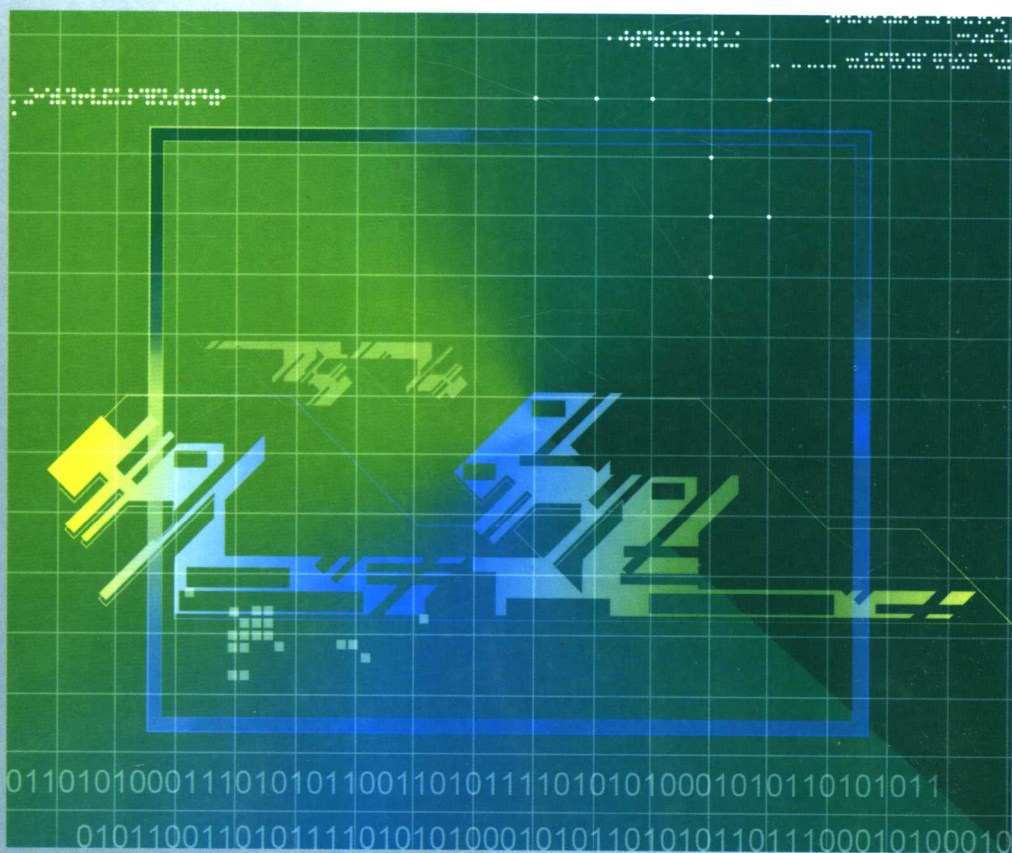




21 世纪高职高专公共课系列规划教材

数学应用与实践

彭涓 王庆岭 主编 刘建清 韩艳 李辉 副主编



中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

21 世纪高职高专公共课系列规划教材

数学应用与实践

主 编 彭 涓 王庆岭

副主编 刘建清 韩 艳 李 辉

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

内 容 简 介

本教材在内容安排上以“案例”教学为主,选择例题密切结合现实生产和生活,使读者从中不断地感受数学在现实中的应用途径和方法。同时,还引入了数学建模的初步思想,精选了近几年在全国大学生数学建模竞赛中的典型例题,使学习者能够通过对本教材的学习,了解当代数学建模的发展和它在社会生产和建设中的作用,培养学生学习运用数学工具开展各种工程设计和借助于计算机解决问题的兴趣。

本书共分6章,内容包括:绪论、函数的作用、极限与连续、微分学及其应用、积分学及其应用、常微分方程及其应用。

本书适合作为高职高专院校高等数学课的小学时教材。

图书在版编目(CIP)数据

数学应用与实践/彭涓,王庆岭主编. —北京:中国铁道出版社,2006.8

(21世纪高职高专公共课系列规划教材)
ISBN 7-113-07212-7

I. 数... II. ①彭...②王... III. 高等数学—高等学校:技术学校—教材 IV. 013

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第104324号

书 名: 数学应用与实践

作 者: 彭 涓 王庆岭 等

出版发行: 中国铁道出版社(100054,北京市宣武区右安门西街8号)

策划编辑: 严晓舟 曹莉群

责任编辑: 苏 茜 谢立和

特邀编辑: 赵志明

封面设计: 薛 为

封面制作: 白 雪

责任校对: 王雪飞

印 刷: 三河市国英印务有限公司

开 本: 787×1092 1/16 印张: 15 字数: 350千

版 本: 2006年8月第1版 2006年8月第1次印刷

印 数: 1~4 000册

书 号: ISBN 7-113-07212-7/TP·1924

定 价: 28.00元

版权所有 侵权必究

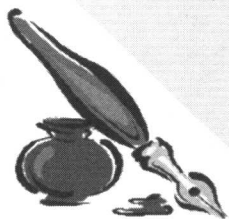
凡购买铁道版的图书,如有缺页、倒页、脱页者,请与本社计算机图书批销部调换。

编委会

主任委员：汝宇林

委 员：（按姓氏字母先后顺序）

安匡一	冯文成	韩 艳	胡 钢
李 辉	李延明	刘建清	刘同杰
彭 涓	齐晓春	史文权	苏筱丽
孙国君	童 伟	王春媛	王江荣
王庆岭	杨国颖	姚 明	周登杰
周晓康			



前言

按照教育部等部门关于紧缺人才培养方案中确定的数学课程教学的指导性意见,根据我院各专业教学改革的要求,并结合近几年我院参加全国大学生数学建模竞赛的教学体会,我们组织编写了《数学应用与实践》讲义(内部教材),在学院已经试用3年,并对书中内容进行了不断的修订和完善;2005年《数学应用与实践》被甘肃省教育厅确定为省级精品课程;2006年我们又对该教材进行了修订,作为高职高专院校学生公共数学课的选用教材正式出版。

本教材针对当前高职高专学生的基础文化程度和以应用能力培养为主的人才培养要求,在内容深度上,本着“必需、够用”的基本原则,在内容构架体系设计上,尽量避免重复以往同类教材中“系统性和严密性”的套路,坚持以实用性和针对性为出发点,立足于解决实际问题,把教学的侧重点定位在对学生数学应用能力的培养方面。在教学方法上,以掌握 Mathematica 软件包为核心,力争把学习者从复杂抽象的逻辑推导和繁杂的运算过程中解脱出来,培养和训练他们应用数学思想和计算机工具解决实际问题的意识和能力。

本教材在内容安排上以“案例”教学为主,选择例题密切结合现实生产和生活,使读者从中不断地感受数学在现实中的应用途径和方法。同时,还引入了数学建模的初步思想,精选了近几年在全国大学生数学建模竞赛中的典型例题,使学习者通过对本教材的学习,能够了解当代数学建模的发展和它在社会生产和建设中的作用,培养学生学习运用数学工具进行各种工程设计和借助于计算机解决问题的兴趣。

本教材突出了以下特点:

1. 本书是高职高专院校高等数学课的小学时教材。内容安排紧凑,计划安排45~50学时,完全适合教育部和信息产业部紧缺人才培养方案中确定的课时要求。

2. 将 Mathematica 数学软件包融于各章节计算方法中,详细阐述了该软件在微积分计算中的一般通用性功能和特殊的应用技巧,使学习者在规定的教学课时内,通过自身的训练,初步掌握 Mathematica 数学软件的基本用法和操作技能,在学习数学的过程中,进一步提高自身的计算机应用水平,激发他们的学习兴趣,真正使计算机成为他们解决实际问题的得力工具。

3. 在章节内容结构上,采用了问题引入→数学模型的建立→应用 Mathematica 数学软件包进行计算→回顾与思考的组织方式,将数学建模思想与 Mathematica 数学软件应用两大特点有机地贯穿于教学过程中,达到强化学习者对数学思想和计算机工具应用相结合的目的。

4. 本教材配有系统的电子课件,可以使教师能够利用多媒体教学手段开展教学,学习者也可自由地从网上下载教学内容,使自学变得更加方便和有效。

本书共分 6 章，内容包括：绪论、函数的作用、极限与连续、微分学及其应用、积分学及其应用、常微分方程及其应用。在总学时方面，建议理论授课 30 学时，上机实践 15~20 学时。其中标有“*”或“**”的内容为选学内容，供教师或学生根据不同专业、不同学时进度或者个人学习兴趣选学。

本教材由学院副院长汝宇林任总设计指导，由学院信息处理与控制工程系和教务处共同组织编写。由彭涓、王庆岭担任主编，刘建清、韩艳、李辉担任副主编，参加编写的还有周晓康、童伟、李延明、冯文成、苏筱丽、刘同杰等。

由于作者水平有限，书中难免有错误和不足之处，恳请读者批评指正。

编 者

2006 年 6 月

笔 记 栏

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

目 录

第 1 章 绪论.....	1
§1.1 有了数学软件, 数学不再难	1
§1.2 初识数学软件 Mathematica	1
§1.3 回顾与思考.....	13
习题一	14
第 2 章 函数的作用.....	15
§2.1 现实生活中的问题与函数的概念	15
§2.2 函数的特性.....	28
**§2.3 建立函数模型.....	31
§2.4 回顾与思考.....	41
习题二	42
第 3 章 极限与连续.....	46
§3.1 初等数学中未解决的问题及极限的概念.....	46
§3.2 极限的运算.....	55
**§3.3 极限模型的建立.....	63
§3.4 极限可解决的其他问题.....	68
§3.5 回顾与思考.....	75
习题三	78
第 4 章 微分学及其应用.....	81
§4.1 微分学的基本概念与基本理论	81
§4.2 导数的运算.....	87
**§4.3 建立导数模型.....	97
§4.4 导数能解决的其他问题.....	100
§4.5 微分及其应用.....	112
§4.6 回顾与思考.....	118
习题四	119
第 5 章 积分学及其应用.....	123
§5.1 不定积分问题及不定积分的概念	123
§5.2 不定积分的积分方法.....	126
§5.3 定积分问题及定积分概念.....	132
§5.4 定积分的计算.....	138
§5.5 定积分的应用.....	145
**§5.6 建立积分模型.....	158
§5.7 回顾与思考.....	162
习题五	164

第 6 章 常微分方程及其应用	168
§6.1 常微分方程问题及基本概念	168
§6.2 微分方程求解	170
**§6.3 建立微分方程模型	184
§6.4 回顾与思考	199
习题六	201
附录 A 简单积分表	204
附录 B 符号计算系统 Mathematica 的常用系统函数	213
附录 C 基本初等函数图像性质	223
参考文献	230

第 1 章 绪 论

§ 1.1 有了数学软件，数学不再难

从小学到中学我们一直在学习数学，有部分人对数学产生了厌倦情绪和恐惧心理，因此一直不能较好地掌握这一门科学，这是因为数学是研究现实世界中的空间形式和数量关系的科学，数学研究的对象决定了它的两个基本特点：高度的抽象性和应用的广泛性。数学的抽象性表现在它暂时不考虑事物的具体内容，而单纯从数量关系的角度来考察。现实世界中许多更为复杂的数量关系，则表现为更抽象的形式，但这种抽象形式，只是在表面上忽略了它实际来源，其内容却非常现实。

人们往往把很多的精力放到数学的抽象形式上，而忽略了它的实际意义，这就使很多人在学习中不明白为什么要进行如此复杂的数学计算及恒等变形，看不到它有什么意义，从而无法对它产生兴趣，尤其在数学计算及恒等变形时，有时还要想些技巧才能完成，这就使他们望而生畏。

本书的立足点在于将数学思想、概念、方法用于解决具体的实际问题，让学生在解决问题过程中去感受数学到底有什么用途，在学习中遇到的复杂的计算与恒等变形，可以借助数学软件来解决。对于那些不擅长初等数学，尤其是计算能力和恒等变形能力欠缺的同学来说，首先可以放下思想包袱，将精力投入到学习数学思想、概念和方法中，学会用数学方法分析实际生活中的问题，建立实际问题的数学模型，运用数学方法分析解决实际问题。用数学方法解决一个实际问题时，首先要对问题的实际背景进行深入的了解，摸清该问题的内在规律，并用数字、图表、公式、符号等表示出来，即所谓数学模型，然后求解模型，得到相应的结果。此结果可供人们进行分析、预测、决策或控制，这一过程人们称之为建立数学模型。建立数学模型的目的主要是为了解决具体的实际问题，在求解实际问题的数学模型时，可将复杂的数学计算问题交由计算机完成。通过在计算机上的实践，使学习者感到数学也可以简单而有趣。

在学习数学的过程中，一定要善于利用计算机和数学软件，常用的数学软件有 Mathematica, Maple, Reduce, Derive, Matlab, MathCad 等，利用数学软件不仅能方便地进行数值计算，而且能方便地进行数学表达式的化简、因式分解、多项式的四则运算等数学推理工作。本书主要介绍在 Windows 环境下的 Mathematica 3.0 在高等数学中的应用。

§ 1.2 初识数学软件 Mathematica

Mathematica 系统是目前世界上应用最广泛的符号计算系统，它是由美国伊利诺大学复杂系统研究中心主任、物理学、数学和计算机科学教授 Stephen Wolfram（1959 年生于伦敦，曾就读于牛津大学和加州理工学院，1979 年被加州理工学院授予博士学位）负责研制的。该系统用 C 语言编写，博采众长，具有简单易学的交互式操作方式、强大的数值计算功能及符号计算功能、人工智能列表处理功能以及与 C 语言和 Pascal 语言一样的结构化程序设计功能。Mathematica 的功能非常多，不仅可以进行基本的计算，还可以进行图像、声音处理以及文件处理。下面来介绍一下 Mathematica 的工作环境及其丰富多彩的

功能。

一、Mathematica 的工作环境

1. Mathematica 的操作界面

双击 Mathematica 的图标，启动 Mathematica 系统，屏幕中出现如图 1-1 所示的窗口。

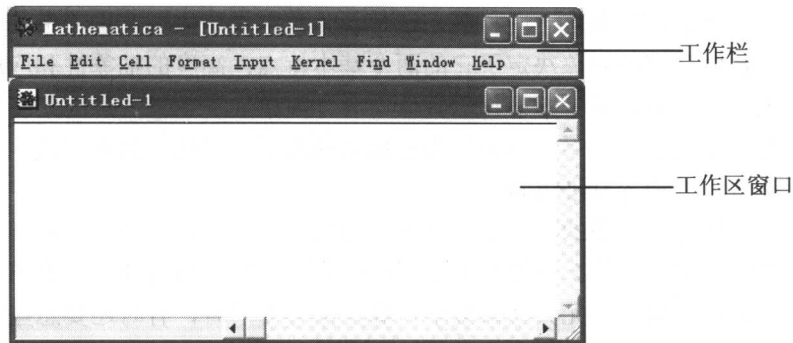


图 1-1

从图 1-1 中可以看到 Mathematica 的窗口与其他应用软件略有不同，主要包括一个执行各种功能的**工作栏**和一个**工作区窗口**，这两部分是分开的，下面的工作区窗口可以随时关闭，只留下工作栏。当需要打开多个工作区窗口时，这些窗口也是彼此分开，可以独立进行操作的，所以这种分开式的窗口结构使用起来很方便。每个工作窗口即为一个文件，Mathematica 用 Notebook 文件类型来存储工作窗口中的内容，其文件名后缀为“.nb”。新建文件的默认文件名为 Untitled-1。当然，也可以在储存文件时使用一个自己喜欢的文件名。

Mathematica 的基本用法并不复杂，首先单击工作区窗口，可以看到工作区窗口的标题栏以高亮度显示，表示该窗口被选中。然后即可输入所需的公式。

【例 1】求解方程式 $x^2 + ax - b = 0$ 的根

解：在工作区中输入：`Solve[x^2+a*x-b==0,x]`，再按**【Shift+Enter】**键执行这个运算，此时会得到如图 1-2 所示的结果。

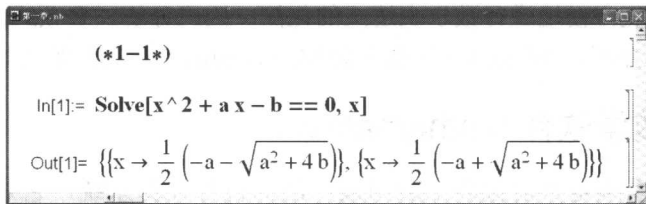


图 1-2

注意事项：

1. 上图中的“**In[1]:=**”与“**Out[1]:=**”为 Mathematica 自动产生。当输入算式时，一定不要把“**In[1]:=**”与“**Out[1]:=**”也敲进去。“**In[n]**”表示第 n 次输入记录，“**Out[n]:=**”表示第 n 次计算结果。

2. 用户的每一次输入和 Mathematica 的每一次输出, 以及相对应的输入和输出, 都被称为“Cell”, 也称为单元, 可以看到, 一个单元的全部内容由右边的方括号“]”来进行标识. 这个方括号就像 Cell 的手柄, 单击这个方括号就选中了这个 Cell, 然后通过按钮操作或执行菜单命令就可以对这个 Cell 进行移动、复制、剪切、计算.

3. 输入完计算公式后, 按【Shift+Enter】键, 让 Mathematica 完成计算. 只按【Enter】键, 可同时输入多个计算公式, 再按【Shift+Enter】键, Mathematica 将对多个公式同时进行计算.

4. 每次使用 Mathematica 时, 第一次计算时间总是比较长. 这是因为 Mathematica 要进行初始化工作, 从第二次起计算就会很迅速了.

5. 按【Alt+.】键可中断计算.

6. 在菜单 File 中选择 Save 命令调出保存文件对话框, 输入文件名, 保存工作区内容.

2. Mathematica 的输入平台

Mathematica 的输入形式可以分为“纯文本”输入及“二维”输入两种形式. 图 1-2 的输入是纯文本输入形式, 它的输入显示方式是一维的纯文本, 而二维输入则可以输入类似手写的数学式. 可以通过键盘上的一些组合键来进行二维输入, 也可以使用 Mathematica 的输入平台.

如公式 $\frac{\pi^2}{2}$ 可以用键盘输入: 用户依次按下【Esc】、【P】、【Esc】键, 在光标处将产生“ π ”字符; 按【Ctrl+^】键, 光标位置将移动到 π 字符的右上角, 允许用户输入 π 的指数 2; 然后用户把光标移动到与 π 平行的位置上, 按【Ctrl+/】键, 将产生分数线; 移动光标到分数线下, 输入分母 2 即可.

选择 Mathematica 主菜单中的 File 菜单, 其中有 Palettes 命令. 选择这一命令, 将会弹出如图 1-3 所示的菜单.

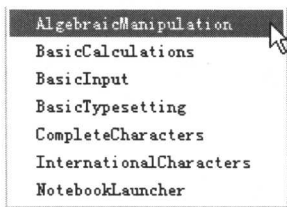


图 1-3

用户可以通过这个菜单执行一些特殊的代数运算 (AlgebraicManipulation); 输入一些基本的运算格式 (BasicCalculations); 输入一些特殊字符 (CompleteCharacters); 等等. 其他几个命令, 可以在计算机上试试它们的功能.

【例 2】把 $\frac{x^2 + 2x + 3}{\sqrt{x}}$ 展开成独立的分式.

解: 在 Mathematica 中进行运算, 具体操作步骤如下:

(1) 选择 Palettes 菜单中的 BasicCalculations 命令.

(2) 单击 Arithmetic and Numbers 选项前的选择符号“▮”将产生如图 1-4 所示的输入平台.

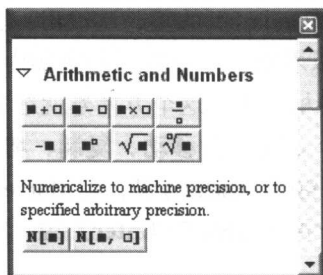


图 1-4

(3) 依次单击 $\frac{\square}{\square}$ 、 $\square^\square$ 按钮，在光标处产生分数线，且在分子式中显示上标，显示结果为 $\frac{\square^\square}{\square}$ ，这时可在分子上输入 $x^2 + 2x + 3$ 。

(4) 将光标移到分母处，点击 $\sqrt{\square}$ ，输入 x 。

(5) 选中所输的内容，显示情况为：
$$\frac{x^2 + 2x + 3}{\sqrt{x}}$$

(6) 选择“Palettes”菜单中的“AlgebraicManipulation”，将产生如图 1-5 所示的输入平台。

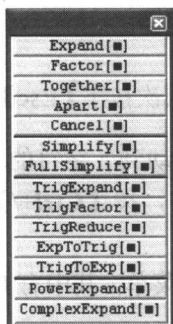


图 1-5

(7) 单击 $\text{Expand}[\square]$ 按钮，得到结果为：
$$\frac{3}{\sqrt{x}} + 2\sqrt{x} + x^{3/2}.$$

二、Mathematica 的基本功能

1. Mathematica 的基本运算功能

用户可以像使用普通的计算器一样使用 Mathematica 的基本计算功能。用户输入命令，按【Shift+Enter】键，Mathematica 将给出计算结果。

【例 3】计算：(1) $\left(2 + \frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{10}\right)^{-2} - \pi^0 + \left(-\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}};$

$$(2) \sqrt[3]{-2} \cdot \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}} \cdot \sqrt[6]{\frac{5}{2} + \sqrt{6}}.$$

解：(1) 其输入输出情况如图 1-6 (a) 所示。

Input: $(*1-3 *)$

Out[3]: $\frac{201}{2} + \frac{3}{2} (-1)^{1/3}$

图 1-6 (a)

从输出结果中可以看到 Mathematica 对 $(-1)^{1/3}$ 没有进行计算, 要想让计算机计算出所需的结果, 在输入算式时需**对负数开方进行处理**. 此式可将 $\left(-\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$ 输入为 $-\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$. 重新输入算式得到所需的结果. 其输入输出情况如图 1-6 (b) 所示.

Input: $\ln[4] = \left(2 + \frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{10}\right)^{-2} - \pi^0 + \left(-\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}}\right)$

Out[4]: 99

图 1-6 (b)

(2) 其输入输出情况如图 1-6 (c) 所示 (**注意将负号进行处理后再进行输入**).

Input: $\ln[5] = (* (2) *) \left(-\sqrt[3]{2}\right) \left(-\sqrt[3]{\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}}\right) \sqrt[6]{\frac{5}{2} + \sqrt{6}}$

Out[5]: $(-\sqrt{2} + \sqrt{3})^{1/3} \left(\frac{5}{2} + \sqrt{6}\right)^{1/6}$

图 1-6 (c)

从输出结果中可以看到 Mathematica 没有对计算结果进行化简, 要想让计算机计算出所需的结果, 可使用函数 **FullSimplify[表达式]** 对此式进行化简. 重新输入算式得到想要的结果. 其输入输出情况如图 1-6 (d) 所示.

Input: $\ln[6] = \text{FullSimplify}\left[\left(-\sqrt[3]{2}\right) \left(-\sqrt[3]{\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}}\right) \sqrt[6]{\frac{5}{2} + \sqrt{6}}\right]$

Out[6]: $\frac{1}{2^{1/6}}$

图 1-6 (d)

【例 4】 计算 (1) $(\lg 5) \times (\lg 8000) + (\lg 2^{\sqrt{3}})^2 + \lg \frac{1}{6} + \lg 0.06$;
(2) 6^{100} ;

(3) $100!$;

(4) $\sin 2 + \cos 3$.

解: 其输入输出情况如图 1-7 (a), 1-7 (b).

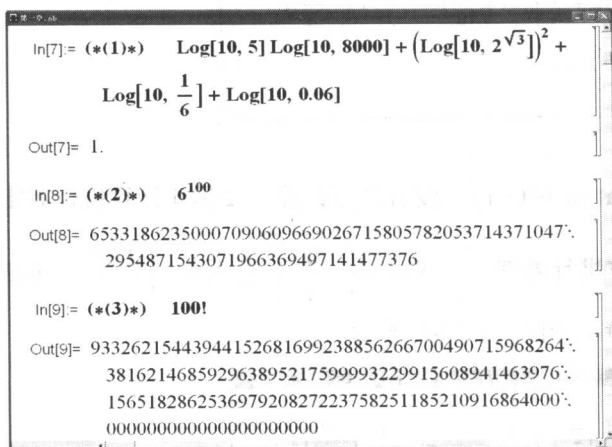


图 1-7 (a)

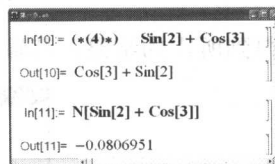


图 1-7 (b)

从图 1-7 (b) 输出结果中可以看到 Mathematica 对于只含准确数的输入表达式也只进行完全准确的运算, 并输出相应的准确结果. 要想得到计算结果的近似值, 可使用函数 **N[表达式, 有效数位数]**.

【例 5】 分别求面积为 100cm^2 的圆盘的半径与直径 (保留 20 位有效数字).

解: 设圆盘的半径为 r , 直径为 d , 面积为 S .

已知 $S=100$

$$\text{则 } r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}, \quad d = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}}.$$

其输入输出情况如图 1-8 所示.



图 1-8

注意事项:

1. 在 Mathematica 的计算过程中, 不对负数开方进行计算, 如果遇到负数开方的情况, 则在输入算式时需对负数开方进行处理. 对于只含准确数的输入表达式也只进行完全准确的运算, 并输出相应的准确结果. 如例 3、例 4.

2. 如果用户只想得到计算结果的近似值, 可使用函数 $N[\text{表达式}, \text{有效数位数}]$. 如例 5.

3. 当用户输入是整数时, Mathematica 认为这个数是精确的, 但如果是个小数, 则 Mathematica 就会假定这是个近似数值. 所以, 只要用户的输入中含有小数, (甚至像“2.”这样带有小数点的数), Mathematica 的计算结果就会是近似的. 当近似的计算结果位数较多时, 就会用科学计数法表示.

4. 例题中用到了“ $\text{FullSimplify}[\text{表达式}]$ ”、“ $\text{Log}[\text{底数表达式}, \text{真数表达式}]$ ”、“ $\text{Sin}[\text{弧度表达式}]$ ”、“ $\text{Cos}[\text{弧度表达式}]$ ”、“ $\text{Sqrt}[\text{表达式}]$ ”、“ $N[\text{表达式}, \text{有效数位数}]$ ”, 它们是 Mathematica 中自带的函数, FullSimplify、Log、Sin、Cos、Sqrt、N 是函数名. FullSimplify 表示将表达式化简到最简式; Log、Sin、Cos、Sqrt 分别用于计算表达式的对数、正弦、余弦、开方的值. 事实上, Mathematica 系统中含有丰富的函数, 后面将结合具体数学内容介绍有关的函数命令.

5. 使用 Mathematica 中自带的函数时, 用户必须注意开头字母要大写, 用方括号括住函数的参数.

6. 例题中还用到了“%”表示最后一次运算的结果, 用“%%”表示倒数第二个计算结果, 用“%%...%”(k 个)表示倒数第 k 个计算结果. “In[12]”表示第 12 次的输入. “Out[12]”表示第 12 次的输出. 在计算中可以利用这些简单形式作进一步计算.

7. Mathematica 中自带了一些常数: Pi 表示圆周率 π , E 表示自然对数的底 e, I 表示复数单位 i, Degree 表示 1° 的弧度数 $\frac{\pi}{180}$, Infinity 表示正无穷 ∞ .

8. Mathematica 中的 4 种括号:

- (1) 圆括号 (): 用来在计算中表示优先计算.
- (2) 方括号 []: 用在函数中, 表示其中为函数的参数.
- (3) 大括号 { }: 用来表示集合.
- (4) 双括号 []]: 用来表示索引.

2. Mathematica 符号运算功能

Mathematica 最大的特点是具有符号运算功能.

【例 6】设有多项式 $3x^2 + 2x - 1$ 和 $x^2 - 1$.

- (1) 求二者的和、差、积、商;
- (2) 将二者的积分解因式;
- (3) 将二者的积展开成单项式之和.

解: 设 $p_1 = 3x^2 + 2x - 1$, $p_2 = x^2 - 1$, 输入输出情况如图 1-9 所示.

【例 7】解方程 $\sin x + 2\cos x = 1$.

解法 1: 直接输入方程以 x 为未知数.

注: 用这种方式求解由于采用了反函数, 因此会丢掉一些解, Mathematica 会发出相应的

警告, 需要用户注意. 要得到全部的解可采用解法 2.

解法 2: 把与变量有关的函数看作未知数, 同时把这些函数之间的关系作为条件, 来解这种新构成的方程组. 方程组为 $\begin{cases} \sin x + 2 \cos x = 1 \\ \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \end{cases}$, 未知数为 $\sin x, \cos x$.

```
(*1-6 *)
In[18]:= p1 = 3 x^2 + 2 x - 1; p2 = x^2 - 1;
In[19]:= (*1) *)
Print["(", p1, ") + (", p2, ") = ", p1 + p2]
Print["(", p1, ") - (", p2, ") = ", p1 - p2]
Print["(", p1, ") (", p2, ") = ", p1 * p2]
Print["(", p1, ") / (", p2, ") = ", p1 / p2]
(-1 + 2 x + 3 x^2) + (-1 + x^2) = -2 + 2 x + 4 x^2
(-1 + 2 x + 3 x^2) - (-1 + x^2) = 2 x + 2 x^2
(-1 + 2 x + 3 x^2) (-1 + x^2) = (-1 + x^2) (-1 + 2 x + 3 x^2)
(-1 + 2 x + 3 x^2) / (-1 + x^2) =  $\frac{-1 + 2 x + 3 x^2}{-1 + x^2}$ 
In[23]:= (*2) *) Factor[p1 * p2]
Out[23]:= (-1 + x) (1 + x)^2 (-1 + 3 x)
In[24]:= (*3) *) Expand[p1 * p2]
Out[24]:= 1 - 2 x - 4 x^2 + 2 x^3 + 3 x^4
```

图 1-9

其输入输出情况如图 1-10 所示.

```
(*1-7 *)
In[25]:= Solve[Sin[x] + 2 Cos[x] == 1, x]
Solve::ifun : Inverse functions are being used by Solve,
so some solutions may not be found.
Out[25]:= {{x ->  $\frac{\pi}{2}$ }, {x -> -ArcCos[ $\frac{4}{5}$ ]}}
In[26]:= Solve[{Sin[x] + 2 Cos[x] == 1, (Sin[x])^2 + (Cos[x])^2 == 1},
{Sin[x], Cos[x]}]
Out[26]:= {{Sin[x] -> - $\frac{3}{5}$ , Cos[x] ->  $\frac{4}{5}$ }, {Sin[x] -> 1, Cos[x] -> 0}}
```

图 1-10

【例 8】 已知 $y = 3x + 2$, 当 $x = 1$ 及 $x = a + b$ 时, 求 y .

解: 其输入输出情况如图 1-11 所示.