

• 高级中学选修课教材 •

GAOJI ZHONGXUE XUANXIUKE JIAOCAI

数学实用问题

(上册)

人民教育出版社中学数学室 编著



人民教育出版社

高级中学选修课教材

数学实用问题

(上 册)

人民教育出版社中学数学室 编著

人 民 教 育 出 版 社

高级中学选修课教材

数学实用问题

(上册)

人民教育出版社中学数学室 编著

*

人民教育出版社 出版发行

网址: <http://www.pep.com.cn>

北京四季青印刷厂印装 全国新华书店经销

*

开本: 787 毫米×1 092 毫米 1/32 印张: 8 字数: 166 000

1993 年 1 月第 1 版 2006 年 6 月第 17 次印刷

印数: 487 001~496 000

ISBN 7-107-01695-4 定价: 3.75 元
G·3225 (课)

如发现印、装质量问题,影响阅读,请与出版科联系调换。

(联系地址: 北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编: 100081)

出版说明

为了更好地贯彻教育方针，在使学生全面地打好基础的前提下，发展他们的兴趣和特长，增强适应社会生活和生产的能力，解决当前普通高中存在的文理分科，学生知识结构不尽合理，学生课业负担过重，不利于全面提高学生素质的问题，国家教育委员会颁布了《现行普通高中教学计划的调整意见》。

这个《调整意见》规定学科课程采取必修课与选修课两种形式。同时指出普通高中开设两种不同形式的选修课。一种是高中三年级开设的分科性选修课，一种是高中一、二年级开设的单课性选修课。

为满足各地实施《调整意见》的需要，我社编辑出版了部分供高中一、二年级开设单课性选修课教材，供各地选用。它包括语文、数学、外语等学科，还包括计算机、环境教育、职业指导等学科。从内容上看，这些选修课基本上可以分为以下两种类型：(1)与必修课相关的选修课教材，内容是必修课内容的拓宽和加深，如《文言文选读》、《简易逻辑和平面向量》、《一元二次函数与一元二次方程》；(2)与必修课联系不太密切，但对学生今后发展很有用的知识性或综合性选修课教材，如《数学实用问题》、《环境教育》、《程序设计》、《职业指导》等。

为了编好这套选修课教材，我社组织了由长期从事教材

编写的专业人员和具有丰富教学经验的教师，以及有关的专家、学者、科研人员组成编写队伍。其中有些教材经过几年来的教学实践，取得了良好的效果，受到师生的好评和欢迎。

为适应教学需要，我社还将继续组织出版一部分选修课教材以及与其配套的教学参考书。为了使选修课教材更加完善与充实，热烈欢迎广大教师、学生和关心教育的各界人士提出宝贵意见。

人民教育出版社

1993.1

前 言

为了适应高中开设选修课的需要,我们选编了《数学实用问题》,供高中一、二年级单课性选修课选用。

学生学习数学,从感性认识上升到理性认识,还有一个再回到实践的过程。学生学到了数学知识,是一次飞跃;而要能够实际应用这些知识,则是又一次更重要的飞跃。一般的数学习题,是数学知识的一种应用,不能加以忽视。但是运用数学知识解决实际问题,则更是学生应用知识的一个重要方面。

本书选列了在生产劳动和科学技术中能用中学数学知识解决的一些实际问题,涉及的范围有工业、农业、商业以至天文、地理、理化、生物等等方面。按所用的数学知识由浅入深加以排列。上册中的问题主要可用初中和高一的数学知识解决,下册中的问题主要可用高一和高二的数学知识解决。每个问题都作为数学问题提出,然后加以解答,并对其中的实际情况和数学原理作了说明。

希望本书有助于选修读者复习巩固数学基础知识和基本技能,培养分析问题和解决问题的能力,了解数学知识是怎样应用于解决实际问题的,提高学习数学的兴趣,树立学好数学为祖国建设服务的正确目的,为今后参加生产劳动和进一步学习科学技术作好准备。

参加本书编写的有吕学礼、杨万里、康合太。责任编辑康合太。

对本书的缺点错误，敬请批评指出，以便改正。

人民教育出版社中学数学室

1993. 1.

目 录

前言	1
一、科学记数法	1
二、公式	9
三、方程和方程组	21
四、统计初步	40
五、直线形	47
六、比例线段、相似形	70
七、圆和正多边形	88
八、解直角三角形	133
九、解斜三角形	154
十、正变反变、二次函数	163
十一、指数函数和对数函数	183
十二、弧度	201
十三、三角函数和反三角函数	205
十四、直线和平面	217
十五、柱锥台球	226

一、科学记数法

1. 这个星体距离地球多少公里？

有一个很遥远的星体，距离地球约 120 亿光年。一个光年就是光线走一年的路程，而光线一秒钟可走 30 万公里。

那么这个星体距离地球多少公里呢？

说明和解答：

光线 1 秒钟走 30 万公里，即 3×10^5 公里。

1 年约有 365 天，1 天有 86400 秒。

这个星体距离地球约 120 亿光年，即约 1.2×10^{10} 光年。

由此可知，这个星体距离地球的公里数约是

$$3 \times 10^5 \times 86400 \times 365 \times 1.2 \times 10^{10} \approx 1.1 \times 10^{23}.$$

就是说，这个星体距离地球约 1.1×10^{23} 公里。

2. 我国领土面积上一年内

可以获得多少太阳能？

万物生长靠太阳。人类所用的能量的巨大来源是太阳能。太阳投射到地球表面的能量一年内约为 5.1×10^{20} 大卡。

地球的表面积约是 5.1×10^8 平方公里，我国领土面积约占 9.6×10^6 平方公里。

那么，我国领土面积上一年内可以获得多少太阳能呢？

把这些太阳能换算为燃煤所放出的能量，已知 1 公斤标准煤完全燃烧所放出的能量约是 7×10^3 大卡，那么我国领土面积上一年内获得的太阳能约相当于多少吨标准煤燃烧所放出的能量呢？

说明和解答：

太阳投射到地球表面的太阳能一年内约为 5.1×10^{20} 大卡，我国领土面积占地球表面积的 $(9.6 \times 10^6) \div (5.1 \times 10^8)$ ，所以我国领土面积上一年内可以获得的太阳能约是

$$5.1 \times 10^{20} \times \frac{9.6 \times 10^6}{5.1 \times 10^8} \text{大卡,}$$

即约为 9.6×10^{18} 大卡。

已知 7×10^3 大卡的能量大约相当于 1 公斤标准煤燃烧时所放出的能量，那么 9.6×10^{18} 大卡的能量换算为燃烧标准煤的公斤数是

$$9.6 \times 10^{18} \div (7 \times 10^3) \approx 1.4 \times 10^{15} (\text{公斤}).$$

就是说，我国领土面积上一年内获得的太阳能约相当于完全燃烧 1.4×10^{12} 吨（一万四千亿吨）标准煤所放出的能量。

3. 太阳供给地球多少马力的功率？

地球上万物的生长，都是靠太阳供给的能量。

地球平均每分钟约从太阳得到 2500 万亿 (2.5×10^{15}) 大卡的热能。从物理学中知道, 1 大卡的热能相当于 427 千克米的功能, 而 1 马力就是在 1 秒钟之内能做 75 千克米功的功率(功率是做功的快慢程度)。

那么太阳供给地球的功率相当于多少马力呢?

说明和解答:

太阳每分钟供给地球 2.5×10^{15} 大卡的热能。

因为 1 大卡的热能相当于 427 千克米的功能, 所以太阳每分钟供给地球的功能有 $427 \times 2.5 \times 10^{15}$ 千克米。

平均在 1 秒钟之内, 太阳供给地球的功能是

$$\frac{427 \times 2.5 \times 10^{15}}{60} \text{ 千克米。}$$

因为在 1 秒钟之内做 75 千克米功的功率就是 1 马力, 所以太阳供给地球的功率相当于 $\frac{427 \times 2.5 \times 10^{15}}{60 \times 75}$ 马力, 即约 2.37×10^{14} 马力 (237, 000, 000, 000, 000 马力)。

4. 雷达怎样测量目标的距离?

雷达向目标发出电波, 经目标反射回来, 根据电波一去一回所需的时间, 就可以算出目标的距离。

电波的速度是固定的, 每秒 3×10^8 千米。把这个速度乘以电波一去一回所需的时间, 就得一去一回的路程。一去一回路程的一半, 就是目标离雷达的距离。

雷达测距计算时间，一般以微秒做单位。微秒是毫秒的千分之一，而毫秒又是秒的千分之一，就是说，1 毫秒是 $\frac{1}{1000}$ 秒，即 10^{-3} 秒；一微秒是 $\frac{1}{1000000}$ 秒，即 10^{-6} 秒。

如图 1，电波从雷达发出，到达目标 A、B、C 并反射回来，分别需要 560 微秒、750 微秒、1.2 毫秒。那么 A、B、C 离雷达的距离各是多少千米呢？

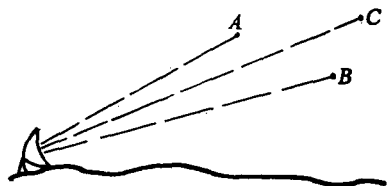


图 1

说明和解答：

电波到达目标 A，一去一回需 560 微秒，那么一去一回的路程是

$$3 \times 10^5 \times 560 \times 10^{-6} = 168 \text{ (千米)}.$$

因此单程就是

$$168 \div 2 = 84 \text{ (千米)}.$$

就是说，目标 A 离雷达的距离是 84 千米。

同样，可以算得目标 B 离雷达的距离是

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 10^5 \times 750 \times 10^{-6} = 112.5 \text{ (千米)};$$

目标 C 离雷达的距离是

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 10^5 \times 1.2 \times 10^{-3} = 180 \text{ (千米)}.$$

在雷达站，通常用阴极射线管做成指示器，在指示器的荧光屏上可以直接读出目标的距离。如本题中，目标 A、B、C 的

距离可以在指示器上读出如图 2.

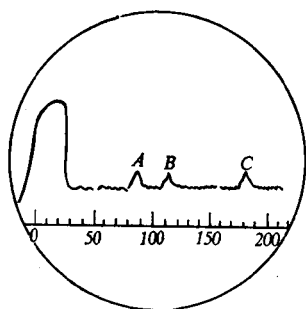


图 2

5. 波长和频率之间有什么关系?

中央人民广播电台使用的一个广播频率是 640 千赫, 波长是 469 米; 北京人民广播电台使用的一个立体声广播频率是 94.5 兆赫, 波长是 3.17 米.

无线电波的波长和频率之间有什么关系?

说明和解答:

要明白无线电波的波长和频率之间有什么关系, 先要知道什么是波长和频率.

无线电波是一种振荡, 好像石子投在水中引起的水波. 无线电波的波长就是它在完成一次全振荡的时间内所传播的距离. 无线电波的频率就是它在一秒钟内所完成的全振荡的

次数。

因此，很容易看到，波长与频率的积就是波在一秒钟内所传播的距离。

波在一秒钟内所传播的距离叫做波速、无线电波的波速是一个固定的数值(在真空中和在空气中相差很小)，即约每秒 30 万千米，也就是 3×10^8 米/秒。

如果用 λ (米) 表示无线电波的波长， f (每秒全振荡次数) 表示它的频率，那么就有下面的关系式：

$$f \cdot \lambda = 3 \times 10^8.$$

利用这个关系式，我们就可以根据无线电波已知的频率求波长，也可以根据已知的波长求频率了。

例如，广播频率是 640 千赫时，即 $f = 640 \times 1000 = 6.4 \times 10^5$ ，那么

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{6.4 \times 10^5} \approx 469,$$

即波长是 469 米。

又如，波长是 3.17 米时，即 $\lambda = 3.17$ ，那么

$$f = \frac{3 \times 10^8}{3.17} \approx 9.46 \times 10^7,$$

即广播频率是 9.46×10^7 赫，也就是 94.6×10^6 赫，即 94.6 兆赫(1 兆就是 1,000,000)。

6. 相当于多少石油？多少标准煤？

我们知道，1 公斤石油燃烧时约释放能量 1×10^4 大卡；1

公斤标准煤燃烧时约释放能量 7×10^8 大卡；1 公斤氘氚混合物聚变反应时约释放能量 8.1×10^{10} 大卡；1 公斤铀-235 裂变时约释放能量 1.6×10^{10} 大卡。那么

(1) 1 公斤氘氚混合物聚变反应时释放的能量相当于多少石油或标准煤燃烧时释放的能量呢？

(2) 1 公斤铀-235 裂变时释放的能量相当于多少石油或标准煤燃烧时释放的能量呢？

说明和解答：

$$(1) (8.1 \times 10^{10}) \div (1 \times 10^4) = 8.1 \times 10^6;$$

$$(8.1 \times 10^{10}) \div (7 \times 10^3) \approx 1.2 \times 10^7.$$

因此，1 公斤氘氚混合物聚变反应时释放的能量相当于 8100 吨石油或约 12000 吨标准煤燃烧时释放的能量。

$$(2) (1.6 \times 10^{10}) \div (1 \times 10^4) = 1.6 \times 10^6;$$

$$(1.6 \times 10^{10}) \div (7 \times 10^3) \approx 2.3 \times 10^6.$$

即 1 公斤铀-235 裂变时释放的能量相当于 1600 吨石油或约 2300 吨标准煤燃烧时释放的能量。

7. 激光测距的相对误差是百分之多少？

一个 6.25 毫米的长度，如果测得 6.27 毫米，那么就有 0.02 毫米的误差。这样的误差叫做绝对误差，绝对误差对于原长度的比，叫做相对误差。例如绝对误差 0.02 毫米，对于原长度 6.25 毫米来说，相对误差就是 $\frac{0.02}{6.25}$ 。

相对误差通常写成百分数的形式，例如上面的相对误差 $\frac{0.02}{6.25}$ 可以写成

$$\frac{0.02}{6.25} \times 100\% = 0.32\%.$$

利用激光测量距离，精度相当高。从地球到月球的距离是 3.8×10^5 千米，用激光测量，误差不到 45 米，进一步改进后，甚至可以小于 80 厘米。

如果误差是 45 米，那么相对误差是百分之多少呢？如果误差是 80 厘米，那么相对误差是百分之多少呢？

说明和解答：

一律化成以米为单位，那么 3.8×10^5 千米就是 $3.8 \times 10^5 \times 1000$ 米，即 3.8×10^8 米；45 米就是 45 米，80 厘米就是 0.8 米。

原长度是 3.8×10^8 米，如果误差是 45 米，那么相对误差是

$$\frac{45}{3.8 \times 10^8} \approx 1.2 \times 10^{-7},$$

也就是

$$1.2 \times 10^{-7} \times 100\% = 1.2 \times 10^{-5}\%.$$

如果误差是 0.8 米，那么相对误差是

$$\frac{0.8}{3.8 \times 10^8} \approx 2.1 \times 10^{-9}.$$

也就是

$$2.1 \times 10^{-9} \times 100\% = 2.1 \times 10^{-7}\%.$$

二、公 式

1. 应有多少单利息?

工商银行三年期的定期储蓄存款月利率是 0.69%，五年期的定期储蓄存款月利率是 0.78%。

存款 1500 元，如果是三年期的定期储蓄，那么到期时应有多少利息呢？本利共是多少呢？如果是五年期的定期储蓄，那么到期时应有多少利息呢？本利共是多少呢？

说明和解答：

工商银行的定期储蓄存款是按单利计算利息的。就是说，存满一月，按月利率计算利息，第二个月仍以原来的本金为本金，仍按原月利率计算利息，并不把第一个月所得的利息并入本金计算利息。即，始终只按原本金计算每个月的利息，而利息不再生息。所以，这样的利息叫做单利息。

因此，存款 1500 元，对三年期的定期储蓄来说，按月利率 0.69% 计算，一个月应得利息 $1500 \times 0.69\%$ 元。每个月有利息 $1500 \times 0.69\%$ 元，三年有 36 个月，到期时，共应得利息

$$1500 \times 0.69\% \times 36 = 372.6 (\text{元}).$$

这时，本利共有

$$1500 + 372.6 = 1872.6 (\text{元}).$$