教材精讲
与中考
试题研究

大象专题

北京名师新奉献

四边形

初中数学

丛书主编　希　扬

大象出版社

大象专题——教材精讲与中考试题研究

四边形

丛书主编　希　扬

本册编写　彭广仁

责任编辑　王艳芳

责任校对　石更新

版式设计　尚文生

出　版	大象出版社 （郑州市经七路25号　邮政编码450002）
网　址	www.daxiang.cn
发　行	大象出版社总发行部
经　销	全国新华书店
制　版	河南第一新华印刷厂
印　刷	河南第一新华印刷厂
版　次	2004年2月第1版　2004年2月第1次印刷
开　本	890×1240　1/32
印　张	6.75
字　数	252千字
印　数	1—5 000册
书　号	ISBN 7-5347-3330-8/G·2737
定　价	8.10元

若发现印、装质量问题，影响阅读，请与承印厂联系调换。

印厂地址　郑州市经五路12号

邮政编码　450002　　　电话　(0371)5957860-351

编 委 会 名 单

总 策 划：大象出版社

丛书主编：希　扬

副 主 编：彭广仁　魏秀敏　李　利
孔　杰　彭　勃

编　　委：封学英　赵　霞　李瑞萍
翁文利　陈　方　李　健
马　静　高全华　郝宏文
陈育红　冯　鸣　姜立波
隋　芳　张永忠　李历清
刘丽烨

执行策划：北京斜阳编辑服务中心

编写说明

BIAN XIE SHUO MING

在学习的过程中，每个学生都会遇到不同的难关，有人学不好数学的三角函数，有人最怵物理的受力分析，还有人看到有机化学的题就发蒙。而传统的同步类辅导书在指导学生学习时，以年级划分、章为单位，平均分配兵力，很难针对学生的弱点对症下药。因此大象出版社经过深入的市场调研和精心策划，专门组织高水平的作者队伍，为学生编写了这套突破专题知识的丛书。

本丛书共分为数理化三科，按照知识块分专题成书，根据教育部最新的《国家课程标准》及教学过程中公认的知识体系编写，不局限于某一版本的教材，可适用于各地使用各种版本教材的教师和学生。旨在通过详细的讲解和训练，使学生在某一年级某一学习阶段就某一专题达到牢固掌握的水平，并通过密切联系中(高)考来拓展和深化该专题的知识体系，使学生在中(高)考中获得好成绩。

丛书各专题内容为相对独立的知识块，按先基础后综合的模式编写。基础部分按教学过程中的相关章节编写，各章分为知识讲解和中(高)考试题研究两部分。知识讲解部分的内容有：

专题概述：描述本专题知识在学科学习中的地位、作用及历年来在中(高)考中被考查的情况。

知识网络：包括专题知识网络和本章知识网络。以框图形式勾勒本章知识结构及知识之间相关联系，在学生头脑中留下清晰的知识脉络。

精讲·精析·精练：重在打基础，将知识点讲透练透。讲解与例题力求精准、透彻、全面，不是仅仅停留在教材水平上，而是将教师教学经验融于其中，讲出理解问题的关键点、记忆的窍门、易混易错之处。通过叙述、对比、点拨等手段解决学生初学知识点时的所有困惑，使学生牢固掌握概念，打好学习基础。

设置**重点难点热点**、**知识点精析**、**典型例题分析**、**夯实基础训练**几个栏目。

巩固·拓展·提高：重在提高和拓展，这部分源于课本知识，但更丰富和深入。旨在使学生开阔眼界，提高能力，内容为水平高、难度大的综合性较强的知识和题目，满足学生提高和在考试中取得好成绩的需要。设置**疑难互动问答**、**进阶例题研究**、**拓展提高训练**几个栏目。

中（高）考试题研究则是以本章知识在中（高）考中的历年试题（各地各类）为研究对象和写作内容，站在中（高）考的高度上对一章知识进行综合，将知识的学习和应用提高到一个新的水平上。设置：**中（高）考数据分析**、**中（高）考经典回放**、**中（高）考题型设计**、**中（高）考实战演练**几个栏目。

专题知识综合应用是放在全书最后的综合内容，将整个专题知识放到学科学习和 3+X 高考情境中研究。设置**专题知识整合**、**联系实际应用**、**3+X 解读**、**专题知识综合测试**等栏目。其中 3+X 解读栏目又由学科内综合解读、学科内综合应用训练、理科综合解读、理科综合应用训练、文理大综合解读、文理大综合应用训练等内容组成。这部分内容旨在培养学生综合利用知识解决问题的能力。

通过"基础—提高—综合—应用"这几个层面逐渐深入地学习专题知识，我们期待着每一位使用《大象专题》的学生都能在这一专题的学习中打下牢固的基础，取得长足的进步。鉴于本书编写难度大、时间紧，疏漏在所难免，恳请广大读者批评指正，以便再版时完善。

《大象专题》编委会

BIAN XIE SHUO MING

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目录

●专题概述

●第一章　四边形

●第二章　平行四边形

●第三章　梯形

目　录

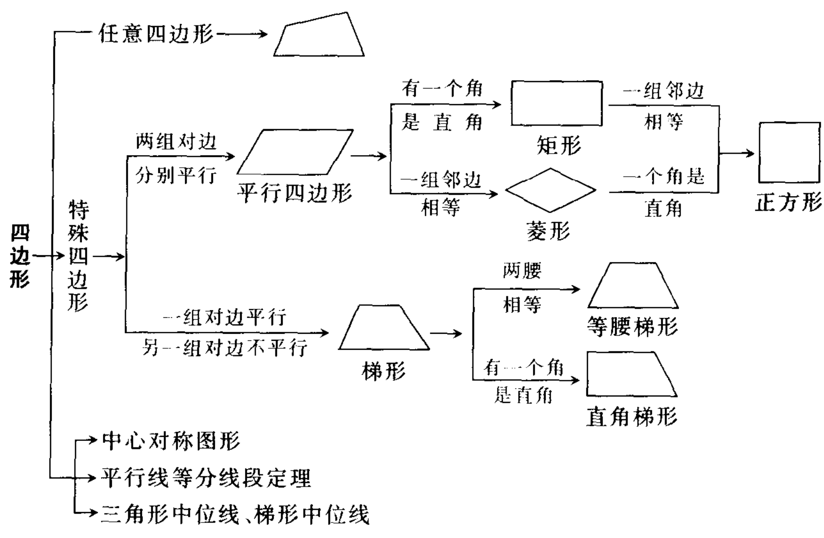
●专题知识综合应用

专题概述

四边形是人们日常生活和生产中应用较广泛的图形，铺在地面上的地砖，空中飘舞的风筝，公园中草坪的防护栏，居室的门窗，教室中的黑板……到处都是四边形．

四边形是平行线和三角形知识的应用和深化．通过本专题的学习，应掌握特殊的四边形的性质和判定，并能熟练地运用它们进行证明和计算；学会添加辅助线处理复杂问题的方法，就是把复杂的图形通过添加辅助线分解为简单的图形，把不熟悉的图形转化为熟知的图形，从而使问题获解的思想方法．

专题知识网络



第一章 四边形

本章知识网络

- 四边形
  - 定义
  - 内角和——外角和
  - 不稳定性
- 多边形
  - 定义
  - 内角和定理——推论:外角和等于360°
  - 对角线

本章介绍了四边形的定义及内角和与外角和的概念,并介绍了四边形的不稳定性,进而给出了多边形的相关知识.本章的重点是初步树立添加辅助线,把多边形问题转化为三角形问题求解的思想.难点是对四边形不稳定性的理解,以及对 n 边形对角线条数为 $\frac{1}{2}n(n-3)$ 的认识.

1.1 四 边 形

精 讲 · 精 析 · 精 练

重点难点连接点

重点 1. 四边形概念. 2. 四边形内角和定理.

难点 四边形的不稳定性.

知识网络连接点 四边形的内角和及外角和.

知识点精析

1. 四边形的定义

在平面内,由不在同一条直线的四条线段首尾顺次相接组成的图形叫做四边形.

对于四边形的定义需深入理解,应特别注意以下几点:

(1)对于四边形的表示方法,要注意顶点字母的顺序.

如图 1－1 所示的四边形记作四边形 $ABCD$ 或四边形 $CBAD$ 均可,但不能把顶点的顺序打乱,记为四边形 $ACBD$. 不遵守这个规定,将给以后对四边形的研究带来混乱.

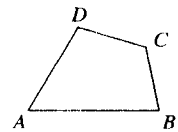


图 1－1

(2)为什么要强调"在平面内"这个条件?

这是因为还有不是在同一平面内的四边形,如图 1－2 中的正方体的四个顶点 A、D、G、C 组成的四边形 $ADGC$ 就是不在同一平面内的四边形,这样的四边形叫做空间四边形. 因为我们目前所研究的四边形是平面图形,所以四边形的定义中,不能缺少"在平面内"的条件.

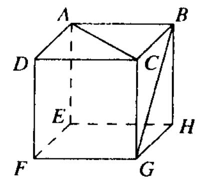


图 1－2

(3)为什么强调"不在同一直线上的四条线段"?

请你在纸上画四条线段,且其中有两条线段在同一条直线上,让它们首尾顺次相接,你会发现构成的图形不是四边形,而是一个三角形.

(4)我们说的四边形是指凸四边形.

凸四边形即不论作出四边形哪一条边所在的直线,整个图形都在所得直线同一旁的四边形.

2. 四边形的内角和定理

如图 1－3,连结四边形 $ABCD$ 的对角线 BD,把四边形分成两个三角形:$\triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$,四边形的四个内角和恰好等于两个三角形的内角和,所以得到定理:**四边形的内角和等于 360°**.

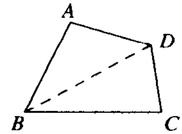


图 1－3

3. 四边形的外角和

(1)四边形外角和的定义.

四边形的外角是与它有公共顶点的内角的邻补角,所以在四边形的每个顶点处都有四边形的两个外角,这两个外角是对顶角,因此,这两个外角相等. 在四边形的每个顶点处取它的一个外角,这四个外角的和就是四边形的外角和.

(2)四边形的外角和等于 360°.

如图 1－4,由于 $\angle 1 + \angle BAD = 180°$,

$\angle 2+\angle ADC=180°$，$\angle 3+\angle BCD=180°$，

$\angle 4+\angle CBA=180°$，

$\therefore\ (\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4)+(\angle BAD+\angle ADC+\angle BCD+\angle CBA)=720°$.

而 $\angle BAD+\angle ADC+\angle BCD+\angle CBA=360°$，

$\therefore\ \angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=360°$.

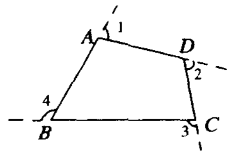


图 1－4

于是，得到定理：四边形的外角和等于 360°.

4. 四边形的不稳定性

四边形的四条边长确定后，不能确定它的形状. 形状改变是指四边形的某些内角改变. 但应注意，四边形形状改变，其边长不变，内角和也不变.

典型例题分析

例 1 四边形 $ABCD$ 中，如果 $\angle A:\angle B:\angle C:\angle D=2:3:3:4$，求 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$、$\angle D$ 的度数.

分析 题中给出了四边形的四个内角的份数比，再由四边形四个内角和为 360°，可求出每个角的度数.

解 设比的一份为 k，则 $\angle A=2k$，$\angle B=3k$，$\angle C=3k$，$\angle D=4k$.

$\because\ \angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$，

$\therefore\ 2k+3k+3k+4k=360°$.

解得 $k=30°$.

$\therefore\ \angle A=60°$，$\angle B=90°$，$\angle C=90°$，$\angle D=120°$.

点拨 (1) 本题应用了设参数 k 的代数方法列出方程，先求得 k，进而求得 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$、$\angle D$ 的度数；(2) 当题中有比例关系时，常采用设参数 k 的方法，得出方程求解. 设参数 k 可使得方程中的未知数减少，起到化繁为简和消元的作用，使解题过程简明、清晰.

例 2 是否存在这样的四边形：它的每个外角都等于它相邻内角的对角？

分析 构造四边形 $ABCD$，使 $\angle DAB=120°$，$\angle DCB=60°$（如图 1－5），则四边形 $ABCD$ 符合条件.

解 存在. 如图 1－5，四边形 $ABCD$ 中，$\angle DAB+\angle BCD=120°+60°=180°$，$\angle 3+\angle BCD=180°$，所以 $\angle 3=\angle BAD$. 同理可证 $\angle 1=\angle DCB$. 因为 $\angle ABC+\angle ADC+\angle DAB+\angle BCD=360°$，所以 $\angle ABC+\angle ADC=360°-180°=180°$，又 $\angle 2+\angle ADC=180°$，所以 $\angle 2=\angle ABC$，同理可证 $\angle 4=\angle ADC$.

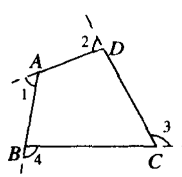


图 1－5

点拨 根据四边形内角和等于 360° 的定理可知，只要构造一组对角互补的

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

四边形即可.

例3 请你用四边形的性质说明活动拉门的设计原理,再说明为什么活动拉门上了锁就不能再活动了.

分析与解 活动拉门是利用四边形的不稳定性设计的;用上锁来固定活动拉门是利用了三角形的稳定性.

点拨 生活中体现四边形不稳定性的应用实例还很多,请你再举出一些.

夯实基础训练

1. 四边形 $ABCD$ 中,$\angle A$ 与 $\angle C$ 互补,$\angle B=75°$,则 $\angle D=$________.

2. 四边形的四个内角之比为 3:4:5:6,则四个外角的度数之比为________.

3. 四边形 $ABCD$ 中,$\angle B$、$\angle C$ 的外角分别为 120°和 50°,并且 $\angle A$ 与 $\angle D$ 的度数比为 2:3,则 $\angle A=$________.

4. 四边形中最多有________个直角,最多有________个钝角,最多有________个锐角,最少有________个钝角,最少有________个锐角.

5. 四边形 $ABCD$ 不可以表示成(　　)

　A. 四边形 $DCBA$　　B. 四边形 $BADC$

　C. 四边形 $ACBD$　　D. 四边形 $BCDA$

6. 四边形 $ABCD$ 中,$AB\perp BC$,$CD\perp AD$,则 $\angle A$ 与 $\angle C$ 的关系是(　　)

　A. $\angle A=\angle C$　　B. $\angle A$ 与 $\angle C$ 互补

　C. $\angle A>\angle C$　　D. $\angle A<\angle C$

7. 四边形 $ABCD$ 的周长记为 m,两条对角线 AC、BD 的和记为 n,则 m 与 n 的关系是(　　)

　A. $m>n$　　B. $m<n$

　C. $m=n$　　D. m,n 的大小关系不能确定

8. 下列说法中,正确的是(　　)

　A. 四边形是边数最少的多边形

　B. 在平面内,由四条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做四边形

　C. 四边形的内角和与外角和相等

　D. 如果一个四边形的四个内角之比是 2:2:3:5,那么这四个内角中有两个角是直角

9. 已知四边形 $ABCD$ 中,$\angle A:\angle B:\angle C:\angle D=3:4:6:7$,求 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$、$\angle D$ 的度数.

10. 四边形 $ABCD$ 中,$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$、$\angle D$ 四个内角的度数后面的一个依次比前面的一个大 15°,求 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$、$\angle D$ 的度数.

11. 四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=27°$，$\angle B=\angle C=\angle D$，求 $\angle B$ 的度数.

12. 四边形 $ABCD$ 中，和 $\angle B$ 相邻的外角比 $\angle A$ 大 $40°$，$\angle C:\angle A=3:2$，$\angle D$ 比 $\angle C$ 小 $20°$，求 $\angle D$ 的度数.

答案与解析

1. **解**：$\because$ $\angle A+\angle C=180°$，$\angle A+\angle C+\angle B+\angle D=360°$，$\therefore$ $\angle B+\angle D=180°$，$\angle D=180°-\angle B=180°-75°=105°$.

2. **解**：设四边形 $ABCD$ 中，$\angle A:\angle B:\angle C:\angle D=3:4:5:6$. 可设 $\angle A=3x$，$\angle B=4x$，$\angle C=5x$，$\angle D=6x$. $\because$ $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$，$\therefore$ $3x+4x+5x+6x=360°$. 解得 $x=20°$. 所以 $\angle A=60°$，$\angle B=80°$，$\angle C=100°$，$\angle D=120°$. 又设和 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$、$\angle D$ 相邻的外角分别为 $\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$、$\angle 4$，则 $\angle 1=120°$，$\angle 2=100°$，$\angle 3=80°$，$\angle 4=60°$. $\therefore$ $\angle 1:\angle 2:\angle 3:\angle 4=6:5:4:3$. **答案**：四个外角度数之比为 $6:5:4:3$. **点拨**：先求四个内角的度数，再求相邻外角的度数.

3. **解**：$\because$ $\angle B$、$\angle C$ 的外角分别为 $120°$ 和 $50°$，$\therefore$ $\angle B$、$\angle C$ 分别为 $60°$ 和 $130°$. $\because$ $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$，$\therefore$ $\angle A+\angle D=360°-\angle B-\angle C=360°-60°-130°=170°$. 设 $\angle A=2x$，$\angle D=3x$，则 $2x+3x=170°$，$x=34°$. $\therefore$ $\angle A=2x=68°$.

4. **解**：$\because$ 四边形四个内角和为 $360°$，当四个内角相等时，每个角为 $90°$，$\therefore$ 四边形最多有四个直角. $\because$ 四边形的四个内角和为 $360°$，而锐角的度数小于 $90°$，$\therefore$ 四边形中不能有四个锐角，当四边形有三个锐角时，三个锐角和小于 $270°$，这时第四个角为钝角，$\therefore$ 四边形最多有三个锐角. $\because$ 四边形内角和为 $360°$，一个钝角的度数在 $90°$ 和 $180°$ 之间，所以四边形四个角不能都是钝角，当四边形有三个角是钝角且三个角的度数和小于 $360°$ 时，四边形的第四个角是锐角，$\therefore$ 四边形最多有三个角是钝角. $\because$ 当四边形的四个角都是直角时，四边形中没有锐角也没有钝角，$\therefore$ 四边形最少有零个锐角，最少有零个钝角. **答案**：四边形中最多有四个直角，最多有三个钝角，最多有三个锐角，最少有零个钝角，最少有零个锐角.

5. **解**：$\because$ 四边形用表示它的各个顶点的字母表示时，必须按照顶点的顺序，不能间隔，$\therefore$ 不能表示成四边形 $ACBD$. **答案**：C. **点拨**：注意四边形的表示方法必须要按照表示顶点的字母的顺序.

6. **解**：$\because$ $AB\perp BC$，$CD\perp AD$，$\therefore$ $\angle B=\angle D=90°$. 又 $\because$ $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$，$\therefore$ $\angle A+\angle C=360°-\angle B-\angle D=360°-180°=180°$. $\therefore$ $\angle A$ 与 $\angle C$ 互补. **答案**：B.

7. **解**：如图 1－6，在 $\triangle ABD$ 中，$BD<AB+AD$；在 $\triangle BCD$ 中，$BD<BC+CD$；在

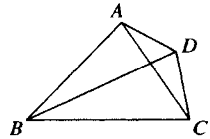


图 1－6

$\triangle ADC$ 中，$AC < AD + DC$；在 $\triangle ABC$ 中，$AC < AB + BC$. $\therefore$ $2(BD + AC) < 2(AB + BC + CD + DA)$. 即 $BD + AC < AB + BC + CD + DA$. $\therefore$ $n < m$. 即 $m > n$. **答案**：A.

点拨：证明线段的不等关系常应用的定理是：三角形的任意两边的和必大于第三边.

8. **解**：边数最少的多边形是三边形，故选项 A 不正确；在平面内，由不在同一直线上的四条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做四边形，故选项 B 不正确；如果一个四边形的四个内角之比为 2∶2∶3∶5，设四个角分别为 $2x$、$2x$、$3x$、$5x$，则 $2x + 2x + 3x + 5x = 360°$，解得 $x = 30°$. $\therefore$ $3x = 90°$. 因此只有一个角是直角，故选项 D 也不正确；所以只有选项 C 正确，四边形的内角和、外角和都等于 360°. **答案**：C.

9. **解**：设 $\angle A = 3x$，$\angle B = 4x$，$\angle C = 6x$，$\angle D = 7x$，则 $3x + 4x + 6x + 7x = 360°$. 解得 $x = 18°$. $\therefore$ $\angle A = 3x = 54°$，$\angle B = 4x = 72°$，$\angle C = 6x = 108°$，$\angle D = 7x = 126°$.

10. **解**：设 $\angle A = x$，则 $\angle B = x + 15°$，$\angle C = x + 30°$，$\angle D = x + 45°$. 依题意，得方程 $x + (x + 15°) + (x + 30°) + (x + 45°) = 360°$. 解得 $x = 67.5°$. $\therefore$ $\angle A = 67.5°$，$\angle B = 82.5°$，$\angle C = 97.5°$，$\angle D = 112.5°$.

11. **解**：设 $\angle B = \angle C = \angle D = x$，则可得方程 $3x + 27° = 360°$，解得 $x = 111°$. $\therefore$ $\angle B = 111°$.

12. **解**：设 $\angle C$ 为 $3x$，$\angle A$ 为 $2x$，则 $180° - \angle B = 2x + 40°$，所以 $\angle B = 140° - 2x$，又 $\angle D$ 为 $3x - 20°$. $\because$ $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$，$\therefore$ $2x + (140° - 2x) + 3x + (3x - 20°) = 360°$，解得 $x = 40°$. $\therefore$ $\angle D = 3x - 20° = 100°$. **点拨**：依题意，用代数式表示出各角的度数，进而列出方程是求解的关键.

巩固·拓展·提高

疑难互动问答

什么是凸四边形？什么是凹四边形？

把四边形的任何一边向两方延长，如果其他各边都在延长所得直线的同一旁，那么这样的四边形叫凸四边形. 如图 1－7，四边形 $ABCD$ 是凸四边形.

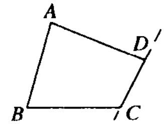


图 1－7

一个四边形，画出它的某一边所在的直线，如果其他各边分布在这条直线的两侧，那么这样的四边形叫凹四边形. 如图 1－8，四边形 $ABCD$ 是凹四边形.

? 四边形的两条对角线的和大于四边形的周长的一半吗？

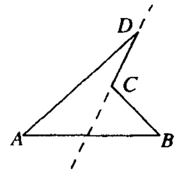


图 1－8

如图 1－9，四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC、BD 交于 O. 根据三角形的两边和大于第三边，可得到 $OA+OB>AB$，$OB+OC>BC$，$OC+OD>CD$，$OD+OA>AD$，

$\therefore\ OA+OB+OB+OC+OC+OD+OD+OA>AB+BC+CD+AD$，

即 $2(OA+OC+OB+OD)>AB+BC+CD+AD$.

$\therefore\ 2(AC+BD)>AB+BC+CD+AD$，

即 $AC+BD>\frac{1}{2}(AB+BC+CD+AD)$.

因此四边形两条对角线的和大于四边形的周长的一半.

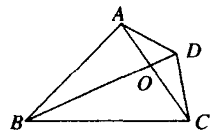


图 1－9

进阶例题研究

例 1 已知：如图 1－10，四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle C=90°$，E 为 CB 延长线上一点，$EF\perp CE$ 于 E，$FG\perp AB$ 于 G.

求证：$\angle D+\angle F=180°$.

分析 两个四边形的 8 个内角和为 720°，由已知得 $\angle A=\angle C=\angle FGB=\angle E=90°$，$\angle CBA+\angle EBG=180°$，于是可证得 $\angle D+\angle F=720°-4\times90°-180°=180°$.

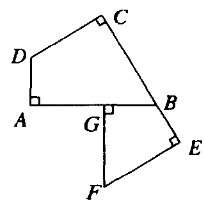


图 1－10

证法 1 $\because\ FE\perp CE$ 于 E，$FG\perp AB$ 于 G，

$\therefore\ \angle E=\angle FGB=90°$.

$\because\ \angle ABC+\angle EBG=180°$，$\angle A+\angle C=90°+90°=180°$，

$\therefore\ \angle E+\angle FGB+\angle ABC+\angle EBG+\angle A+\angle C=540°$.

又 $\because\ \angle A+\angle ABC+\angle C+\angle D=360°$，$\angle F+\angle E+\angle EBG+\angle FGB=360°$，

$\therefore\ \angle D+\angle F=720°-540°=180°$.

证法 2 $\because\ FG\perp AB$ 于 G，$FE\perp CE$ 于 E，

$\therefore\ \angle E=\angle FGB=90°$.

$\because\ \angle F+\angle EBG+\angle E+\angle FGB=360°$，

$\therefore\ \angle F+\angle EBG=360°-\angle E-\angle FGB=360°-180°=180°$.

又 $\angle CBA+\angle EBG=180°$，

$\therefore\ \angle CBA=\angle F$.

同理可证 $\angle EBG=\angle D$.

$\therefore \quad \angle D+\angle F=180°$.

优化解法 证法 2 运用了同角的补角相等的性质，通过代换 $\angle D+\angle F=\angle EBG+\angle CBA=180°$，沟通了两个四边形内角之间的联系. 证法 2 是一个特殊化的解法，而证法 1 是一般性的解法.

点拨 四边形内角和为 360°是证题的关键.

例 2 已知：四边形 $ABCD$ 的周长为 48cm，$AB:BC=2:3$，AB 与 DC 的和是 22cm，且 $AD:DC=4:5$，求四边形 $ABCD$ 的各边长.

分析 依题意可设两个参数 x 和 y，列出方程组求解.

解 设 $AB=2x$cm，$BC=3x$cm，$AD=4y$cm，$DC=5y$cm.

依题意可列出方程组：

$$\begin{cases}2x+5y=22,\\2x+3x+4y+5y=48.\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}x=6,\\y=2.\end{cases}$

$\therefore \quad AB=12$cm，$BC=18$cm，$AD=8$cm，$CD=10$cm.

点拨 题目中涉及两个比，一个是 $AB:BC=2:3$，另一个是 $AD:DC=4:5$，由于两个比的每份的长度不一定相等，所以必须设两个参数 x 和 y. 做此类题时，容易忽视这个问题，而设每份为 x，从而导致 $AB=2x$cm，$BC=3x$cm，$AD=4x$cm，$DC=5x$cm. $\Rightarrow 14x=48$cm. 这与条件 $AB+CD=22$cm 矛盾，显然是错误的.

例 3 如图 1－11，求 $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6+\angle 7$ 的度数.

分析 连结 CF，把分散的 7 个角集中于四边形 $ABCK$ 和四边形 $CFGK$ 中.

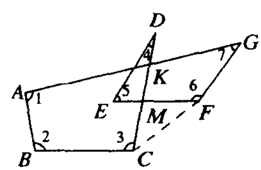


图 1－11

解 连结 CF.

$\because \quad \angle 4+\angle 5+\angle DME=\angle MCF+\angle MFC+\angle CMF=180°$，$\angle DME=\angle CMF$，

$\therefore \quad \angle 4+\angle 5=\angle MCF+\angle MFC$.

在四边形 $ABCK$ 和 $CFGK$ 中，

$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle AKC=360°$，$\angle MCF+(\angle MFC+\angle 6)+\angle 7+\angle GKC=360°$，

$\therefore \quad \angle 1+\angle 2+\angle 3+(\angle AKC+\angle GKC)+\angle MCF+\angle MFC+\angle 6+\angle 7=720°$.

而 $\angle AKC+\angle GKC=180°$. $\angle 4+\angle 5=\angle MCF+\angle MFC$，

$\therefore \quad \angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6+\angle 7=720°-180°=540°$.

点拨 添加辅助线把分散的条件集中化，然后利用三角形或四边形的内角和

求解.

例 4 已知:如图 1-12,P 是四边形 $ABCD$ 内的任意一点.
求证:$PA+PB+PC+PD \geqslant AC+BD$,并说明在什么条件下取等号.

分析 在$\triangle PAC$和$\triangle PBD$中,应用"三角形两边和大于第三边"的性质来证明.

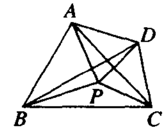


图 1-12

证明 在$\triangle APC$中,$AP+PC>AC$,

在$\triangle BPD$中,$PB+PD>BD$.

$\therefore \quad PA+PC+PB+PD>AC+BD$.

而当点 P 是对角线 AC、BD 的交点时,

$PA+PC+PB+PD=AC+BD$.

$\therefore \quad PA+PB+PC+PD \geqslant AC+BD$.

点拨 把四边形的问题转化为三角形的问题来解决.这是把复杂图形转化为简单图形,把不熟悉的问题转化为熟悉的问题的转化思想的应用.

例 5 某四边形的四边长度为 6、8、x 和 2,求 x 的取值范围.

分析 利用"两点之间线段最短"的公理,并注意到 $x>0$,列出不等式组求解.

解 依题意列不等式组:

$$\begin{cases} x>0, \\ 6+8+x>2, \\ 6+8+2>x, \\ 6+x+2>8, \\ 8+x+2>6. \end{cases}$$ 解得 $0<x<16$.

点拨 常犯的错误是忽视 $x>0$.

拓展提高训练

1. 在四边形的一个顶点处与内角相邻的外角的个数共有(　　)

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 4 个　　D. 8 个

2. 四边形 $ABCD$ 中,$AB=AD$,$DC=BC$,那么它的四个内角及四个外角(每个顶点取一个外角)共八个角中,必定相等的角的对数为(　　)

A. 1 对　　B. 2 对　　C. 3 对　　D. 4 对

3. 一个四边形,它的最小的内角一定不大于(　　)

A. 90°　　B. 60°　　C. 179°　　D. 120°

4. 在四边形的四个顶点处各取一个外角,这些外角依次比前一个大 36°,则这个四边形的最大内角的度数为(　　)

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com