in A$, 那么 $b + c$ _____ A , bc _____ A .

解析 设 $b \in A$, $c \in A$, $\therefore b = \frac{n_1}{2^{m_1}}$, $c = \frac{n_2}{2^{m_2}}$, 其中 m_1, n_1, m_2, n_2 均为自然数, 于是 $b + c = \frac{n_1}{2^{m_1}} + \frac{n_2}{2^{m_2}} = \frac{n_1 2^{m_2} + n_2 2^{m_1}}{2^{m_1+m_2}}$,

$$bc = \frac{n_1}{2^{m_1}} \cdot \frac{n_2}{2^{m_2}} = \frac{n_1 n_2}{2^{m_1+m_2}}.$$

$\therefore n_1 2^{m_2} + n_2 2^{m_1}, m_1 + m_2, n_1 n_2$ 都是自然数, $\therefore b + c \in A, bc \in A$.

答案 \in, \in .

点评 本题综合考查集合的概念, 集合中元素的特征表示以及集合元素的互换.

21. (1) 设 x, y 都是非零实数, 试用列举法将 $\frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} +$

$\frac{xy}{|xy|}$ 可能取的值组成的集合表示出来; (2) 用列举法表示不超过 10 的非负偶数的集合, 并再用另一种方法表示出来; (3) 用描述法写出直角坐标平面内坐标轴上的点的坐标所组成的集合.

解析 (1) 当 x, y 都是正数时, 原式 = 3; 当 x, y 中有且仅有一个负数时, 原式 = -1; 当 x, y 都是负数时, 原式 = -1. 所求集合为 $\{3, -1\}$;

(2) $\{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ 或 $\{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{Z} \text{ 且 } 0 \leq n \leq 5\}$;

(3) $\{(x, y) \mid xy = 0, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$.

点评 本题主要考查集合的不同表示方法, 以及各种方法之间的联系.

22. 已知集合 $A = \{x \mid ax^2 - 3x + 2 = 0, a \in \mathbf{R}\}$, (1) 若 A 是空集, 求 a 的取值范围; (2) 若 A 中只有一个元素, 求 a 的值, 并把把这个元素写出来; (3) 若 A 中至多只有一个元素, 求 a 的取值范围.

解析 集合 A 是方程 $ax^2 - 3x + 2 = 0$ 在实数范围内的解集.

(1) A 是空集, 即方程 $ax^2 - 3x + 2 = 0$ 无解, 得 $\Delta = (-3)^2 - 8a < 0, \therefore a > \frac{9}{8}$;

(2) 当 $a = 0$ 时, 方程只有一个解为 $x = \frac{2}{3}$; 当 $a \neq 0$ 时, 且 $\Delta = 0$ 即 $a = \frac{9}{8}$ 时, 方程有两个相等实根, 这时 A 中只有一个元素, 为 $x = \frac{4}{3}$.

\therefore 当 $a = 0$ 或 $a = \frac{9}{8}$ 时, A 中只有一个元素, 分别为 $\frac{2}{3}$ 或 $\frac{4}{3}$;

(3) A 中至多只有一个元素, 包括 A 是空集和 A 中只有一个元素两种情形.

由(1), (2)的结果得: $a = 0$ 或 $a \geq \frac{9}{8}$.

答案 $a = 0$ 或 $a \geq \frac{9}{8}$.