与九年义务教育三年制初级中学教科书配套

黄冈解题 状元 系列丛书

HUANG GANG
JIE TI
ZHUANG YUAN

黄冈解题

HUANG GANG JIE TI

同步辅导
同步训练
同步导学

状元

本书编委会　编著

【初三数学】

北京教育出版社

与九年义务教育三年制初级中学教科书配套

黄冈解题状元系列丛书

黄冈解题

HUANG GANG JIE TI

同步辅导
同步训练
同步导学

状元

本书编委会　编著

北京教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

黄冈解题状元. 初三数学 /《黄冈解题状元》编委会编著. —北京: 北京教育出版社, 2002.8

ISBN 7-5303-2637-6

Ⅰ. 黄… Ⅱ. 黄… Ⅲ. 数学课—初中—解题

Ⅳ. G632.479

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 040185 号

黄冈解题状元·初三数学

HUANGGANG JIETI ZHUANGYUAN CHUSAN SHUXUE

本书编委会　编著

*

北京教育出版社出版

(北京北三环中路 6 号)

邮政编码:100011

网址:www.bph.com.cn

北京出版社出版集团总发行

新　华　书　店　经　销

北京市兆成印刷有限责任公司印刷

850×1168　大 32 开本　9 印张　217 千字

2002 年 8 月第 1 版　2002 年 8 月第 1 次印刷

印数　1－15000 册

ISBN 7-5303-2637-6/G·2604

定价:9.00 元

前　　言

《黄冈解题状元》系列丛书以同步辅导、同步训练、同步导学为主旨，在众多的教辅图书中独树一帜，大胆地突破了以往教辅书的常规和定式，避免了不足和偏颇。全书以题为“线”，以各个知识点为“珠”，以“线”穿“珠”，把学生应该掌握的知识有机地联系起来，融汇贯通。该套丛书为广大学生开辟了一条通往理想高校的新途径。

考试是检验学习质量的一种手段，而考查学生知识和能力水平的最重要的方式就是解题。基于此，本书编写者把各个知识点科学地设置成若干个具有不同代表性和典型意义的例题，通过精心巧妙地解题，培养学生正确的解题思路，使其探索和发现某些解题规律，掌握解题技巧，进而举一反三，借题发挥，成为能快捷、准确解答一切题型的高手。

本书内容按教材单元分为“知识网络”、“基础训练”、“能力测试”和“参考答案”四大部分。

一、知识网络

以直观简明的方式，简述本单元的目标要求和学习重点，以帮助学生明确本单元的主要知识点。

二、基础训练

把各个知识点按难易程度的不同，设置成若干类型的题目，通过对典型例题的解题分析，培养学生正确的解题思路，掌握解题规律，学会解题技巧。

三、能力测试

以能力培养为中心，精心设计了数量适当、梯度合理，既能加深学生对本章节知识点的理解，又能拓展学生思维能力的练习。

目　　录

代数部分

几 何 部 分

代 数 部 分

第十二章　一元二次方程

第一节　用公式解一元二次方程

一、知识网络

目标要求

理解一元二次方程的概念，能正确判别一元二次方程一般形式的二次项系数和一次项系数和常数项.

学习重点

1. 理解一元二次方程的概念和化任意的一元二次方程为一般形式.

2. 对一元二次方程的一般形式的理解及其各项系数的确定.

二、基础训练

【例】下列关于 x 的方程中，一定是一元二次方程的是（　　）

A. $(m-3)x^2-\sqrt{3}x-2=0$　　B. $k^2x+5k+6=0$

C. $\sqrt{3}x^2-\frac{\sqrt{2}}{4}x-\frac{1}{2}=0$　　D. $3x^2+\frac{1}{x}-2=0$

解题思路

判断一个方程是否是一元二次方程应紧扣定义——只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是 2 的整式方程.

A 选项的方程中最高次项为 $(m-3)x^2$，因无法判定 $(m-3)$ 是

否为零,所以不能确定该方程是一元二次方程.

B 选项方程中最高次项为 k^2x,$k \neq 0$ 时 x 的最高次数为 1,所以该方程不是一元二次方程.

C 是一元二次方程.

D 方程中分母含未知数,不是整式方程,也一定不是一元二次方程.

答案:选 C.

借题发挥

本例关键在于正确理解一元二次方程的概念,应把握以下三点:经化简后,方程必须(1)是整式方程;(2)只含有一个未知数;(3)未知数的最高次数是 2.

三、能力测试

(一)选择题

1. 在下列方程中,一元二次方程的个数是(　　)

$2x^2+1=0$,　　$ax^2+bx+c=0$,

$(x-3)(x+4)=x^2-7$,　　$x^2-5\sqrt{x}+4=0$,

$3x^2-(\sqrt{3}+1)x+\sqrt{3}=0$,　　$2t^2-\sqrt{2}t=(t-1)^2$,

$y^2-\dfrac{1}{y}+2=0$.

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

2. 下列方程是一元二次方程的是(　　)

A. $(y-1)y=y^2$　　B. $ax^2+bx+c=0$

C. $2x^2+\dfrac{1}{x}+1=0$　　D. $t^2=1$

3. 一元二次方程 $-5t^2+t-3=0$,把二次项系数变为正数且使方程的根不变的是(　　)

A. $5t^2-t+3=0$　　B. $5t^2-t-3=0$

C. $5t^2+t-3=0$　　D. $5t^2+t+3=0$

4.若 $ay^2-5y+3=0$ 是一元二次方程，则不等式 $3a+6>0$ 的解集是(　　)

A. $a>-2$　　　　B. $a<-2$

C. $a>-2$ 且 $a\neq 0$　　　　D. $a>\frac{1}{2}$

(二)填空题

1.一元二次方程的一般形式是________________.

2.方程 $(k+2)x^{|k|}+3kx+1=0$ 是关于 x 的一元二次方程，那么 k 的值为______.

3.关于 x 的一元二次方程 $(3m+1)x^2-6mx+1-2m=2x^2$ 化为一般形式是______，其二次项系数是____________，一次项系数是______，常数项是______.

4.关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2-2ax+3-a=0$，小红说："这个方程的二次项系数是 $a-1$，一次项系数是 $2a$，常数项是3，其中 a 为任何实数."小红说的对吗？如果有错误，请你纠正，并说明你的理由：

(1)________________________.

(2)________________________.

(3)________________________.

(三)证明题

1.已知 α 是方程 $x^2-1994x+1=0$ 的一个根，求代数式 $\alpha^2-1993\alpha+\frac{1994}{\alpha^2+1}$ 的值.

2.证明关于 x 的方程 $(m^2-8m+17)x^2+2mx+1=0$，不论 m 取何值，该方程都是一元二次方程.

四、参考答案

(一)选择题

1.D　　2.D　　3.A　　4.C

(二)填空题

1. $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$

2. 2

3. $(3m-1)x^2-6mx+1-2m=0,3m-1,-6m,1-2m$

4. 不对,(1)一次项系数应为 $-2a$;(2)常数项为 $3-a$;(3)$a\neq1$.

(三)证明题

1. 1993

2. 提示:$\because m^2-8m+17=(m-4)^2+1\neq0$

$\therefore$ 不论 m 取何值,该方程都是一元二次方程.

第二节　用因式分解法解一元二次方程

一、知识网络

目标要求

能熟练运用直接开平方法和配方法、求根公式法和因式分解法解一元二次方程.

学习重点

1. 一元二次方程的解法,特别是公式法.

2. 用配方法解一元二次方程.

二、基础训练

【例 1】用直接开平方法解下列一元二次方程.

(1)$\frac{1}{3}x^2-0.5=0$　　　　(2)$\frac{1}{4}(x+1)^2=\frac{1}{9}(x-1)^2$

解题思路

用直接开平方法解一元二次方程,先将方程化成左边是含未知

数的完全平方式，右边是非负数的形式，再根据平方根的定义求解.

解：(1)移项，得$\frac{1}{3}x^2=\frac{1}{2}$

方程两边同除以$\frac{1}{3}$，得 $x^2=\frac{3}{2}$

由平方根定义可知 x 是$\frac{3}{2}$的平方根

$\therefore x=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$，即 $x_1=\frac{\sqrt{6}}{2}$，$x_2=-\frac{\sqrt{6}}{2}$

(2)方程两边同乘以 4 得，$(x+1)^2=\frac{4}{9}(x-1)^2$

由平方根定义可知 $x+1$ 是$\frac{4}{9}(x-1)^2$ 的平方根

$\therefore x+1=\pm\frac{2}{3}(x-1)$，即 $x+1=\frac{2}{3}(x-1)$，$x+1=-\frac{2}{3}(x-1)$

$\therefore$原方程的两个根是 $x_1=-5$，$x_2=-\frac{1}{5}$

借题发挥

用直接开平方法解某些一元二次方程的根据是平方根的定义.形如 $x^2=k$ 的方程，当 $k\geqslant0$ 时，方程有实数根；当 $k<0$ 时，方程无解.

【例 2】用配方法解一元二次方程 $3y^2+1=2\sqrt{3}y$.

解题思路

用配方法解一元二次方程，因它的二次项系数不为 1，所以要将方程各项同时除以二次项系数 3 后，再配方.

解：将方程化为一般形式，得 $3y^2-2\sqrt{3}y+1=0$

二次项系数化为 1，得 $y^2-\frac{2\sqrt{3}}{3}y+\frac{1}{3}=0$

移项，得 $y^2-\frac{2\sqrt{3}}{3}y=-\frac{1}{3}$

方程两边同时加上一次项系数一半的平方，得 $y^2-\frac{2\sqrt{3}}{3}y+$

$(-\frac{\sqrt{3}}{3})^2=-\frac{1}{3}+(-\frac{\sqrt{3}}{3})^2$

配方，得$(y-\frac{\sqrt{3}}{3})^2=0$

$\therefore y_1=y_2=\frac{\sqrt{3}}{3}$

[redacted]

“方程两边都加上一次项系数一半的平方”是用配方法解一元二次方程的关键．而把方程化为一般形式，二次项系数化为 1 是进行这一关键步骤的前提．

【例 3】用公式法解下列方程．

(1)$x^2-(1+2\sqrt{3})x-3+\sqrt{3}=0$

(2)$ab(x^2+1)-(a^2+b^2)x=0$（$ab\neq0$，a、b 是已知数）

[redacted]

用公式法解一元二次方程，应先对方程进行变形化为一般形式后，再确定公式中 $a-c$ 和 c 的值．

解(1)$\because a=1,b=-(1+2\sqrt{3}),c=-3+\sqrt{3}$

$\therefore b^2-4ac=[-(1+2\sqrt{3})]^2-4\times1\times(-3+\sqrt{3})=13+4\sqrt{3}+12-4\sqrt{3}=25>0$

$\therefore x=\frac{1+2\sqrt{3}\pm\sqrt{25}}{2}=\frac{1+2\sqrt{3}\pm5}{2}$

$\therefore x_1=3+\sqrt{3},x_2=-2+\sqrt{3}$

(2)整理方程，得 $abx^2-(a^2+b^2)x+ab=0$

$\because$ 二次项系数为 ab，一次项系数为 $-(a^2+b^2)$，常数项为 ab

$\therefore\Delta=[-(a^2+b^2)]^2-4\times ab\times ab=a^4+2a^2b^2+b^4-4a^2b^2=(a^2-b^2)^2\geqslant0$

$\therefore x=\frac{a^2+b^2\pm\sqrt{(a^2-b^2)^2}}{2ab}=\frac{a^2+b^2\pm(a^2-b^2)}{2ab}$

$\therefore x_1=\dfrac{a}{b}, x_2=\dfrac{b}{a}$

借题发挥

把一元二次方程化为一般形式后，确定 a,b,c 的值时应注意原有的性质符号，然后求出 b^2-4ac 的值. 若 $b^2-4ac\geqslant 0$，则把 a、b、c 及 b^2-4ac 的值代入求根公式，求出 x_1 和 x_2. 若 $b^2-4ac<0$，则此方程无解.

【例 4】用因式分解法解下列一元二次方程.

(1)$(3-2x)^2+(2x-3)=0$

(2)$(2y+1)^2+3(2y+1)^2+2=0$

(3)$9(x+3)^2=4(x-2)^2$

(4)$ax(a-x)-ab^2=b(b^2-x^2)\quad (a\neq b)$

解题思路

用因式分解法解一元二次方程，解题前要先联想因式分解的四种基本方法(提公因式法，公式法，分组分解法，十字相乘法)及用因式分解法解一元二次方程的关键，依据.

解：(1)将左边提公因式$(2x-3)$，得$(2x-3)(2x-3+1)=0$

$\therefore 2x-3=0$ 或 $2x-3+1=0$

$\therefore$原方程的两个根是 $x_1=\dfrac{3}{2}, x_2=1$

(2)把方程左边分解因式，得

$(2y+1+2)(2y+1+1)=0$

$\therefore 2y+3=0$ 或 $2y+2=0$

$\therefore$原方程的两个根是：$y_1=-\dfrac{3}{2}, y_2=-1$

(3)移项，得 $9(x-3)^2-4(x-2)^2=0$

把方程左边分解因式，得$[3(x-3)+2(x-2)][3(x-3)-2(x-2)]=0$

$\therefore 5x-13=0$ 或 $x-5=0$

$\therefore$原方程的两个根是：$x_1=\dfrac{13}{5}, x_2=5$

(4)整理方程，得 $(a-b)x^2-a^2x+b^2(a+b)=0$ 把方程左边分解因式；得$[(a-b)x-b^2][x-(a+b)]=0$

$\therefore (a-b)x-b^2=0$ 或 $x-(a+b)=0$

$\therefore$原方程的两个根是：$x_1=\dfrac{b^2}{a-b}, x_2=a+b$

借题发挥

用因式分解法解方程时，应先把方程化为一般形式，再把左边分解成两个一次式乘积的形式.

三、能力测试

(一)选择题

1. 方程 $x=x(x-2)$的解是(　　)

A. 2　　　B. 0　　　C. 2或0　　　D. 3或0

2. 已知 x、y 为实数，且$(x^2+y^2)(x^2+y^2-1)=12$ 则 x^2+y^2 的值为(　　)

A. -3或4　　　B. 4

C. -3　　　D. 以上答案都不对

3. 若一元二次方程$(m-1)x^2+x+m^2+2m-3=0$有一根是零，则 m 的值的(　　)

A. -3　　　B. 1　　　C. -3或1　　　D. 3或-1

4. 设 x_1, x_2 是方程 $6x^2-13x+5=0$ 的两根，那么$(x_1+1)(x_2+1)$的值是(　　)

A. $\dfrac{7}{3}$　　　B. -2　　　C. -1　　　D. 以上都不对

(二)填空题

1. 方程$(7x+14)(x+1)=0$的根是______.

2. 若代数式 $x(x+6)$的值为零，则 x 的值是______.

3. 当 m ____时，方程$(x-p)^2+m=0$有解，其解为 $x=$____.

4. 当 $y=$______时，代数式 y^2+7y+6 的值与 $y+1$ 的值相同.

5. 已知方程$(x+a)(x-3)=0$ 和方程 $x^2-2x-3=0$ 是同解方程，则 $a=$______.

6. 已知 $y=x^2+x-6$，当 $x=$______时，y 的值等于零，当 $x=$______时，y 的值等于 24.

7. 如果方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$有一根为 1，则 a、b、c 的关系是______.

8. 如果 $a-b+c=0$，则方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$必有一根是______.

(三)解答题

1. $x^2-2\sqrt{2}x-3=0$　　2. $x^2+14x-12=0$

3. $2x^2-3x+\frac{1}{8}=0$　　4. $(x+1)^2=(x-1)^2$

5. $(3x-4)^2=(4x-3)^2$　　6. $2x^2+2(\sqrt{5}-\sqrt{3})x=4+\sqrt{15}$

7. 已知等腰三角形的两条边的长是关于 x 的方程 $x^2-(a+b)x+ab=0$ 的两根，且 $\frac{b}{2}<a<2b$，求此三角形的周长.

四、参考答案

(一)选择题

1. D　　2. B　　3. A　　4. D

(二)填空题

1. $-2,-1$　　2. 0,6　　3. $m\leqslant0$; $p\pm\sqrt{m}$

4. $-1,-5$　　5. 1　　6. -3、2，-6、5

7. $a+b+c=0$　　8. -1

(三)解答题

1. $\sqrt{2}+\sqrt{5}$, $\sqrt{2}-\sqrt{5}$　　2. 2，-6